

基礎物理1

— 第3回 —

今日のポイント

- 2次元、3次元の運動の
表し方
- 投げたボールの運動

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

先週のまとめ

■ 落体の法則

$$v = g t \quad (g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$h = (1/2) g t^2$$

■ 速さ、加速度の表し方

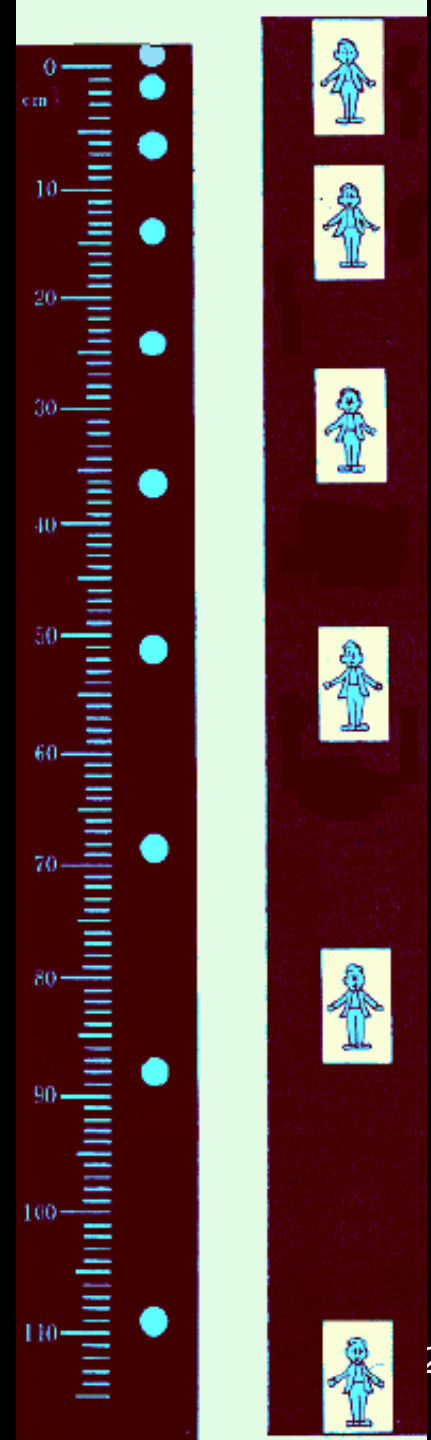
速さ $v = d X / dt$

加速度 $a = d v / dt$

■ 積分を使うと

$$v = \int_0^t a dt$$

$$x = \int_0^t v dt$$



§ 5 二次元、三次元の運動

- **これまで : 直線上(1次元)の運動**

位置、速さ、加速度で運動を表す。

- **一般に、平面(2次元)、空間(3次元)の運動は？**

平面(2次元): xy 座標系で 位置 $\mathbf{r} = (x, y)$

空間(3次元): xyz 座標系で 位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$

速さは「大きさ」と「方向」をもつ

⇒ **速度** (velocity) $\mathbf{v} = d\mathbf{r} / dt$

加速度 (acceleration) $\mathbf{a} : \mathbf{a} = d\mathbf{v} / dt$

位置 r 、速度 v 、加速度 a :
「大きさ」と「方向」をもつ \Rightarrow ベクトル
成分で表すと

- $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$
 $= (dX/dt, dY/dt, dZ/dt)$

- $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$
 $= d\mathbf{V}/dt$
 $= (dV_x/dt, dV_y/dt, dV_z/dt)$

