基礎物理学Ｉ
-第11回：振動-

波動（Wave)

媒質：波を伝える物質
（媒質の各点は単振動）

1　単振動
2,3　1次元の波動
4,5　波動としての音と光

＜ Today's Point ＞

１．単振動の例
２．減衰
３．強制振動
４．共鳴（共振）

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

前回のまとめ:惑星の運動

ケプラーの3法則→万有引力

運動方程式＋初期条件→運動が決まる

惑星の運動方程式 $m\dfrac{d^2r}{dt^2} = -\dfrac{GmM}{r^2}$

（初期条件：太陽系生成時に決定）

角運動量保存則：L＝一定（*Kepler*②）

運動方程式を解く→「楕円軌道」: $r = \dfrac{r_o}{1+\varepsilon\cos(\theta)}$ (*Kepler*①)

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$ （*Kepler*③）

「波動」の例

著作権処理の都合で、この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

波動：波、音、光（電磁波）

波動現象の原理：通信、楽器、操船

各分野の測定装置：科学、検査、医療

波動で導入された概念は日常用語として使用

（干渉、共鳴、うなり、屈折、波長、偏向、減衰）

波動は力学の応用

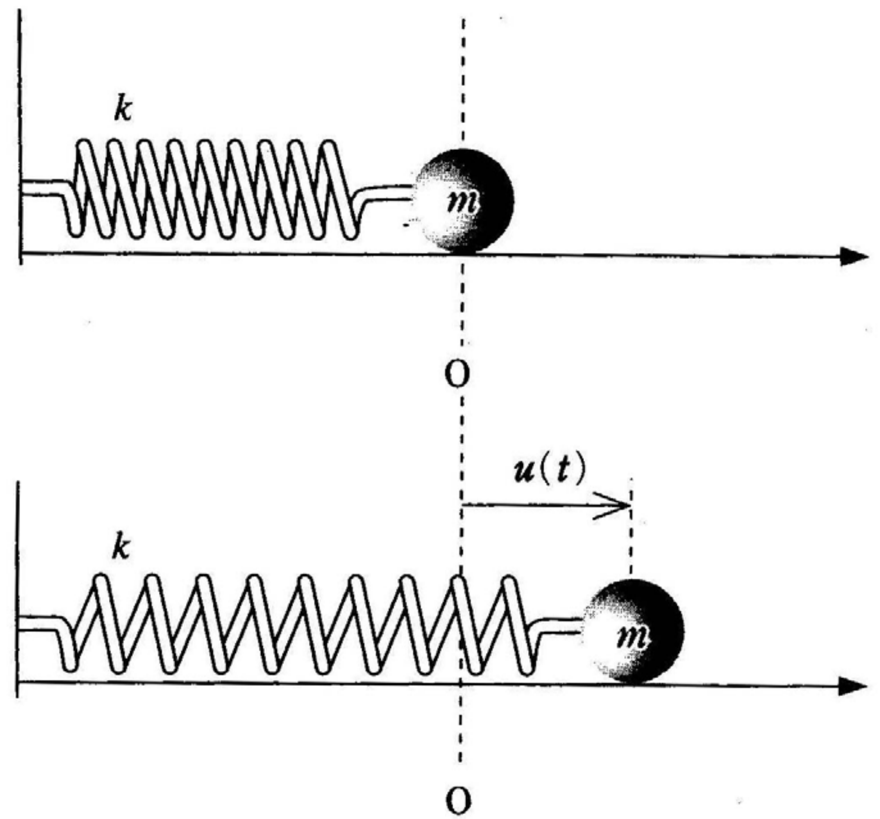
具体的現象（イメージ）　概念としての把握　数学的表現

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

復元力

単振動
のバネモデル

ー平衡位置ー
力の釣合った位置
(エネルギー最小)から
の微小変位
復元力:F
外力(外場)
ーバネモデル以外ー
平衡位置→？
変位→？
外力→？
置き換える



単振動の運動方程式と解(復習)

