



基礎物理学1

Basic Physics 1 Course

はじめに – 講義ガイダンス、すすめ方

- 授業 : 講義、デモ実験、小テスト
力学(7回)、惑星の運動(2回)、波動(5回)

○Hu-Web: 授業のパワーポイント、小テストの解答、連絡、質問など (前年度の授業の録画が見れます。ただし、学内からのアクセスに限定)

<http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html>

■ 授業

N304 (Class 46, 47)

物理学とは何か？

■ 私たちの住む自然の仕組みは？

（人類としての知的好奇心、文化）

■ 21世紀：高度な科学技術社会

北大生として、日本の未来をリードするための
科学的素養

■ 高校で履修しなかったのに必要？

答：必要です。現代の先端の問題解決
に物理的なものの考え方が大事

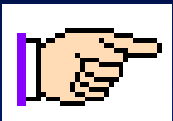
■ 単位は取れますか？

答：大丈夫です。授業、演習、予習復習をきちんと。

物理を作った人々



勉強のしかた



- 教科書：「大学物理への招待」
(北海道物理学教育研究会：学術図書)
- 予習：教科書を読む、Hu-webを利用
- 復習：例題、章末の演習問題を解く
- 図書館：教材Video — MECHANICAL
UNIVERSE
- 授業：1章を講義2回のペース
(第1章は導入のための章)

