基礎物理学1

－第7回－

前回までの講義スライド
http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html

今日のPoint
仕事とエネルギー

科学者、哲学者。Energyの概念を提案

先週のPoint

前回までの講義スライド
http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html

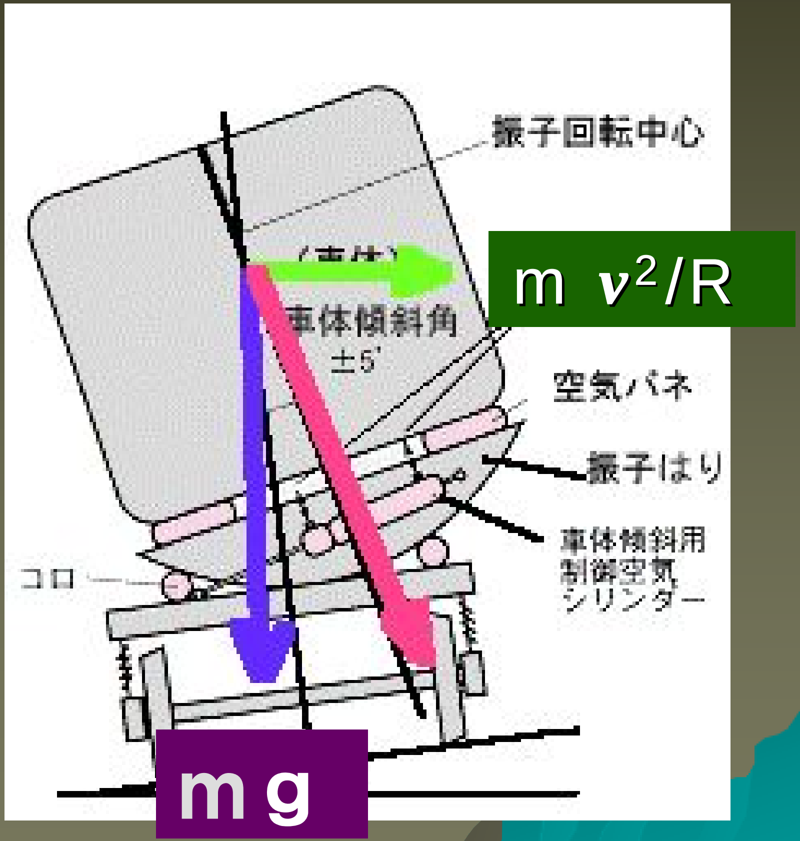
- 等速円運動:
  速度の大きさは同じで、方向が変化
  加速度がある → 力が働いている
- 速度　$v = R\omega$
- 回転の加速度　$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{v}^2/R = R\omega^2$
- 円運動に必要な力　$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} = m\,\boldsymbol{v}^2/R$
- では、地球の周りを円運動する月に働く力は？
  $F = -GmM/R^2$
  (万有引力の法則)

$g = GM/R^2 = 9.80$
重力の原因

応用：円運動と遠心力

- 円運動：向心力、
  円運動をしている物体には**遠心力**が働く（テキストp.45）

振り子式：カーブを滑らかに走行
85 km/h (直線は130km/h)