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0{}^2 x$$

解　$x = \alpha\sin(\omega_0 t + \varphi)$　　α：振幅、φ：初期位相

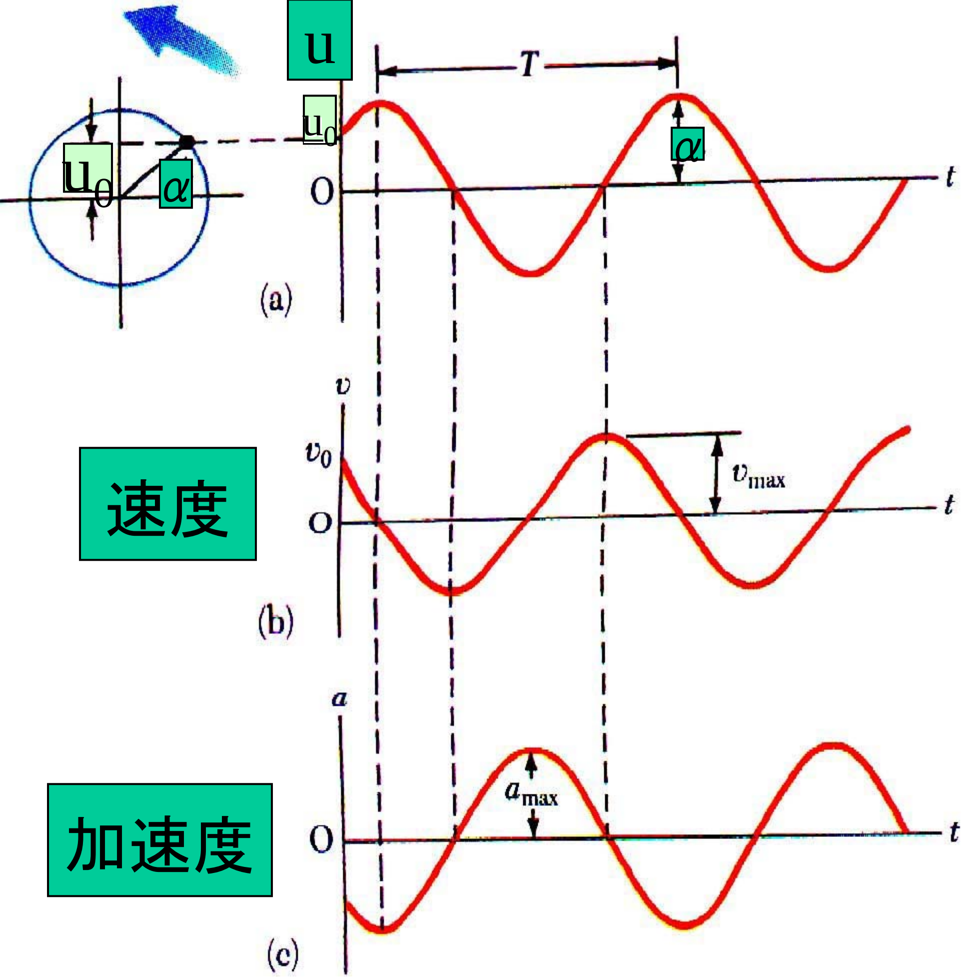
$$x = \alpha\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad , \quad x_0 = \alpha\sin\varphi$$

$\omega_0 \equiv \dfrac{2\pi}{T}$,　T :周期、　$\nu_0 \equiv \dfrac{1}{T}$:振動数

ー単振動の理解に必要な概念ー

初期条件→振幅と初期位相

方程式→周期(振動数・角振動数)



