

# 基礎物理学1

## 第6回

—円運動と重力(万有引力)—

### 今日のPoint

円運動と林檎の落ちる訳

万有引力の法則

# 先週のPOINT

## ● Newtonの三法則

● 慣性の法則：外力が作用しないとそのままの状態を保つ。

● 運動方程式： $F = m dv/dt = m d^2x/dt^2$

( $t$  と共にどのように運動するかを表す方程式)

● 作用反作用の法則

● 運動量  $p = mv$  (勢い)、力積  $F \Delta t$  (衝撃)

● 運動量保存則：球の衝突前後で運動量不変

# § 1 円運動

- 昔の説(Aristotle) : 地上は直線運動が起こり、天上はより完全な円運動に従う。 **本当?**
- 円運動を考えてみよう!

## ボールを一定速度で回転(等速円運動)

著作権処理の都合で、  
この場所に挿入されていた  
図を省略させていただきます。

**速度: 大きさは変わらず  
角度のみ変化 → 加速度 $a$**

**もし糸が切れたら?**

# ボールは接線方向飛び続けようとする！

距離:  $S = R\theta$

速度:  $v = ds/dt$

$$= R d\theta/dt = R\omega$$

( $\omega = d\theta/dt$ : 角速度)

速度変化:  $\Delta v$

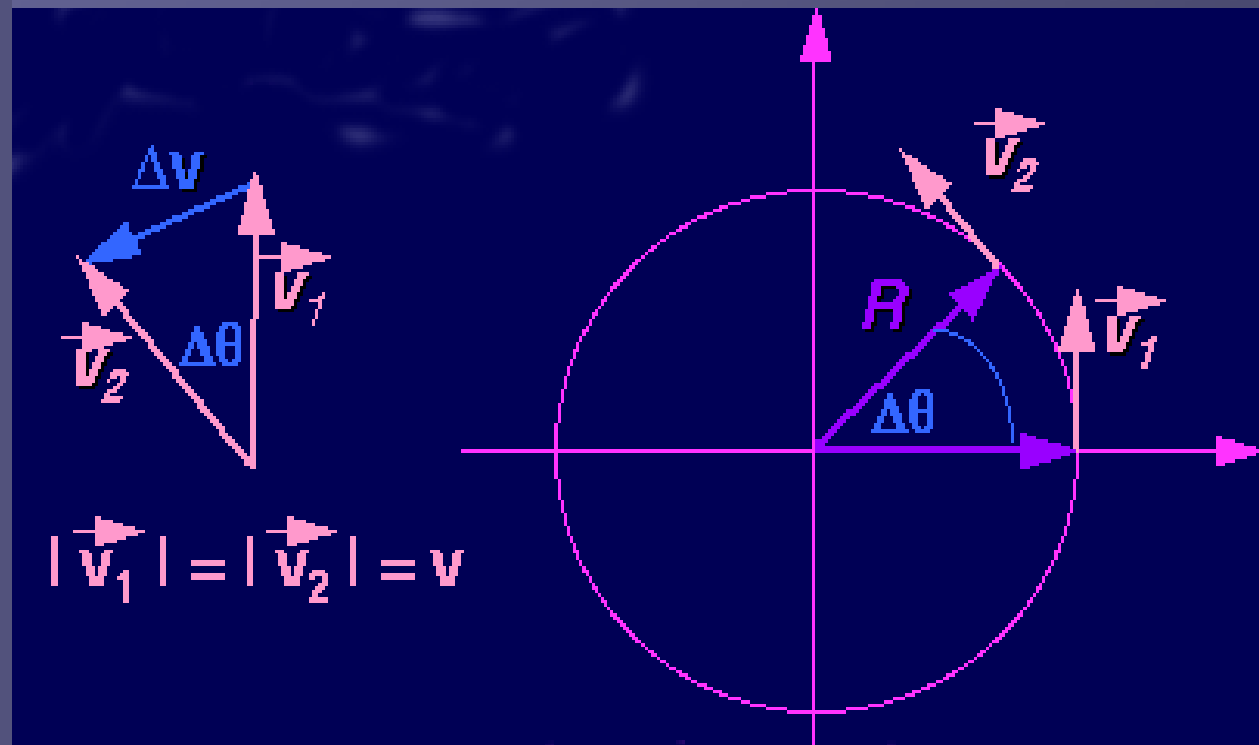
$$\Delta v \approx v\Delta\theta$$

加速度:  $a$

$$a = dv/dt = v\omega$$

$$= R\omega^2$$

(方向は中心方向)

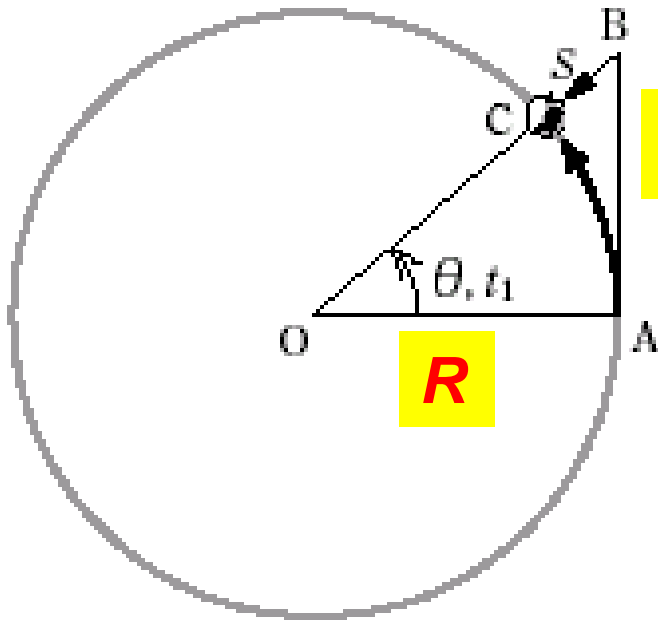


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

円運動に働く力:  $F = ma = m v^2/R$

# 別な観点から考えてみよう

$$S = \frac{1}{2}at^2$$



微小な角度  $\theta$  回転:

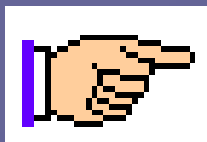
球はAから速度  $v$  でBへ(実際はC)

球はBから距離  $S$  だけ落下  
(落体の法則から)

$$S \approx \sqrt{R^2 + (vt)^2} - R \approx \frac{1}{2} \frac{v^2}{R} t^2 \quad \text{だから}$$

落体の法則  $s = \frac{1}{2}gt^2$  と比較すると

$$a = \frac{v^2}{R}$$



円運動では中心方向に

$$F = -mv^2/R = -mR\omega^2$$

- 円運動も地上の直線運動と同じく Newtonの運動の法則に従って理解できる。

$$v = R \omega$$

$$\omega = d\theta/dt$$

$$a = v^2/R (= R \omega^2)$$

$$F = ma$$

天上の円運動である惑星の運動もNewtonの法則で理解できる

## § 3. 万有引力の法則

- 1687年 Newton「Principia」を発売  
力学の体系を確立 ⇒ 科学の規範
- 二つの物体が距離 $R$ 離れているとき、

$$F = -G \frac{mM}{R^2}$$

( $G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ )

の引力が働く。

これを万有引力の法則、 $G$ を万有引力定数という。

## 例題2.2 地球と月の運動

惑星の運動を調べ、そこに働く力を考える。

- これまで、 $F=ma$ (運動方程式)から運動を調べた。  
反対に惑星の運動から、両者に働く $F$ を求めよう！
- 惑星の運動: Keplerの法則 (長年の観測結果)

$$\text{第3法則: } T^2 = kR^3$$

周期: 1回転に要する時間

惑星の軌道を円と考える: 1周期 $T$ で $2\pi R$ を運動

$$T = 2\pi R/v \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 R^2/v^2$$

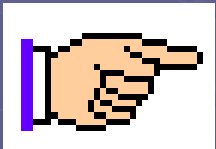
$$v^2 = 4\pi^2/kR$$



円運動の式に代入

$$F = -m v^2 / R = -4\pi^2 m / kR^2$$

これが月に働く力：月の質量 $m$ に比例、 $R^2$ に反比例



ここで、作用・反作用の法則を思い出すと、  
同じ作用(力)が地球にも作用する筈

地球(質量 $M$ )に作用する力

$$F = -4\pi^2 M / k'R^2$$

という解になるはず

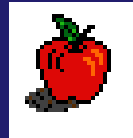
両者がみたされる解は？

$$F = -G \frac{mM}{R^2}$$

# 月や惑星の運動もNewtonの運動法則で理解される。(一つの法則で統一的に理解)

● そうすると、

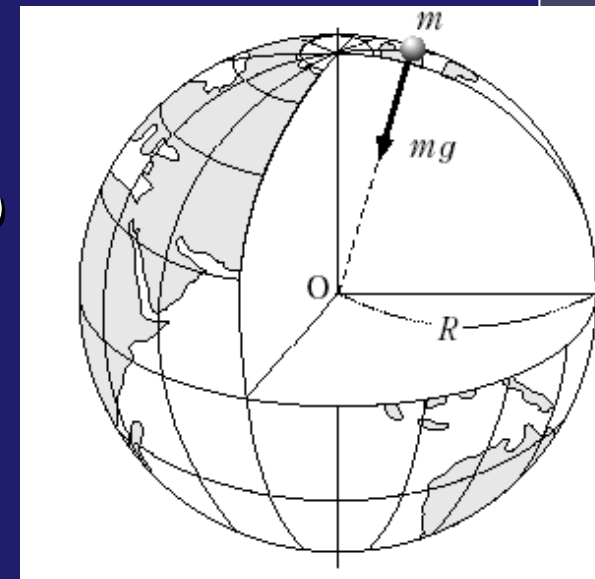
地球上のりんごは？



● 万有引力: 地球とりんご(m)にも作用 (地球とりんごの距離=地球半径R)

$$F = - GmM/R^2$$
$$= - m (GM/R^2)$$

● 重力加速度  $g = (GM/R^2)$  とすれば、、、、



私たちの良く知っている  $F = - mg$

# GM/R<sup>2</sup>を実際に計算してみる！

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{6.67259 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24}}{(6.378 \times 10^6)^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

● これは、落体の実験から求めた重力加速度  $\frac{GM}{R^2}$   $g$



● 地上で物が下に落ちるのは、万有引力のため！

● 惑星の運動もりんごが落ちるのも同じ原因！

Newtonの法則で理解できる



月や火星の重力加速度はいくら？

著作権処理の都合で、  
この場所に挿入されていた  
「ニュートンのリンゴの木」についての記事を  
省略させていただきます。