第一部：力学編

■ 力学？一物の運動のルール

私たちの身の回りの物：どのような法則に従って運動？

■ 規則的に繰り返す運動：星の運動（なぜ？一法則性）

■ テニス、サッカー、野球→ボールがでたらめな運動なら試合にならない。

■ Galileo(16C)、Newton(17C)が体系化！

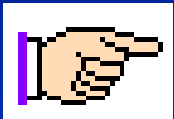
初めて自然の仕組みをより良く理解

● 20C：量子力学が発展－現代科学の基礎

ここで学ぶ力学：古典力学。

自然記述の本質にふれる一般性。

力学は物理学の基礎



第1章 運動の表し方

§ 1. 物はなぜ落ちる？

そんなことは当たり前……本当？ なぜ？

物は下に落ちる ← 事実だ！

なぜ？ → 重いから？ → 重い物ほど速く落ちる？



→ 高い所にあるから？ → 月はなぜ落ちない？

Newtonの命題

「林檎は落ちるのになぜ月は？」

■ よく考えると分かったようで？

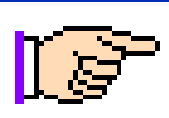
Newton以前の考え



- 古代ギリシャのAristotle (BC384–332)
運動の速さは力に比例、力がないと停止
重いものほど早く落下



- 「羽根」と「石」： 重い石が早く落ちる！
でも、、、と、Galileo (1564–1642)は考えた。
それは抵抗によるためで、本質ではない。

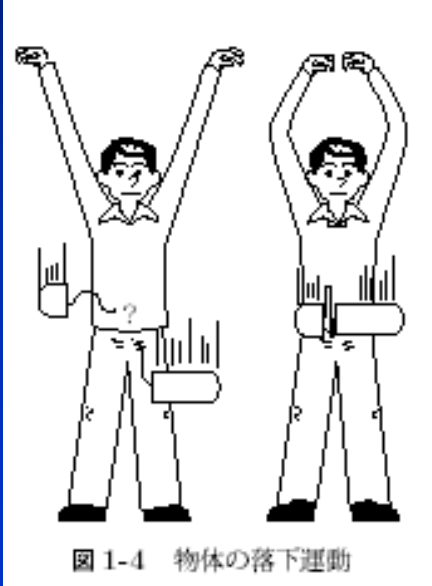


実験で検証をしよう！ →ピサの斜塔



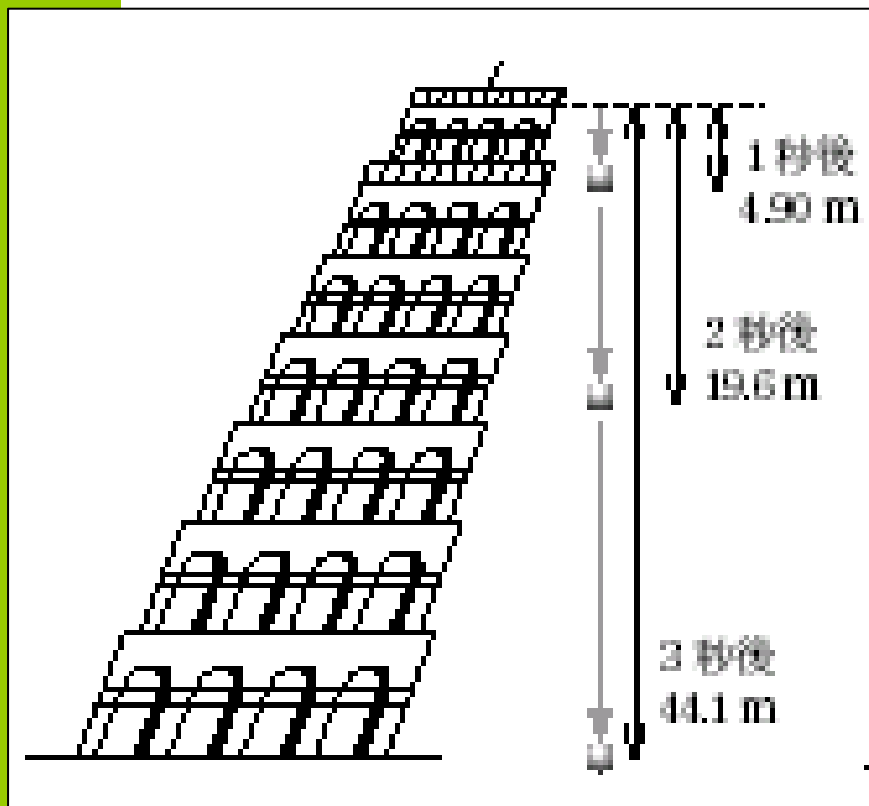
Galileoの実験

- 物はどのように落下するか？
重いものと軽いものは？



思考実験：

重いボールと軽いボールの実験
二つを細い糸で結んで実験したら？
**重いものが速く落ちるのなら、
糸が切れる！**



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
画像を省略させていただきます。

落下実験



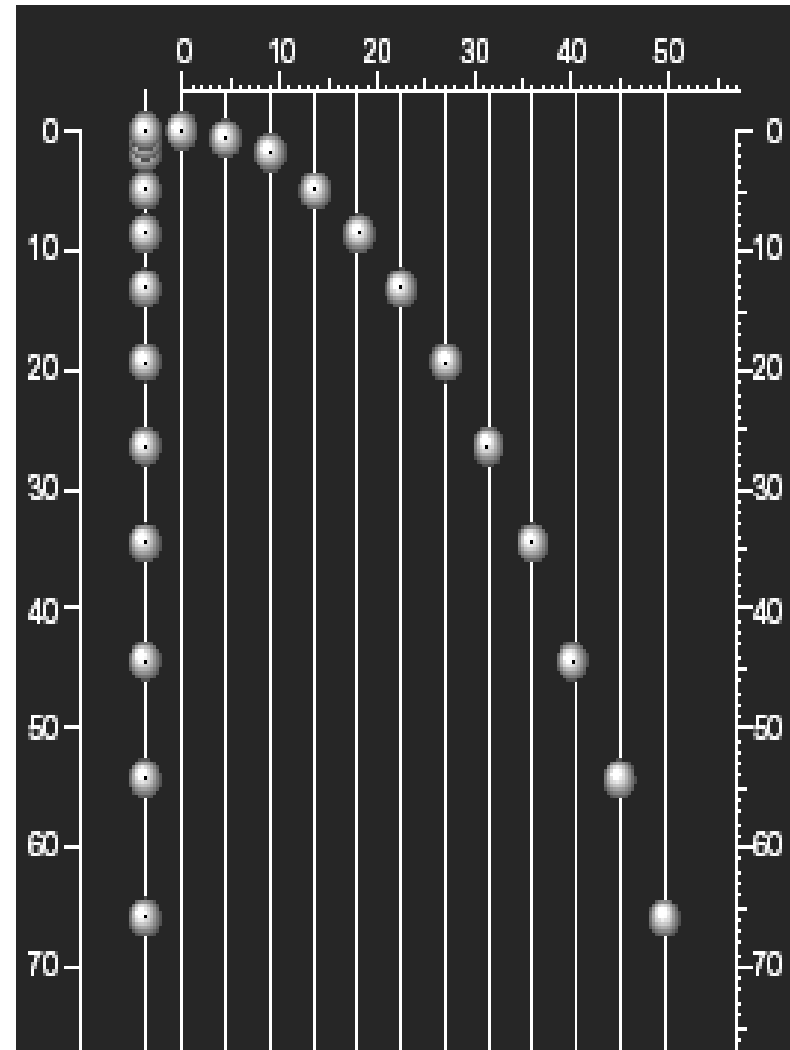
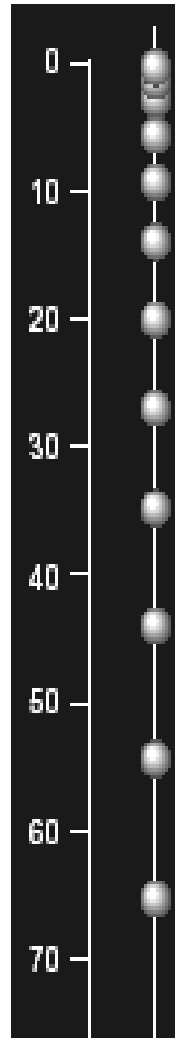
- ボール: 速さは段々速くなっている。
- 真下に落下
- 横に投げたときの落下

落下距離は同じ。

落下は同じ法則による

落下実験の結果

- 等間隔で光を当てたストロボ写真
- 重いものも軽いもの落下は同時
- 落下の速さ(スピード)は速くなる。
- 速さ=距離÷時間
$$v = h / t$$



落下運動のまとめ

- ❁ 重いものも軽いもの：同時に落下
- ❁ 落下の速さは重さに無関係
確かに物は下に落ちる
落下と共に 速さは増加
- ❁ では、(法則が何かを考える前に)
落下スピードはどのように変化して
いるだろうか？

続きは来週





基礎物理学1

— 第2回 —

今日のテーマ

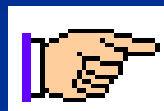
- 落体の法則
- 直線上(1次元)の運動
- 速さ、加速度の表し方



先週の復習

- 物は、なぜ(Why)下に落ちるのか？
どのように(How)落下しているか？
 - (1) 落下の速さは重さに関係しない
 - (2) 落下の速さはだんだん速くなる。

$$v \propto t$$



$$v = g t$$

でも、落下は速すぎ、観測が難しい。
何か工夫を？

Galileoの斜面の運動

- Galileoのアイデア

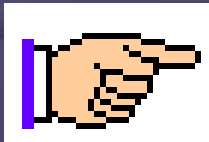
斜面を利用して運動を遅くする⇒正確に観測

- 速度計(スピードガン)がない⇒速さ v の関係を距離 h に

- [距離]=[速さ]×[時間]

$$h = \langle v \rangle t$$

$$v = g t$$



©IMSS - Firenze

フィレンツェ博物館 HP

<http://brunelleschi.imss.fi.it/museum/esim.asp?c=404013>

IV.13 Inclined plane



制限資料

$$h \propto t^2$$

斜面の実験

1秒毎の進む距離は、

1, 3, 5, 7



スタート地点からの距離にすると

1, 4, 9, 25...

斜面では $h \propto t^2$
傾斜角を増しても同じ



角度90° でもOK!
真下に落下の時も成立

落体の法則

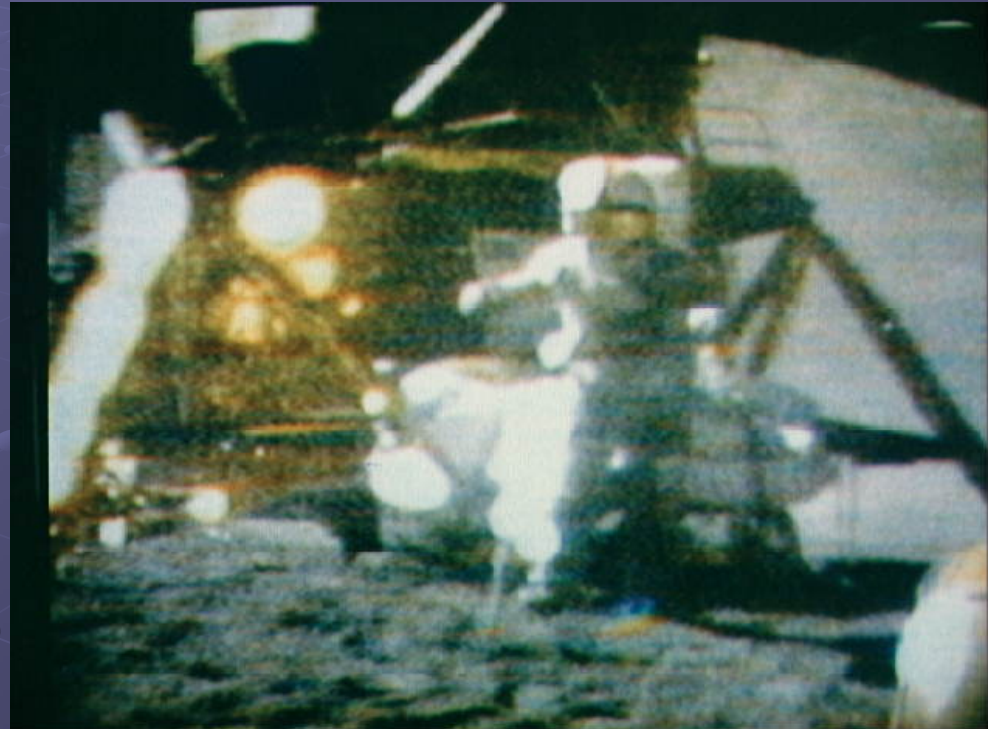
- 高い所から静かに落下
- 実験から

$$v = g t$$

$$h = (1/2)g t^2$$

- 観察⇒ひらめき⇒検証
(研究のプロトタイプ)

- 注意点
上の式に質量 m がない



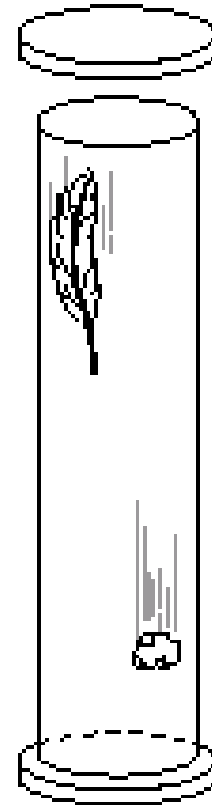
<http://science.ksc.nasa.gov/mirrors/images/images/pao/AS15/10075755.jpg>