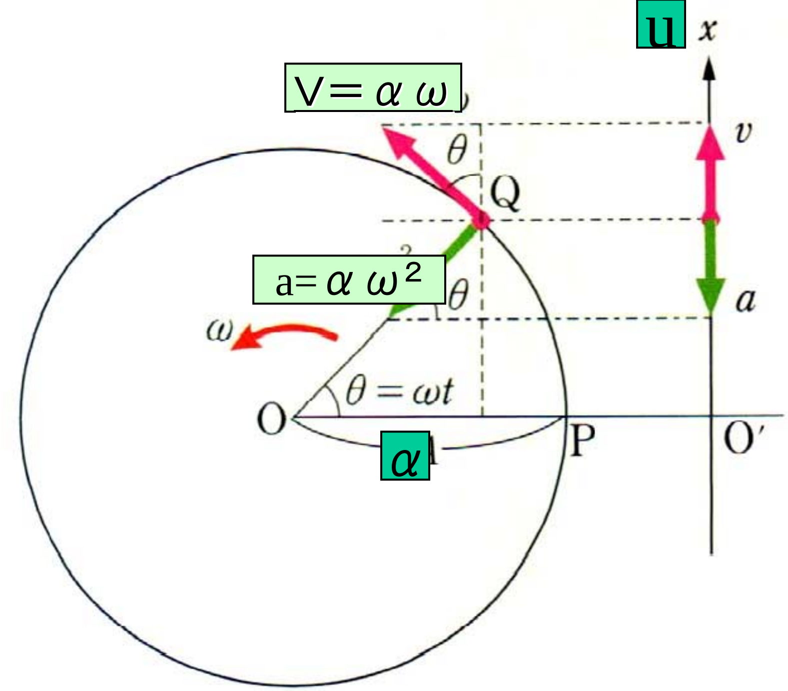
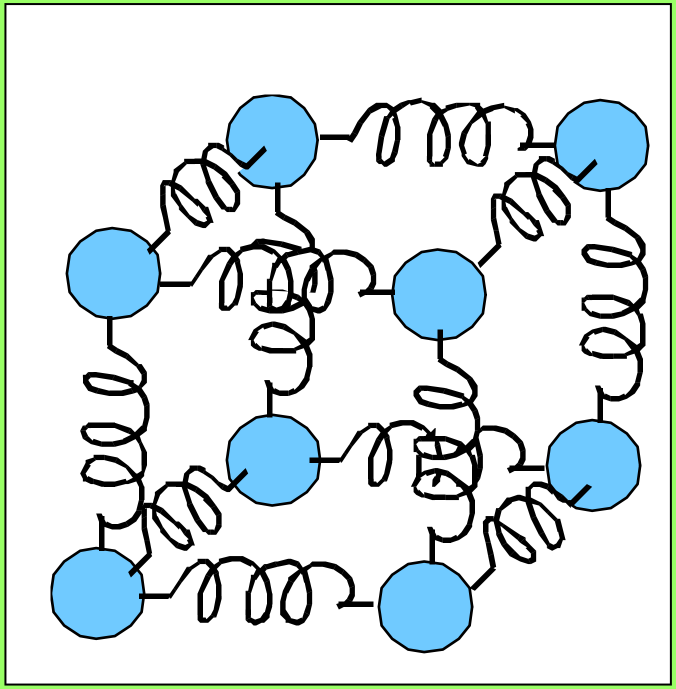


図８ 単振動の速度と加速度

単振動の速度と加速度

単振動の例ー自然界に一杯

- 円運動の射影
- 放物面上の球
- 単振子（柱時計の振り子、釣鐘）
- 音叉
- 結晶中の原子・分子の振動（時計）
- つり橋・建物等
- 電気回路の電流・電圧
- 化学振動
- 生命体中の周期運動