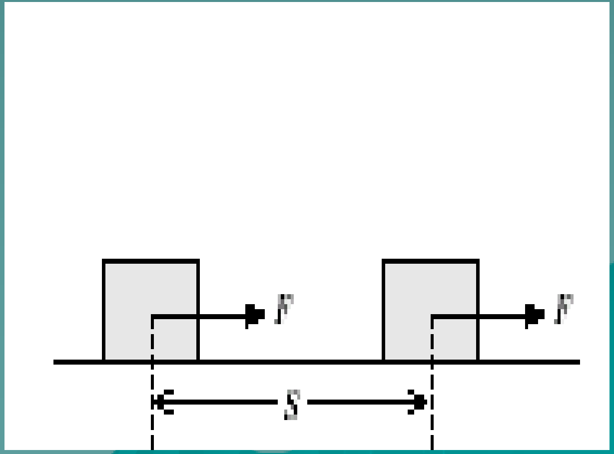
地球の自転　：　地上の私たちも遠心力を受けている

§１　仕事って？

- 仕事（Work），エネルギー（Energy）は良く聞く言葉！
  「将来どんな仕事をする？」、「エネルギー危機」

- 荷物を運ぶ⇒重いものを長い距離運ぶ
  ⇒今日は疲れるほど仕事をした！

仕事Wの定義：力×移動距離
$W = FS$



力はベクトルなので、
動かしたい方向と別方向にFを加えても駄目！
移動方向と角 θ で $\boldsymbol{F}$ を加えると？

- $W = FS\cos\theta$

ベクトルの内積を用いると

- $W = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{S}$

力が場所で変わる場合

$W = \int \boldsymbol{F} d\boldsymbol{r}$

仕事の単位：J（ジュール）＝Nm ＝ kgm^2/s^2

（1J＝1Nの力で1m移動するときの仕事）

例題4.1 物を高さh持ち上げるときの仕事は？

- 垂直に引上げるとき重力－mgに逆らい、力F＝mgで引上げる

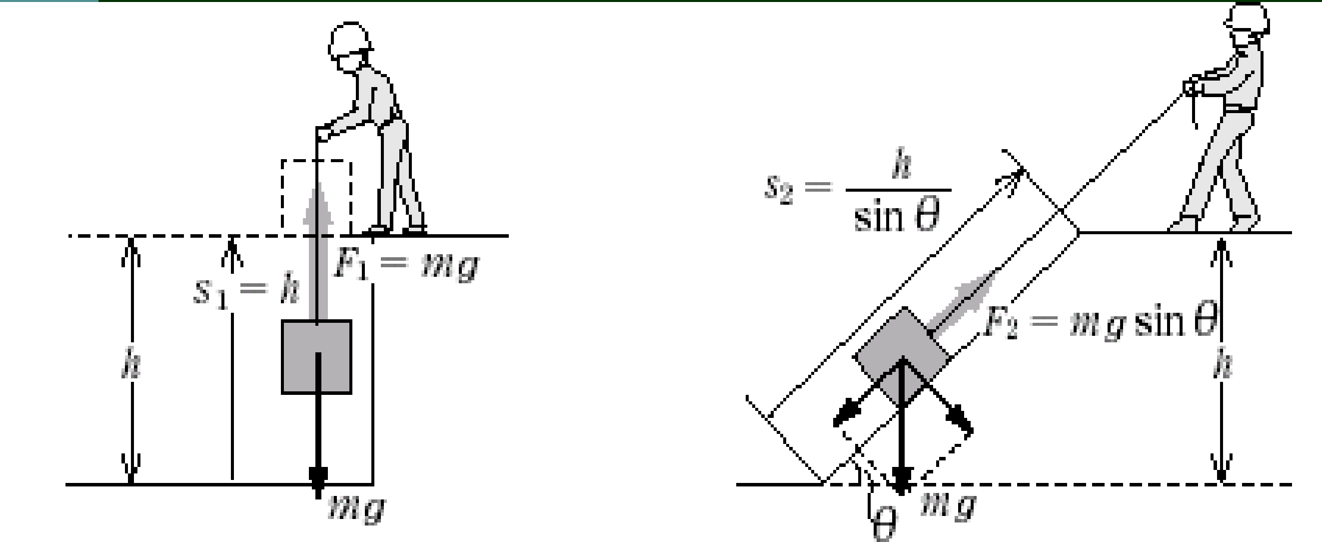
$$W = Fh = mgh$$

- 角度θの斜面を利用するとき

重力の斜面方向成分(-mg)sinθ

斜面の移動距離 $h/\sin\theta$

$$W = mg\sin\theta \times h/\sin\theta$$



仕事率(Power)

$$P = W/t \quad [W]$$

単位はW〔ワット〕

2. 運動エネルギーとポテンシャルエネルギー

- **エネルギー:仕事をする能力**

- 高さh持ち上げる(W＝mgh)

  手を離す⇒仕事mghをする能力
- 高さに関係するエネルギー:

  Potential Energy (mgh)

- **落下途中**:高さが減少

  ←エネルギーが減る？

落体の法則: v が増加

⇒運動エネルギー（$\frac{1}{2}mv^2$）

←なぜ？

運動方程式を詳細に調べる

- 運動方程式（$\boldsymbol{F}$= m$\boldsymbol{a}$ = m d$\boldsymbol{v}$/dt ）から
- 仕事Wは　　W＝∫$\boldsymbol{F}$ d$\boldsymbol{r}$
- $\boldsymbol{v}$=d$\boldsymbol{r}$/dt , $F=m(d\boldsymbol{v}/dt)$ なので

$$\boldsymbol{F}\mathrm{d}\boldsymbol{r} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{v}\mathrm{d}t = \mathrm{m}\ (\boldsymbol{v}\ \mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t)\ dt$$

$\boldsymbol{v}\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$ = ½ $\mathrm{d}(\boldsymbol{v}^2)/\mathrm{d}t$ を用いると

$$\frac{dx^2}{dt} = 2x\frac{dx}{dt}$$

$$W = \int_{to}^{t} \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2\right)dt = \int_{vo}^{v} d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m\,v_o{}^2$$

½m$\boldsymbol{v}^2$：運動エネルギー

t＝0の時の速度$\boldsymbol{v}_o$, $\boldsymbol{v}_o$＝0 なら　W　＝(1/2)m$\boldsymbol{v}^2$

落下運動の例: 運動方程式から考えてみよう ⇒ F = ma = - mg なので

- 運動方程式$F = m\,dv/dt = -mg$の両辺に$\boldsymbol{v}$を掛けて

$$\boldsymbol{vF} = m\boldsymbol{v}\,(d\boldsymbol{v}/dt) = -mgv$$

$$\tfrac{1}{2}m\,d(\boldsymbol{v}^2)/dt = -mg\,dz/dt$$

$$d(\tfrac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2) = d(-mgz)/dt$$

- 移項して整理

$$d(\tfrac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 + mgZ)/dt = 0$$

運動エネルギーとPotential エネルギーの和は保存される(**エネルギー保存則**)

例4.2　落下運動のエネルギー変化

- 質量mのボールを高さhから落下させる
  このときのエネルギー変化は？
- （1）t＝0でボールは高さ$z=h$ の位置
  U ＝ mgh　　K＝0 (v＝0なので)
- （2）落下からt秒後：　$v=gt$, $z=h-\frac{1}{2}gt^2$
  $U=mg(h-\frac{1}{2}gt^2)$,　$K=\frac{1}{2}m(gt)^2$
- (3)机に落下：　$v=gt=g\sqrt{2h/g}$, $z=0$
  U＝0,　K＝ $\frac{1}{2}mv^2$

U+K＝一定

今日のPoint

- （1）仕事（Work）：力Fを加えて物をS移動

$$W= F\cdot S = FS\cos\theta$$

(いくら力を加えても移動しなければ
仕事をしたことにならない）

結果をだせ！

- （2）**Energy**：仕事をする能力

（能力であって、仕事をするしないに無関係）

運動エネルギー $K=\frac{1}{2}mv^2$

ポテンシャルエネルギー $U=mgh$

- (3)エネルギー保存則　K＋U＝一定