でも、現実には抵抗があるのでしょうか！

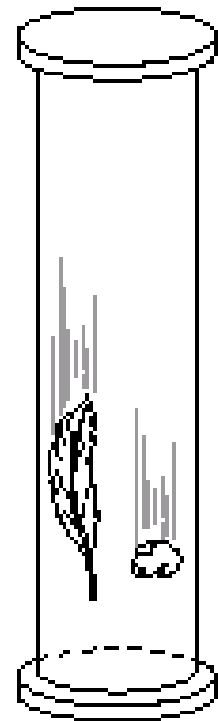
空気による抵抗がないとき 真空落下実験

- 羽根とボールは本当に同時に落ちるか？

ガラス柱の中の空気(酸素分子と窒素分子)をポンプで排気して真空にしてみます。

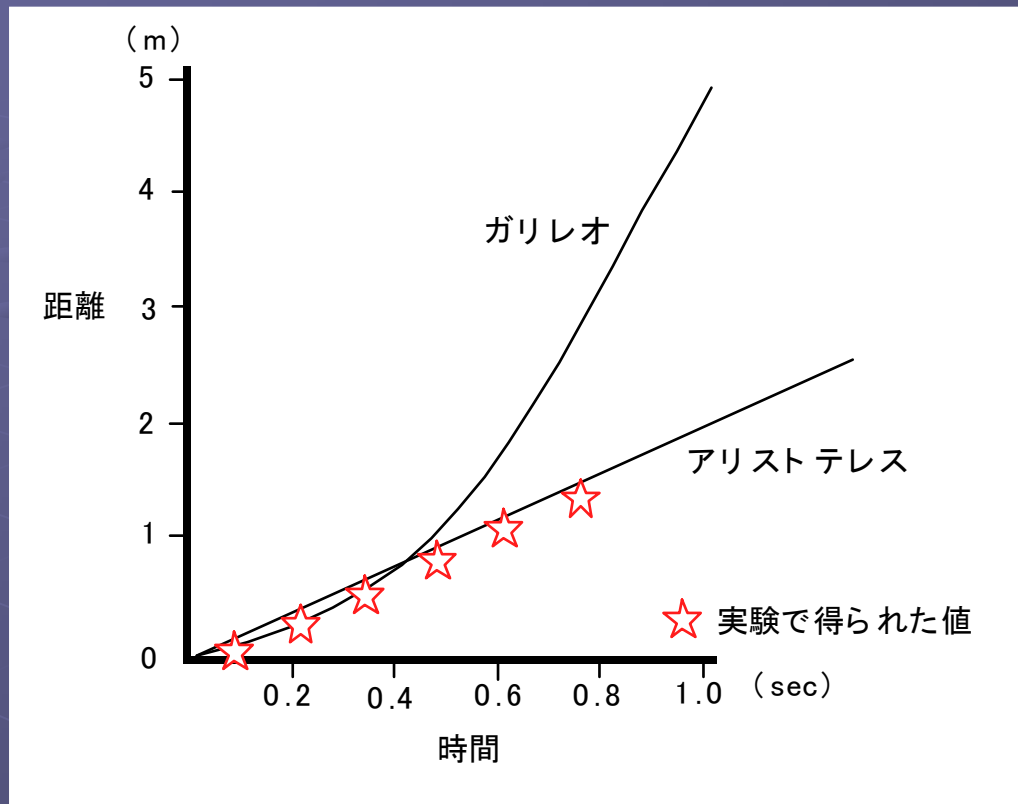


(a) 空気中



(b) 真空中

アリストテレスとガリレオ



アリストテレス: 速度は常に一定。重さとともに速度は増加する。
ガリレオ: 速度は時間とともに増加。速度は重さによらず一定。

実際の実験では: 媒体(空気など)によって異なる。アリストテレスもガリレオも条件次第で正しい。

直線上の運動－速さと加速度

- 速さの定義

[速さ] = [進んだ距離] ÷ [かかった時間]

- 直線上の時刻 t_A にA点 (x_A) から出発し、B点 (x_B) へ t_B に到着した:

速さ (Velocity)

$$v = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A}$$

速さが速くなったり遅くなる時：
時間の間隔があまり長いと不正確！

- 短い時間 Δt で考えよう
- その間の位置の変化

$$\Delta X = x_B - x_A$$

- そうすると

$$V = \Delta X / \Delta t$$

- Δt を短くしたほうが、、、

これは数学の微分！

$$V = dX / dt$$



速度

速さを加速、または、減速：
このような運動を表す \Rightarrow 加速度 a

● 加速度： v の時間変化

● $a = dv / dt$

● $t-v$ のグラフを描くと、
 a は各点の接線(傾き)



加速度

v と a の関係は？

$v = dX / dt$ だから $\Rightarrow a = dv / dt = d^2X / dt^2$

微分と積分 (使うと便利！)

● 微分と積分は逆の関係

微分は傾き(接線)

積分は面積

● v - t グラフ

速さ \times 時間 \Rightarrow 進んだ距離(面積)

距離、速さ、加速度の関係

- 距離－(微分)→速さ
- 速さ－(微分)→加速度
- 加速度－(積分)→速さ
- 速さ－(積分)→距離

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$v = \int a \, dt, \quad x = \int v \, dt = \iint a \, dt^2$$

運動は速度と加速度で表される。
微分や積分を使うと、
運動を表すのが簡単

今日のPOINT

- 落体の法則

$$v = g t, \quad h = (1/2) g t^2$$

- 速さ v

$$v = dx / dt$$

- 加速度 a

$$a = dv / dt = d^2x / dt^2$$

- 落体の法則に適用すると

高さ h が落下方向の
距離なので

$$\begin{aligned} v &= dh / dt \\ &= d\{(1/2)gt^2\} / dt \end{aligned}$$

$$v = g t$$

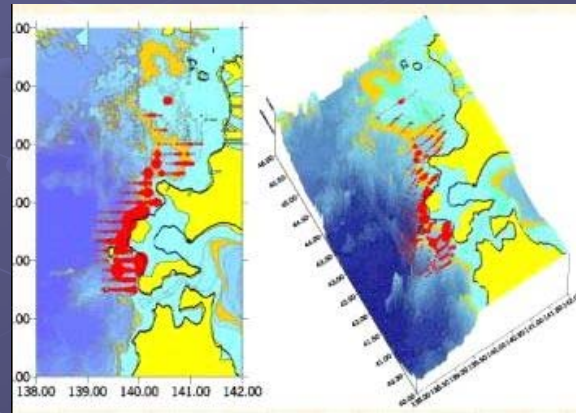
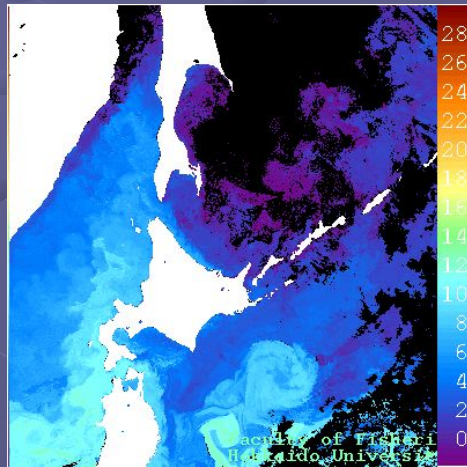
また、落下運動の加速度
は

$$a = dv / dt = g$$

(定数 g は加速度！)

物理は科学研究の基礎

● 21世紀に挑戦 (Be Ambitious !)