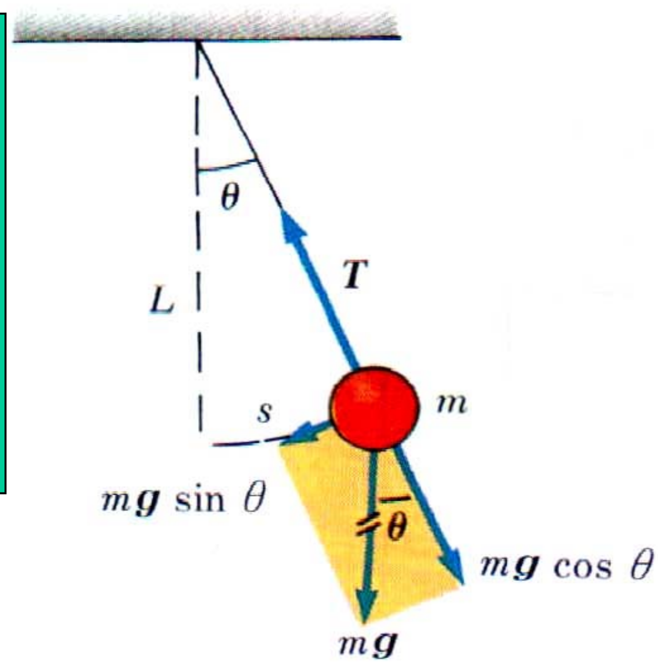


平衡状態からの微小変化:減衰、強制振動の対応現象

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
写真を省略させて頂きます。

釣り鐘

単振子

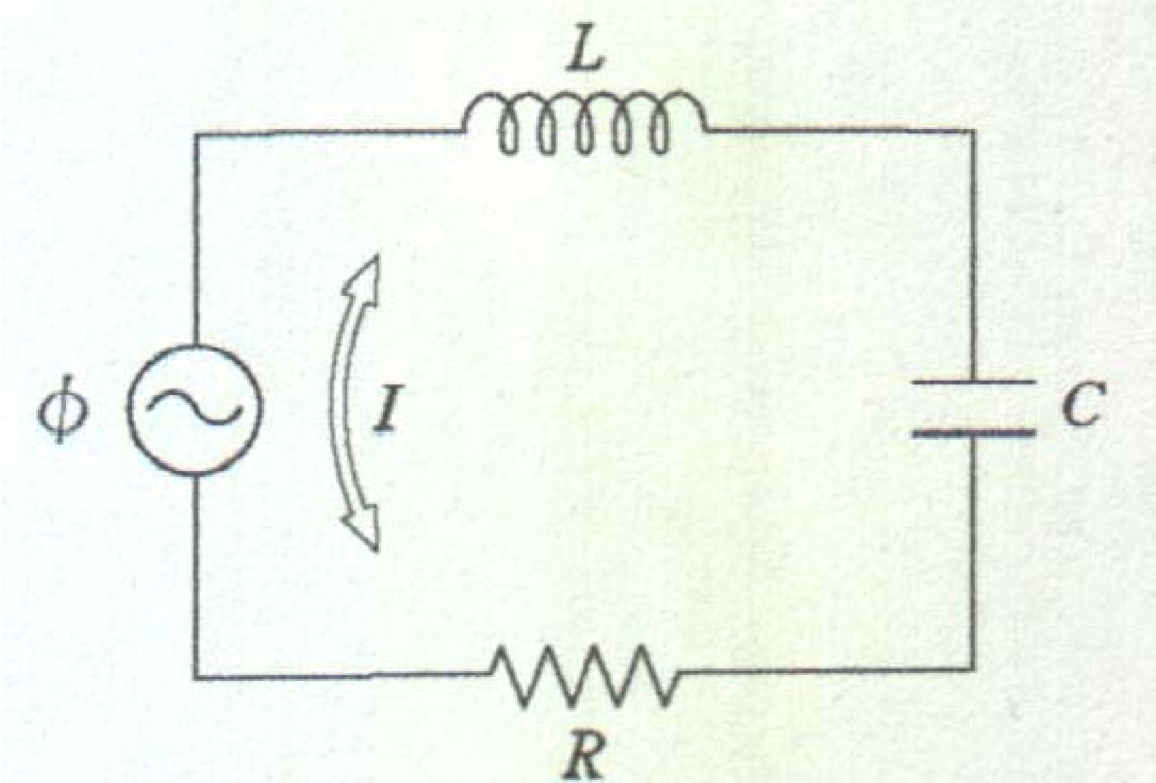


十津川の吊橋

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
写真を省略させて頂きます。

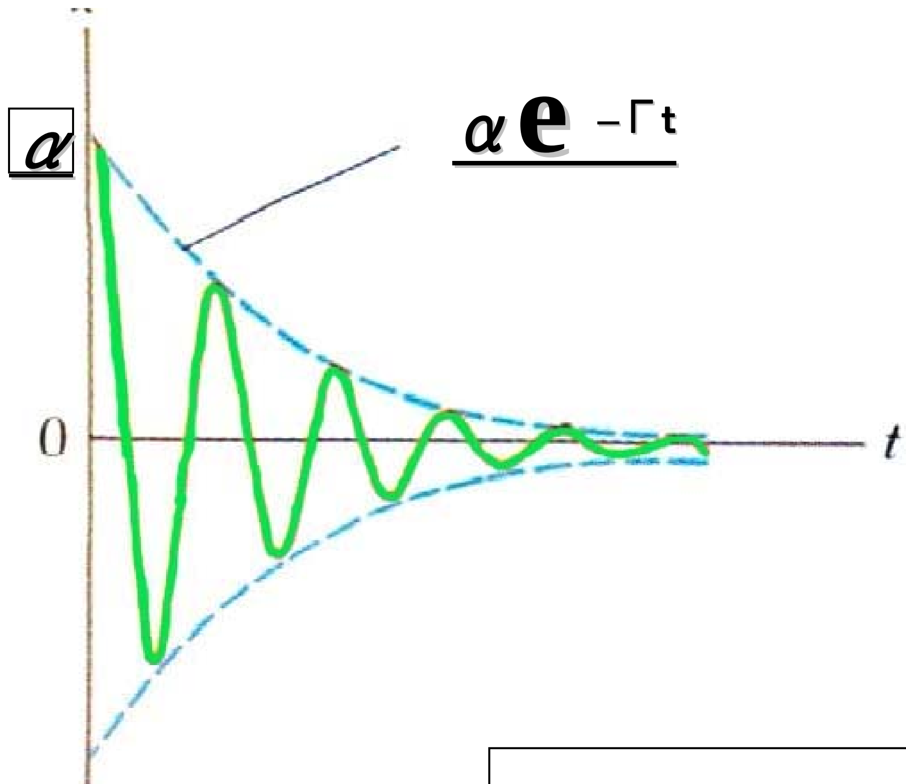
単振動の例

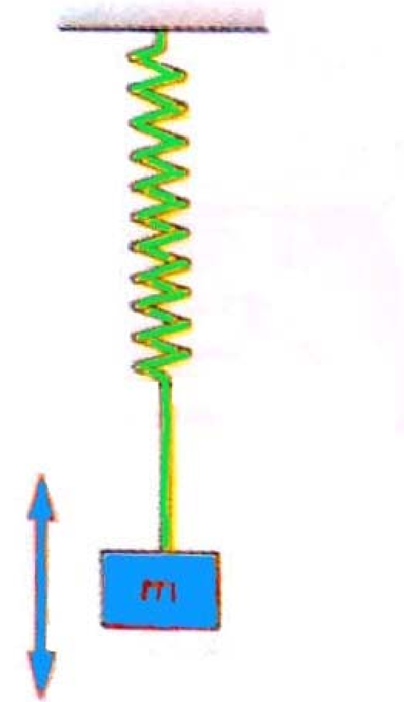
電気回路と振動の対応関係



$$L\frac{d^2Q(t)}{dt^2}+R\frac{dQ(t)}{dt}+\frac{Q(t)}{C}=\phi(t);\ Q(t);\text{電荷}$$

C:コンデンサー容量、R:電気抵抗
L:コイル・自己インダクタンス





減衰振動

水分子による摩擦　⇒　振幅が減衰
●抵抗が大きい場合：減衰するだけ

減 衰 振 動

$$m\frac{d^2u}{dt^2} = -ku - \gamma\frac{du}{dt} \quad (\Gamma \equiv \frac{\gamma}{2m}) \to \frac{d^2u}{dt^2} = -\omega_0{}^2u - 2\Gamma\frac{du}{dt}$$