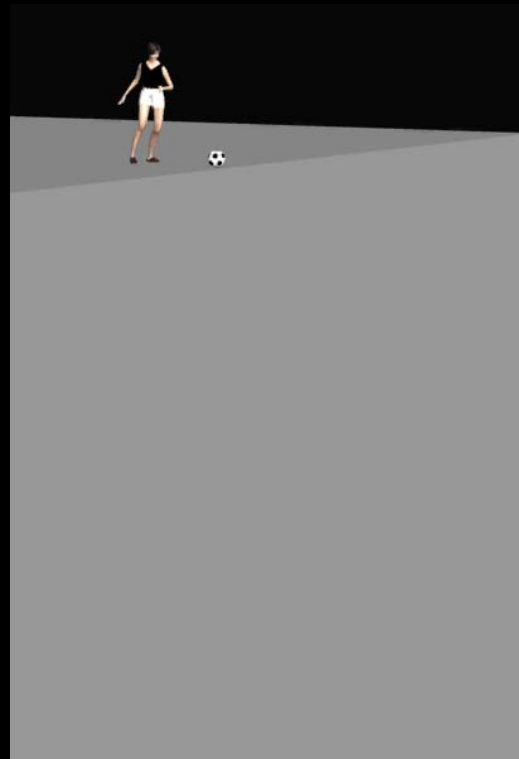
§ 6 投げたボールの運動

- ボールやスペースシャトルはどのような軌跡を描いて飛ぶだろうか？

- 丘の上からボールを投げる(ける)と？

ボールの運動 ⇒ 平面内直線的に落ちる落下運動と違う。

下(垂直方向)と
横(水平方向)も！



ボールの運動は？

まず、よく観察しよう ⇒ 実験1



- ボールはどう落ちる？
ストロボ写真で調べよう

- 落下とどこが違うのか？

落下距離は：⇒ 同じ

横の距離は：⇒ 違う

- 横方向の運動：

どのように違う？



平面の運動は複雑？ —Galileoのアイデア—

- 水平方向(x軸)と鉛直方向(y軸)の二つの運動に分解

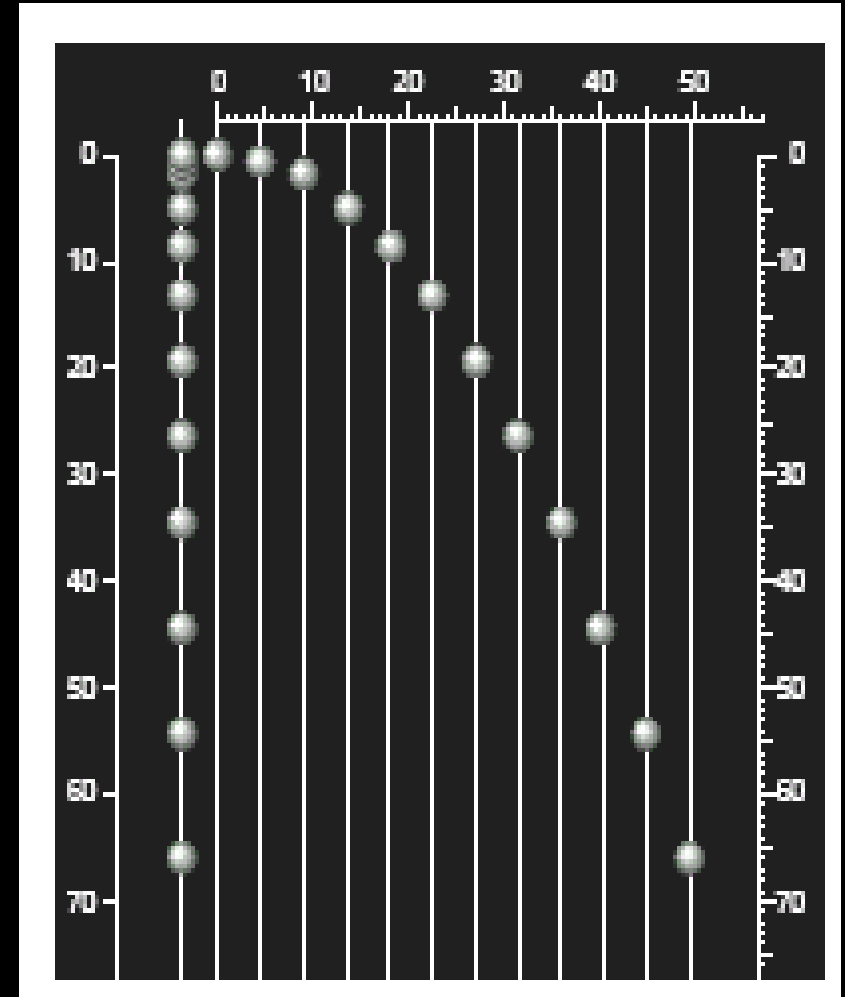
- 鉛直方向:「落体の法則」に従う

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

- 水平方向:同じ速度(V_0)で運動

$$x = V_0 t$$

- これだとよく実験を再現



道筋(軌跡)はどのような曲線？

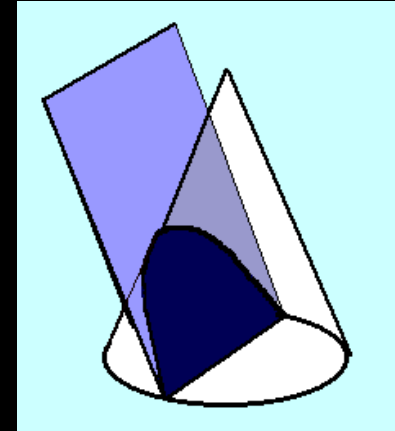
- 二つの式から t を消去

$t = x / v_0$ を 代入