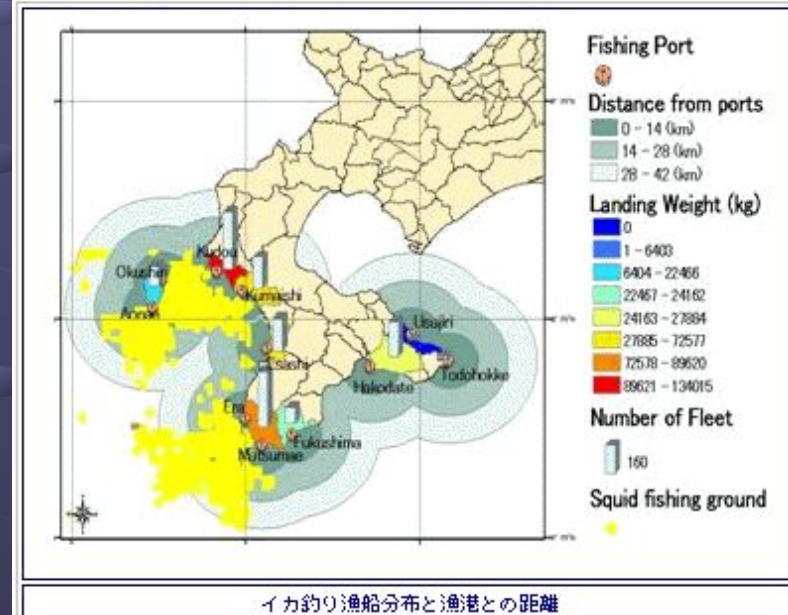
北海道大学大学院水産科学院

制限資料

Come Back Herring !

- ▶ 海洋GIS*と衛星マルチセンサーリモートセンシングの統合研究分野
- ・衛星RS、音響RS、直接観測による多次元計測手法の開発
 - ・資源と環境との関係の可視化に関する基礎研究
 - ・HF海洋レーザ、衛星リモートセンシングによる沿岸域管理システムの開発

※GIS : Geographical Information System 地理情報システム



例題1 地上1kmで雨粒が静かに落下を始めた。地上での速さは？

- 落下距離の式から ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)
$$h = (1/2)g t^2 = 1000 \text{ m}$$
$$t^2 = 2 \times 1000\text{m} / 9.8\text{m/s}^2 = 204.08 \text{ s}^2$$
$$t = 14.3 \text{ s} \quad \leftarrow \text{雨粒は地上まで14.3秒かかる}$$
- その時の速さ v は
$$v = gt = 9.8 \text{ m/s}^2 \times 14.3 \text{ s} = 140 \text{ m/s}$$

時速になおすと($1\text{h} = 3600 \text{ s}$)、 $140 \times 3600 = 504\text{km/h}$
- **新幹線よりも速いスピード！** \leftarrow そんなことはない！

空気の抵抗があるとしたら、どうなる？

空気抵抗を考える必要がある時

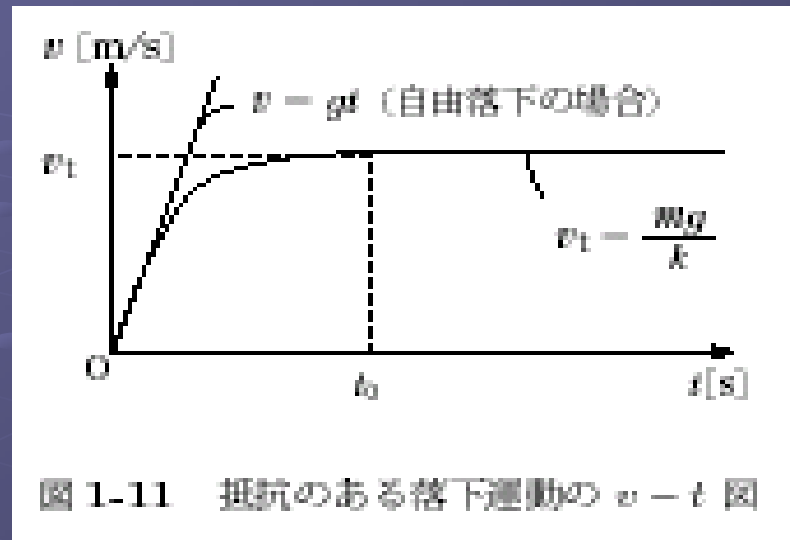
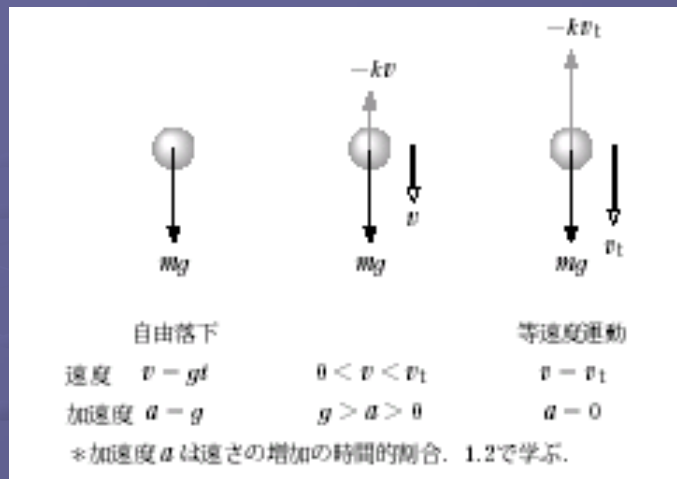


図 1-11 抵抗のある落下運動の $v-t$ 図

空気により、雨粒は速さ(v)に比例した抵抗力を受ける
落下中:

落下させようとする力(mg)=摩擦力($k v$)

$$mg = k v_t$$

したがって、 $v_t = mg / k$

計算すると、 $v_t = 8.9 \text{ m/s}$ (100mを11.2秒)