解 $u = \alpha\,\mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi)$ $\left(\ \omega \equiv \sqrt{\omega_0{}^2 - \Gamma^2}\ \right)$は方程式を充たす

$$(-\omega_0{}^2)\frac{1}{\alpha}u = (-\omega_0{}^2)[\mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi)]$$

$$(-2\Gamma)\frac{1}{\alpha}\frac{du}{dt} = (-2\Gamma)[(-\Gamma)\mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi) + \omega\,\mathrm{e}^{-\Gamma t}\cos(\omega t + \varphi)]$$

$$\frac{1}{\alpha}\frac{d^2u}{dt^2} = [(-\Gamma)^2\mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi) + \omega(-2\Gamma)\mathrm{e}^{-\Gamma t}\cos(\omega t + \varphi) - \omega^2\mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi)]$$

減衰振動によるエネルギー: $E(t) = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2}kx^2$ の減衰

単位時間になされる仕事 $\frac{dE(t)}{dt} = -\gamma\left(\frac{dx}{dt}\right)\left(\frac{dx}{dt}\right) < 0$

数学的に解が厳密に解ける

強制振動

$$m\frac{d^2u}{dt^2} = -ku - \gamma\frac{du}{dt} + F\sin(\omega t)$$

$$\rightarrow \frac{d^2u}{dt^2} = -\omega_0{}^2 u - 2\Gamma\frac{du}{dt} + f\sin(\omega t)$$

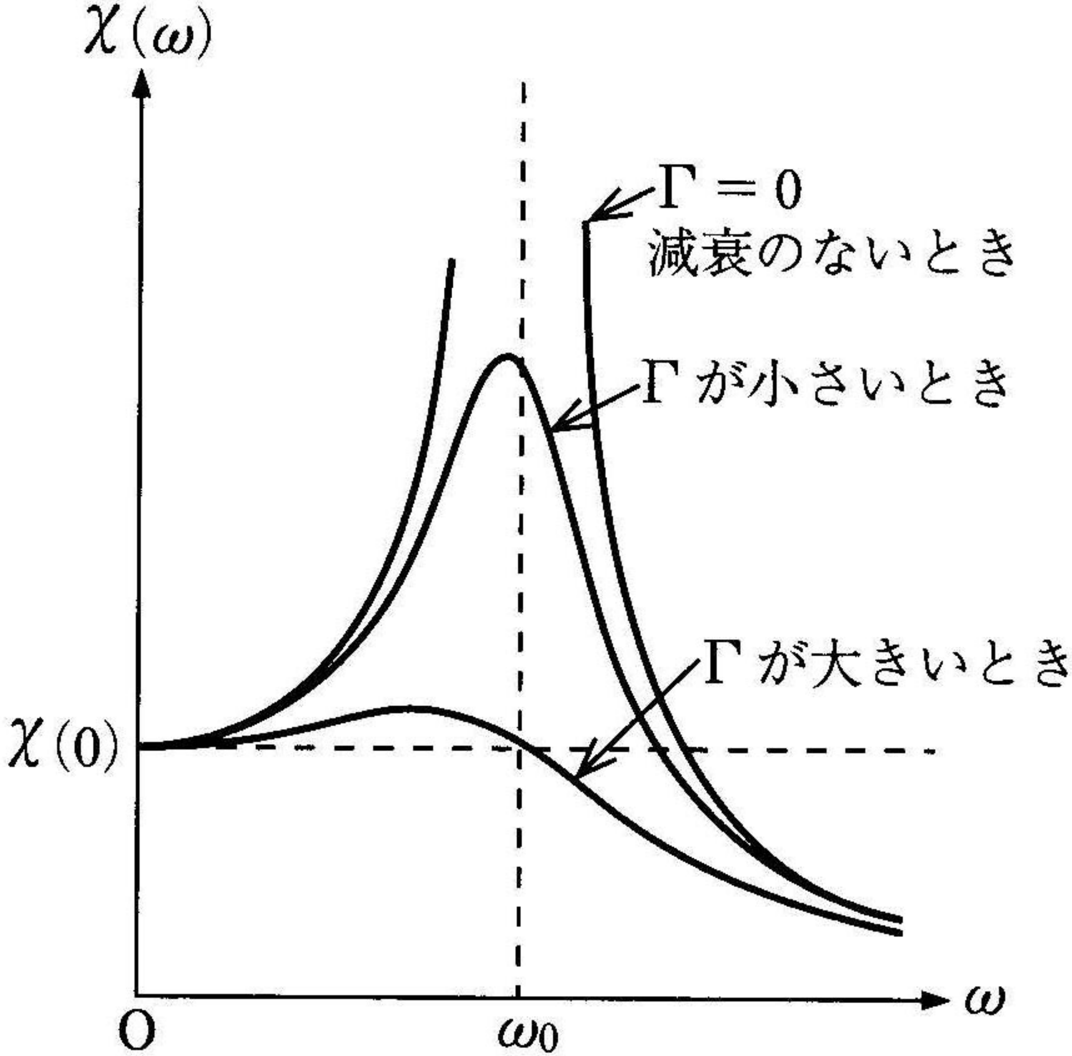
$u = \alpha\, \mathrm{e}^{-\Gamma t}\sin(\omega t + \varphi)$(減衰振動) ＋ 強制振動解