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g (x / v_0)^2 \\ = k x^2$$

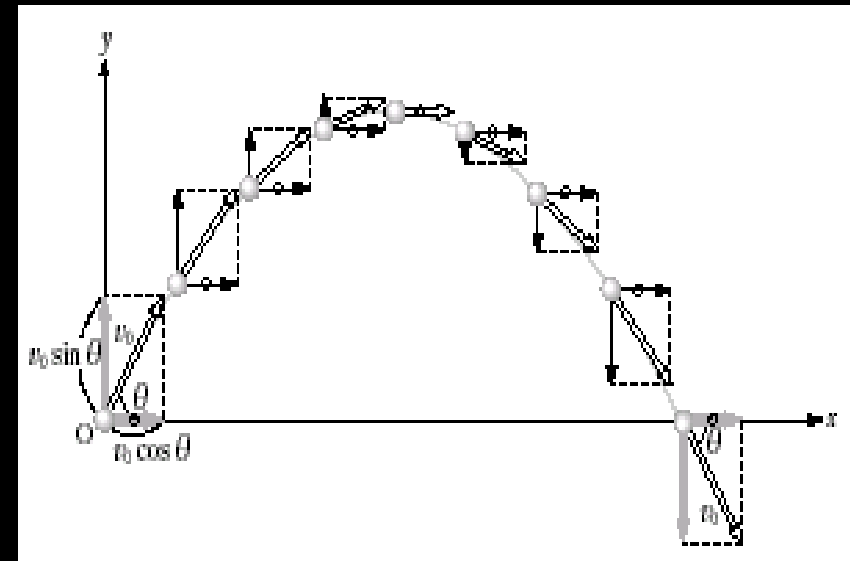
ただし、 $k = \frac{1}{2} g (1/v_0)^2$

- この美しい関数 → **放物線**
ボールは放物線を描きながら
落下！
 v_0 を大きくすれば、遠くまで届く



ボールを投げ上げるときは—応用問題—

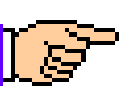
- ボールを角度 θ で投げ上げる場合を考えよう
- 投げる方向： x 軸 \rightarrow
 $V_0 \cos \theta$ の一定速度で運動
- 垂直方向： y 軸 \rightarrow
初速度 $V_0 \sin \theta$ + 加速度 g で落体の法則に従う。



Galileoの運動の分解法で考えてみよう！

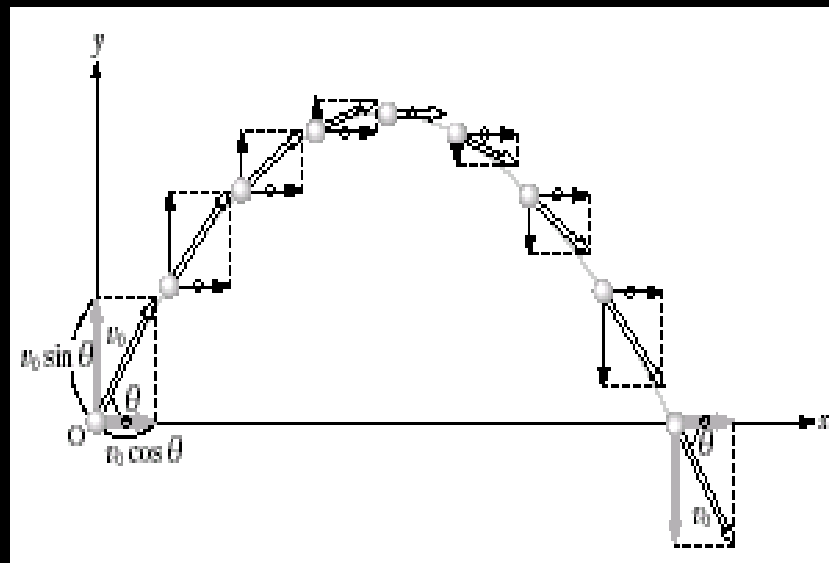
■ x 軸方向: $V_0 \cos\theta$

$$x = \int V_0 \cos\theta dt = (V_0 \cos\theta) t$$

 y 軸方向: 重力による加速度($-g$)