基礎物理1

— 第3回 —

今日のポイント

- 2次元、3次元の運動の
表し方
- 投げたボールの運動

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

先週のまとめ

■ 落体の法則

$$v = g t \quad (g = 9.8 \text{ m/s}^2)$$

$$h = (1/2) g t^2$$

■ 速さ、加速度の表し方

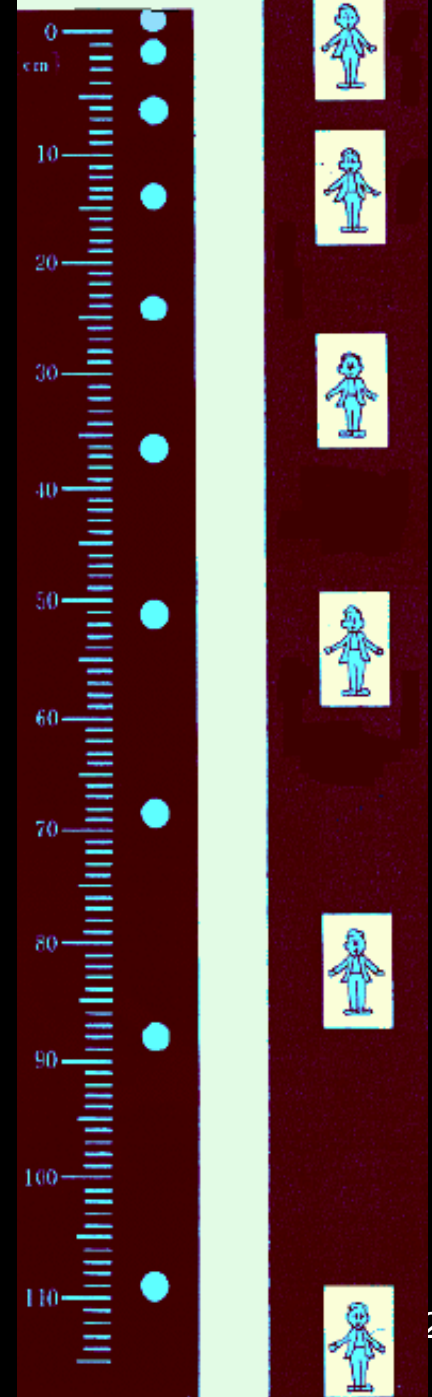
速さ $v = d X / dt$

加速度 $a = d v / dt$

■ 積分を使うと

$$v = \int_0^t a dt$$

$$x = \int_0^t v dt$$



§ 5 二次元、三次元の運動

- これまで : 直線上(1次元)の運動

位置、速さ、加速度で運動を表す。

- 一般に、平面(2次元)、空間(3次元)の運動は？

平面(2次元): xy 座標系で 位置 $\mathbf{r} = (x, y)$

空間(3次元): xyz 座標系で 位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$

速さは「大きさ」と「方向」をもつ

⇒ **速度** (velocity) $\mathbf{v} = d\mathbf{r} / dt$

加速度 (acceleration) \mathbf{a} : $\mathbf{a} = d\mathbf{v} / dt$

位置 r 、速度 v 、加速度 a :
「大きさ」と「方向」をもつ \Rightarrow ベクトル
成分で表すと

- $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$

$$= (dX/dt, dY/dt, dZ/dt)$$

- $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$

$$= d\mathbf{V}/dt$$

$$= (dV_x/dt, dV_y/dt, dV_z/dt)$$

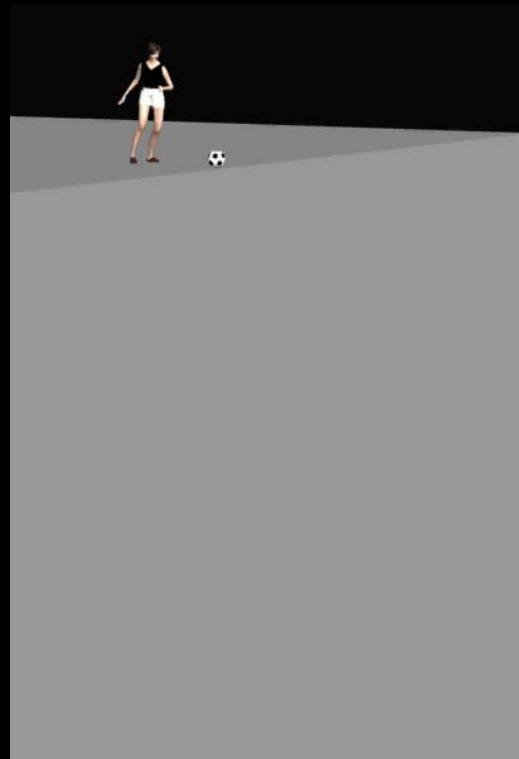
§ 6 投げたボールの運動

- ボールやスペースシャトルはどのような軌跡を描いて飛ぶだろうか？

- 丘の上からボールを投げる(ける)と？

ボールの運動 \Rightarrow 平面内直線的に落ちる落下運動と違う。

下(垂直方向)と
横(水平方向)も！



ボールの運動は？

まず、よく観察しよう ⇒ 実験1



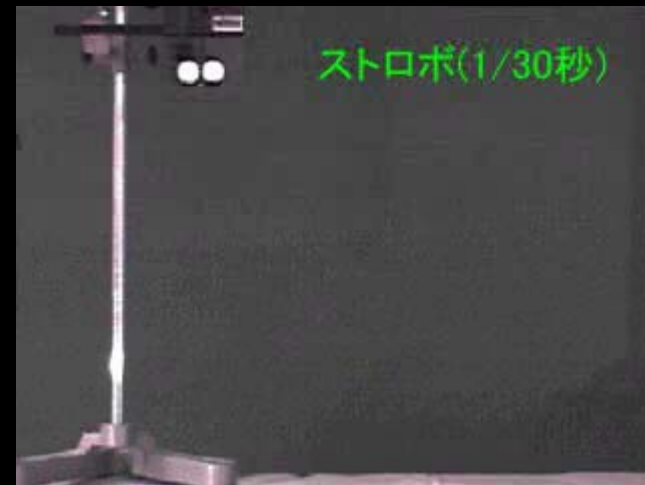
- ボールはどう落ちる？
ストロボ写真で調べよう

- 落下とどこが違うのか？

落下距離は：⇒ 同じ

横の距離は：⇒ 違う

- 横方向の運動：
どのように違う？



平面の運動は複雑？ —Galileoのアイデア—

- 水平方向(x軸)と鉛直方向(y軸)の二つの運動に分解

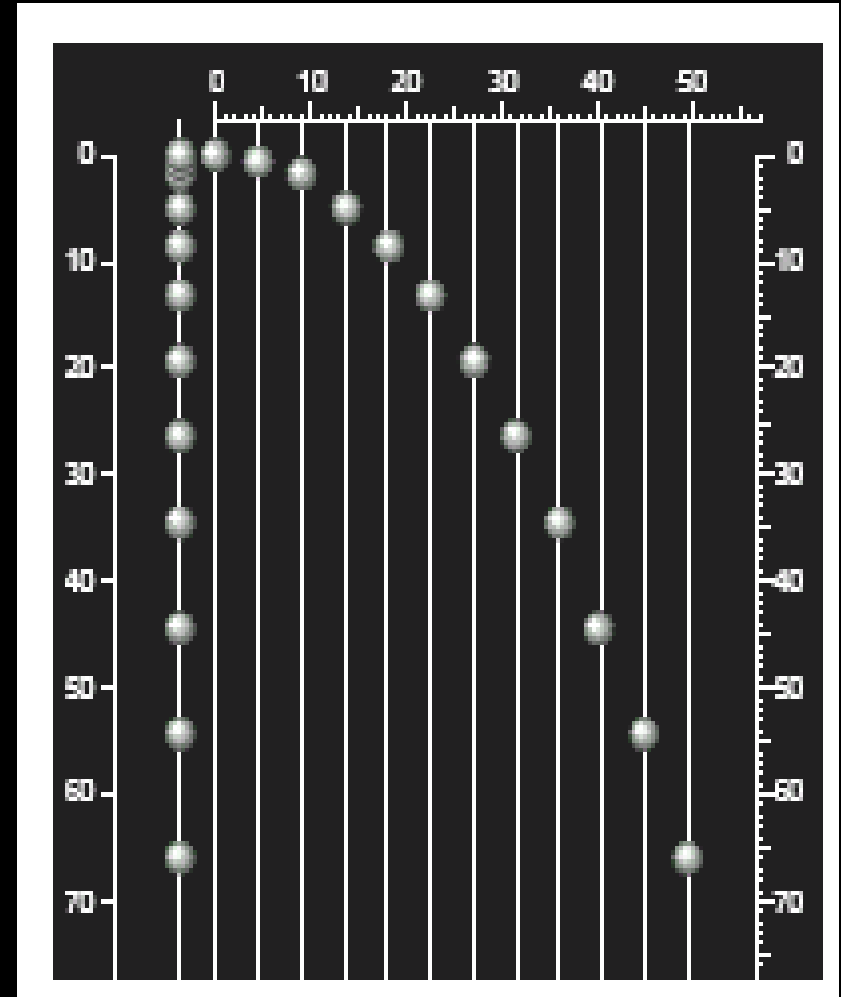
- 鉛直方向:「落体の法則」に従う

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

- 水平方向:同じ速度(V_0)で運動

$$x = V_0 t$$

●これだとよく実験を再現



道筋(軌跡)はどのような曲線？

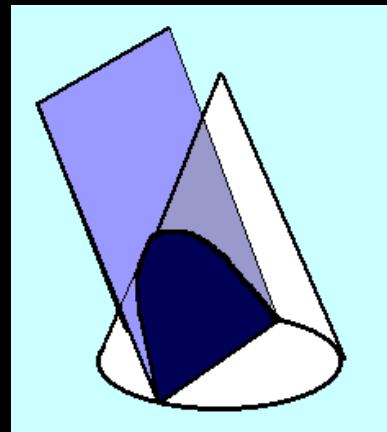
- 二つの式から t を消去

$t = x / v_0$ を 代入

$$y = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} g (x / v_0)^2 \\ = k x^2$$