$$+\chi_{\mathrm{R}}(\omega) f\sin(\omega t);\ \chi_{\mathrm{R}}(\omega) \equiv \frac{(\omega_0{}^2 - \omega^2)}{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (2\Gamma\omega)^2}$$

$$-\chi_{\mathrm{I}}(\omega) f\cos(\omega t);\ \chi_{\mathrm{I}}(\omega) \equiv \frac{2\Gamma\omega}{(\omega_0{}^2 - \omega^2)^2 + (2\Gamma\omega)^2}$$

ラジオやTVのチューニングに応用

共鳴・共振



振動数が一致すると大きな応答

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

共鳴

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。

人の歩行

人がこぐ

演奏する

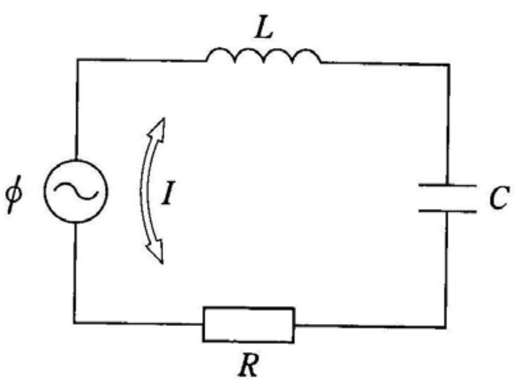
強制振動と共振の例

電気的信号

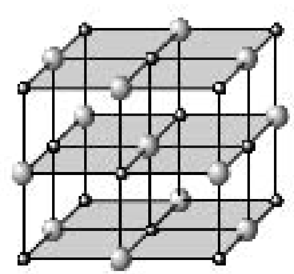
人が押す

振動電場

弦の振動



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。
(http://www.nhk.or.jp/special/libraly/04/l0001/l0118.html)