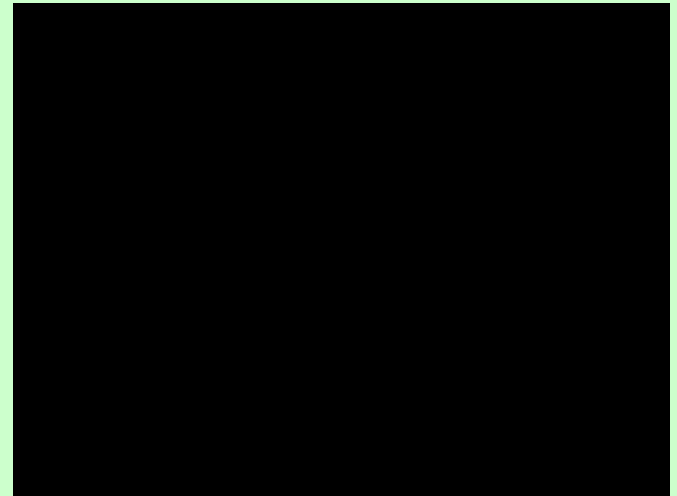
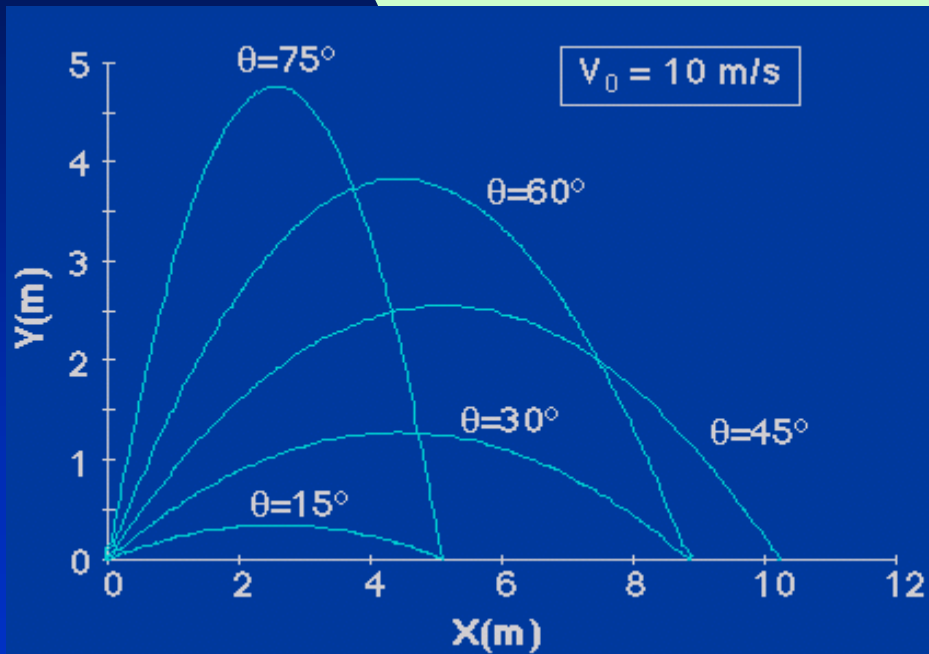
$$\begin{aligned} V_y &= \int -g dt \\ &= -g t + \text{Constant} \\ &= -g t + V_0 \sin\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \int V_y dt \\ &= -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\theta t \end{aligned}$$



これだけ分かったら運動はOK！

- 色々な角度で投げたときでも、

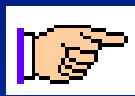


運動をマスターした人にクイズ!



- どのボールが一番速く到着する?
— 佐藤さんの実験 —

まとめ



初速度 $V_0 = (V_0 \cos\theta, V_0 \sin\theta)$ で投げられた物体の運動

$$V_x = V_0 \cos\theta$$

$$V_y = V_0 \sin\theta - g t$$

$$x = x_0 + V_0 \cos\theta t$$

$$y = y_0 + V_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

ポイント: 運動を分解して考える