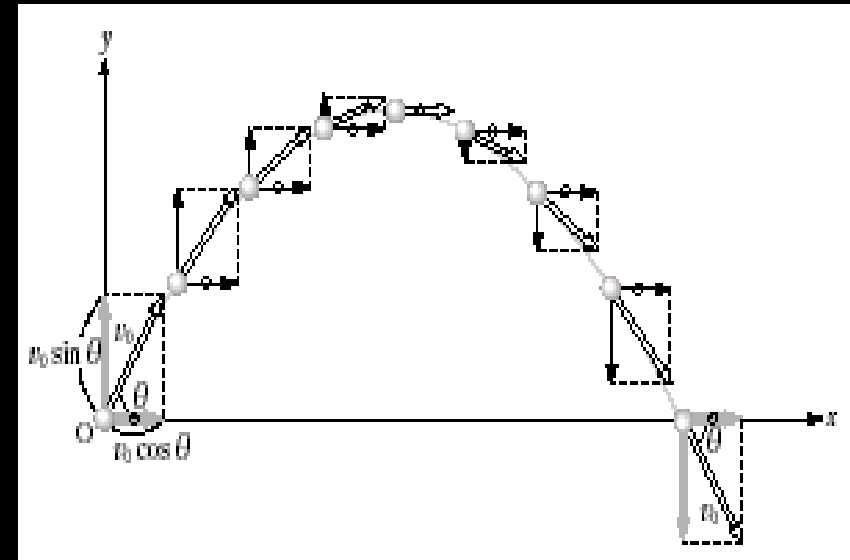
ただし、 $k = \frac{1}{2} g (1/v_0)^2$

- この美しい関数 → **放物線**
ボールは放物線を描きながら
落下！
 v_0 を大きくすれば、遠くまで届く



ボールを投げ上げるときはー応用問題ー

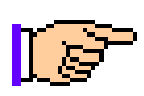
- ボールを角度 θ で投げ上げる場合を考えよう
- 投げる方向: x 軸 \rightarrow
 $V_0 \cos \theta$ の一定速度で運動
- 垂直方向: y 軸 \rightarrow
初速度 $V_0 \sin \theta$ + 加速度 g で落体の法則に従う。



Galileoの運動の分解法で考えてみよう！

■ x 軸方向: $V_0 \cos\theta$

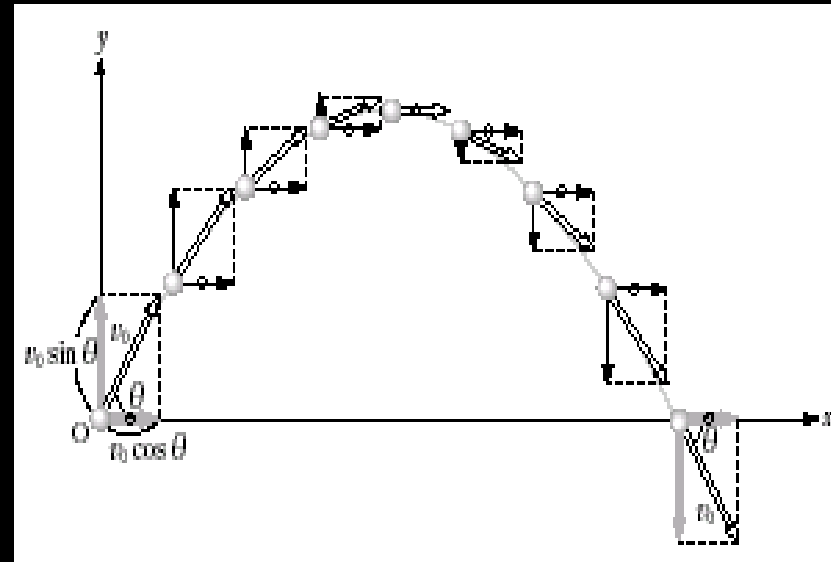
$$x = \int V_0 \cos\theta \, dt = (V_0 \cos\theta) t$$



y 軸方向: 重力による加速度($-g$)

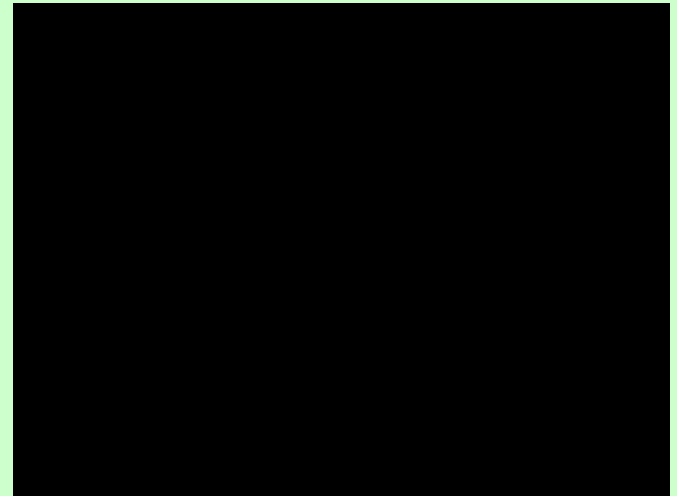
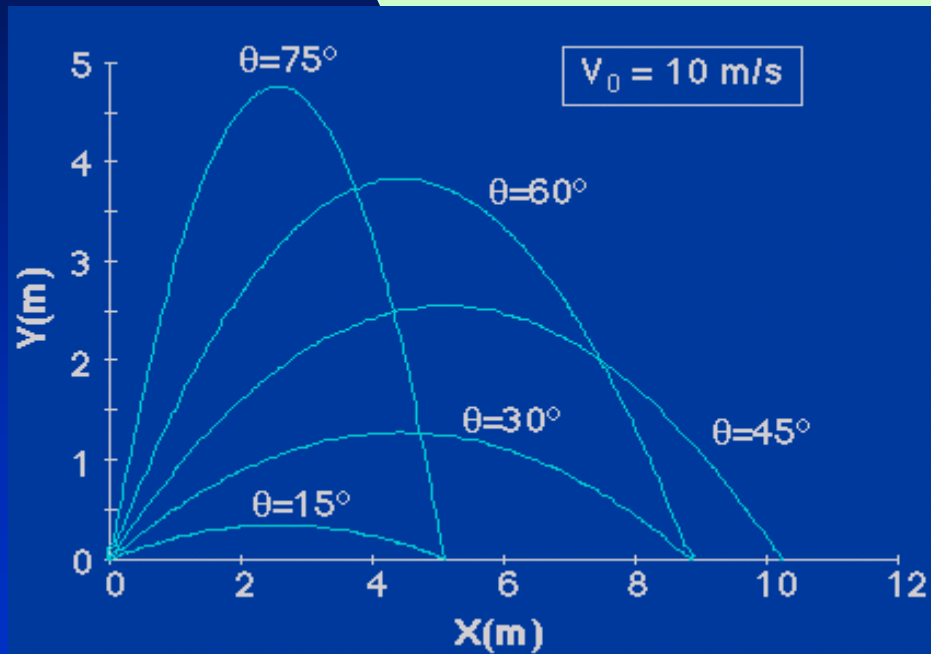
$$\begin{aligned} V_y &= \int -g \, dt \\ &= -g t + \text{Constant} \\ &= -g t + V_0 \sin\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= \int V_y \, dt \\ &= -\frac{1}{2} g t^2 + V_0 \sin\theta t \end{aligned}$$