十勝沖地震

長期的地震動（周期2秒以上）の発生。M8以上で特に強く発生。
深い岩盤上に柔らかい堆積物のたまったすり鉢状地下構造で増幅

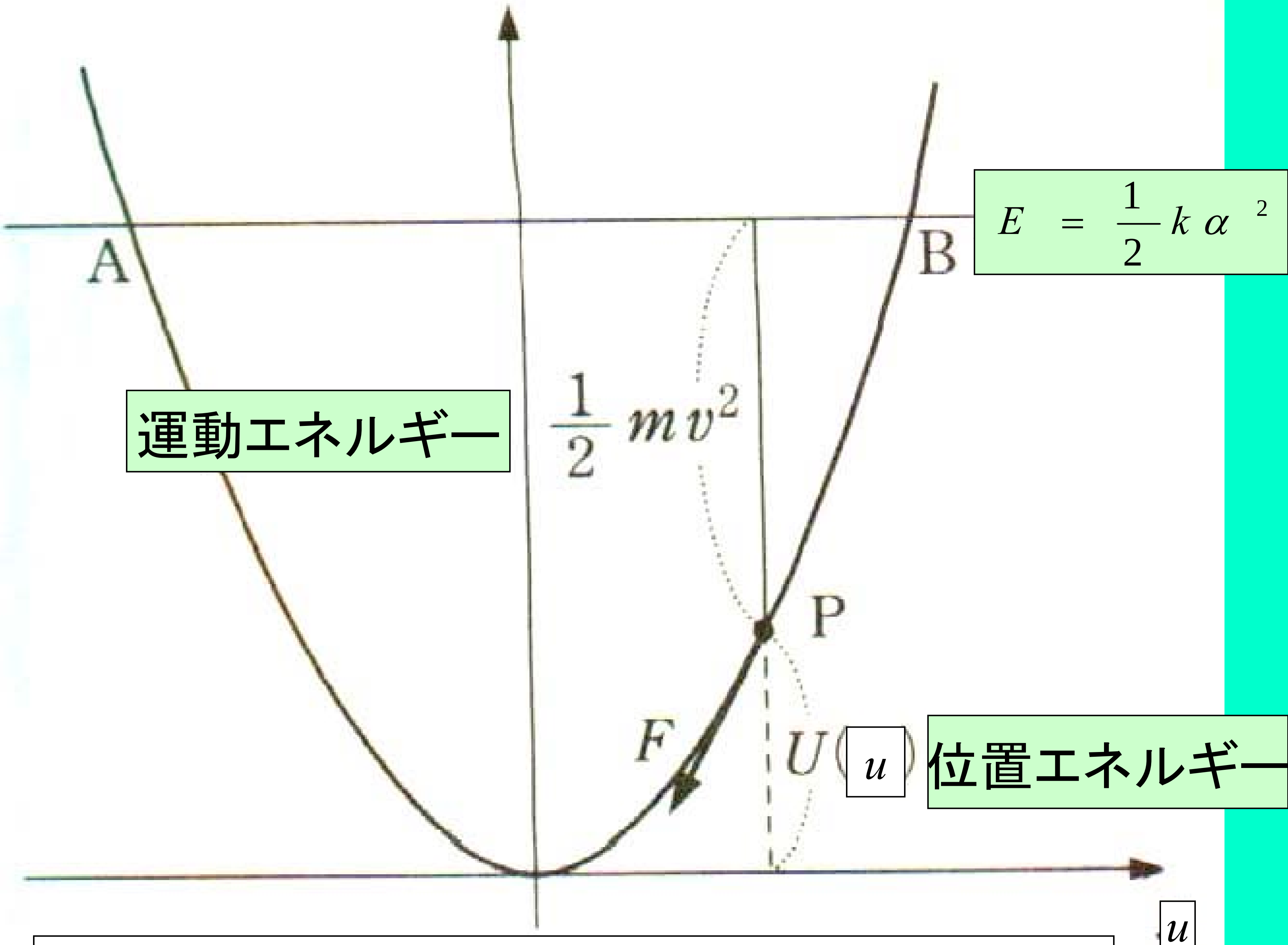
構造物にはある特定の周期の揺れに対して共振する。大きい構造物ほど周期が長い（ω_0大）
この際に石油の液面が大きく上下（スロッシング液面揺動）。NHKHP 2004:1. 18放送

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させて頂きます。
(http://www.nhk.or.jp/special/libraly/04/l0001/l0118.html)

強風下でのタコマ橋の崩壊ー共鳴現象

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「タコマ橋」の図を省略させて頂きます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「タコマ橋の崩壊」の図を省略させて頂きます。



単振動の有するエネルギー