これだけ分かったら運動はOK！

- 色々な角度で投げたときでも、



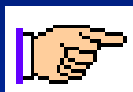
運動をマスターした人にクイズ!



■ どのボールが一番速く到着する？

— 佐藤さんの実験 —

まとめ



初速度 $V_0 = (V_0 \cos\theta, V_0 \sin\theta)$ で投げられた物体の運動

$$V_x = V_0 \cos\theta$$

$$V_y = V_0 \sin\theta - g t$$

$$x = x_0 + V_0 \cos\theta t$$

$$y = y_0 + V_0 \sin\theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

ポイント: 運動を分解して考える

基礎物理 1

－ 第 4 回 －

前回までの講義スライド

<http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html>

- 今日のポイントーNewtonの運動の三法則
 - 力と運動方程式
 - 慣性の法則
 - 作用・反作用の法則

先週の復習

— 運動の基本的な理解 —

- 運動をどのように表すか？ — 時間と空間

位置(\mathbf{r})、速度(\mathbf{v})、加速度(\mathbf{a})

$$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt, \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{r} = \int \mathbf{v} dt$$

$$\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt = d^2\mathbf{r}/dt^2 \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{v} = \int \mathbf{a} dt$$

- 2次元、3次元の運動は「鉛直方向」と「水平方向」に分解して考える事が出来る。
- でも、自然ではなぜそのような運動をするのだろうか？

Chapter 2

Newtonの運動の三法則

- 運動の仕方:どのように? → なぜ?
- 運動を引き起こす原因は何?
 - 重い物を動かすほど ⇒ 力 (Force, F)
 - 速度を加速させるほど ⇒ 力 (Force, F)
- 物の状態を変化させ、運動を起こすには力が必要

$$F \propto m a$$

(m : 質量)

私たちの経験と一致する

Newton : 運動法則を体系化

- 物の性質: 同じ状態を続けようとする
〔慣性の法則: 第一法則〕

- **第2法則**: 力の定式化

F と $m\mathbf{a}$ の間の比例係数=1とし力を**定量的**に定義

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a} \quad [\text{N}]$$

$$= \text{kg m} / \text{s}^2$$

運動方程式

(運動の時間発展を記述)

- 感覚(定性的な量)から定量化(万人に共通な科学へ)



Newton

力と運動方程式

- 力の単位

N(ニュートン) : $N = \text{kg m/s}^2$

- 物理の基本単位: Length (m), Mass (kg), Time (s)

- 運動方程式を微分で表すと

$$\mathbf{F} = m \mathbf{a} = m \, d^2 \mathbf{r} / dt^2$$

成分で表すと

$$\left(F_x = m \, d^2 x / dt^2, \, F_y = m \, d^2 y / dt^2, \, F_z = m \, d^2 z / dt^2 \right)$$

自然界の4つの力

重力：万有引力、全ての粒子間に作用、惑星の運動

電磁気力：電荷に比例。原子、分子を作る

(重力は電磁気力の 10^{-38})

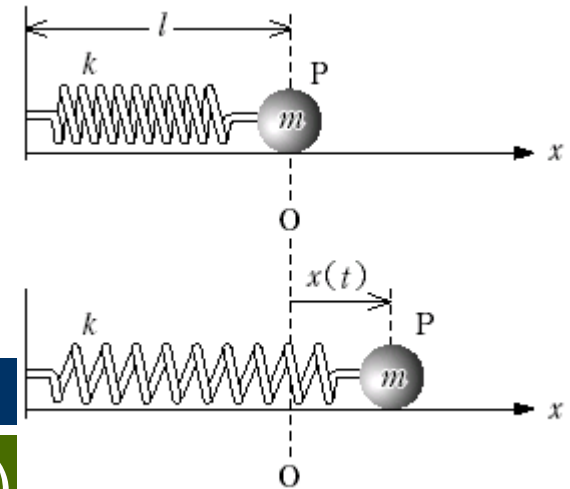
弱い力：電磁気力の 10^{-3} 。極めて短距離でのみ作用、中性子や π 中間子などの崩壊の始まりに係わる。ベータ崩壊

強い力：電磁気力の100倍、クォークを結び付け陽子、中性子を作る

なぜ、力が4種類も必要か？

⇒統一的に理解できないだろうか？(現代物理学の課題)

具体的な例：バネによる単振動 (教科書p.29)



力を何も加えない時の球の位置：原点(O)

- 球を引く \Rightarrow 元に戻ろうとする力
- 球を押す \Rightarrow 元に戻ろうとする力

$$\underline{F = -kx} + px^2 + qx^3 + sx^4 + \dots$$

(フックの法則)

復元力 F ：原点からの伸縮の長さ x に比例

そうすると、運動方程式は？

運動方程式を立ててみる

球に働く力: $F = -kx$ なので、運動方程式に代入

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

よく出る方程式

この方程式 (微分方程式) はどのように解く？

⇒ 球の位置 x が t とともにどのように変化？

実験で微分方程式を解く

周期的に振動する解 $\Rightarrow \sin, \cos$
 $x = \sin \omega t$ を代入してみる

$$\frac{d \sin t}{dt} = \cos t,$$

$$\frac{d \cos t}{dt} = -\sin t$$

$$\frac{d \sin \alpha t}{dt} = \alpha \cos \alpha t,$$

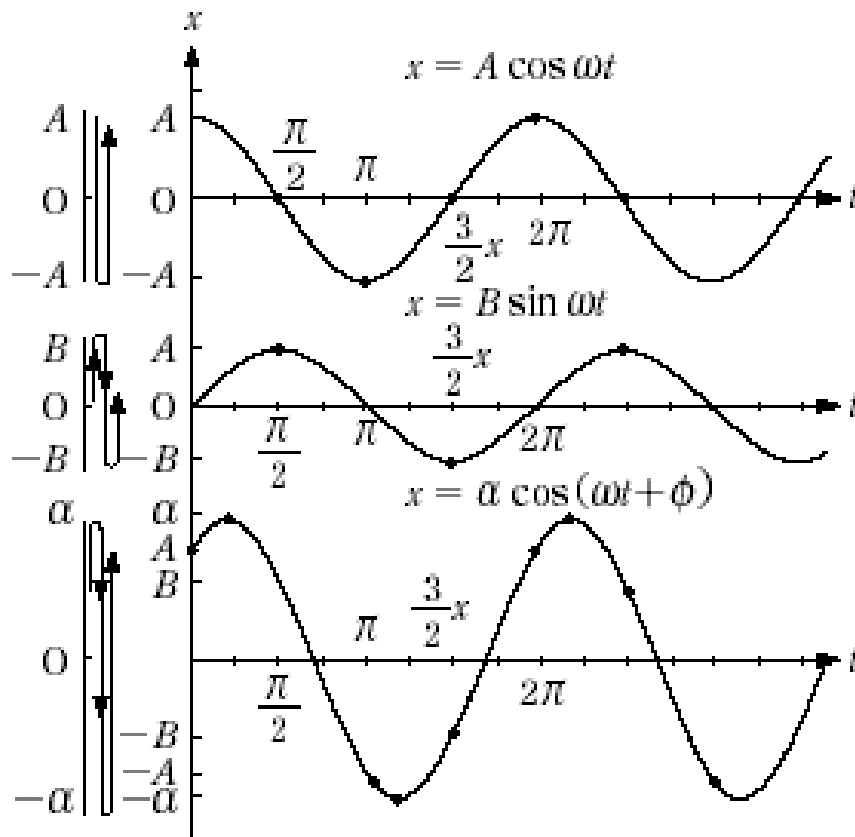
$$\frac{d \cos \alpha t}{dt} = -\alpha \sin \alpha t$$

$$\begin{aligned} m \frac{d^2 x}{dt^2} &= m \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = m \frac{d}{dt} \left(\frac{d \sin \omega t}{dt} \right) \\ &= m \frac{d}{dt} (\omega \cos \omega t) = m \omega \frac{d \cos \omega t}{dt} \\ &= -m \omega^2 \sin \omega t \quad \leftarrow -k \sin \omega t \end{aligned}$$

$\omega^2 = k/m$ とすれば、確かに解になっている。

同様に $B \cos \omega t$ も解

そうすると、 $A \sin \omega t + B \cos \omega t = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t + \phi)$



性質: 解の重ね合わせ
(線型性)

$\theta = \omega t + \phi$: 位相(phase)

ϕ : 初期位相

ω : 角速度(角振動数)

微分を2回して元に戻る関数

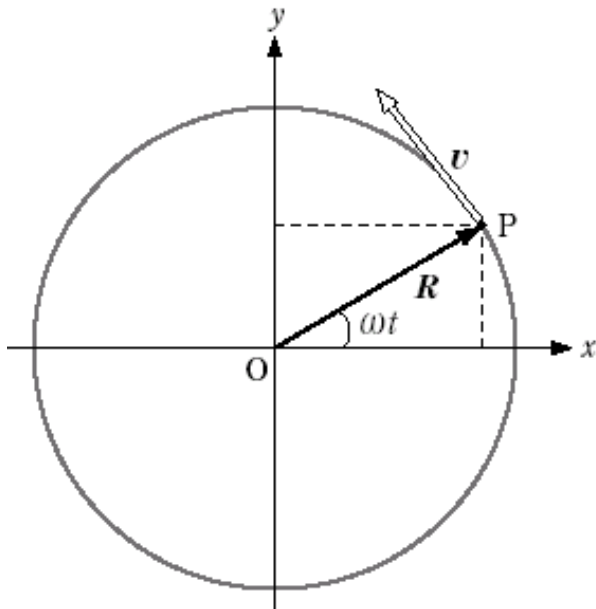
指数関数 $e^{i\omega t}$ ($i^2 = -1$)

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

振動 — 自然に良くみられる運動

- 繰り返す周期的な運動

波、音、電波、光、振り子、結晶中の原子
惑星の運動、円運動 (x 方向 + y 方向振動の合成)



$$x = R \cos \omega t$$

$$y = R \sin \omega t$$

角度 $\theta = \omega t$ が時間とともに進む
(円運動)

($x = vt$ との類似性から ω を角速度という)

§ 2 Newtonの三法則

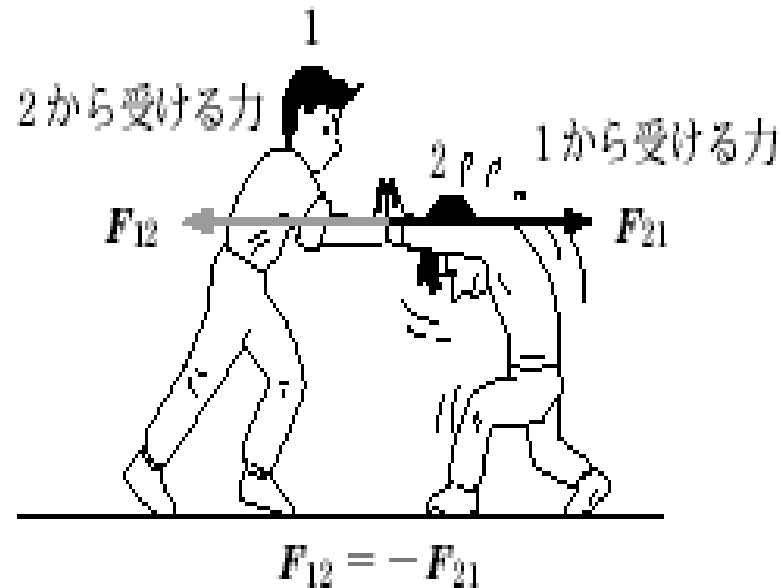
- 第一法則(慣性の法則)
- 「外から力を加えなければ、物体はその状態をとり続ける」
- 運動方程式で考えると
- $F = m\mathbf{a} = m \, d\mathbf{v} / dt$
 $F=0$ より

$$d\mathbf{v} / dt = 0 \quad \text{となるので}$$
$$\Rightarrow \mathbf{v} \text{ は } t \text{ に不変}$$

(速度 \mathbf{v} は時間がたっても変わらない)

第三法則 — 作用・反作用の法則

「物体1が物体2に作用すると、反対向きの反作用を受ける」



応用：直線上でビリヤードの球が衝突 (カーリング)

$$F = m \, d\mathbf{v}/dt = d(m\mathbf{v})/dt$$

運動量 $\mathbf{P} \equiv m\mathbf{v}$ を導入

$$F = d\mathbf{P}/dt \Rightarrow \Delta \mathbf{P} = \mathbf{F} \Delta t \quad [\text{力積}]$$

●1 が ●2 に短時間 Δt 衝突

●1 : 運動量が P_1 から P_1' へ

●2 : P_2 から P_2'

球の運動量の変化 ΔP は？

$$\bullet 1 \quad \Delta P_1 = P_1' - P_1 = F \Delta t$$

$$\bullet 2 \quad \Delta P_2 = P_2' - P_2 = -F \Delta t$$

両式の和をとり

$$P_1 + P_2 = P_1' + P_2'$$

(衝突前後で運動量是不変) \Rightarrow 運動量保存則

反発係数：完全弾性衝突と非弾性衝突

- ボール1 (速度 v) とボール2 (速度 V) が衝突した。このとき、運動量保存則は成立するが、
- 運動エネルギーが失われない時：完全弾性衝突
- 摩擦などで失われる時：非弾性衝突
- e (反発係数)

$$V' - v' = -e (V - v)$$

$e=1$ (完全弾性)、 $e=0$ (完全非弾性)

例題：直線運動のカーリング

- 20Kgのストーンを40m先のハウス中央に止まっているストーンに向けて初速度3m/sで投げた。
完全弾性衝突($e=1$)と $e=0.7$ の時、止まっていたストーンはどのような動きをするか？

解：運動量保存則と反発係数の式が必要。
まず、教科書(2.12)式と(2.13)式から(2.14)式を出してみよう。

$e=1$ の時： V' 、 v' は？

$e=0.7$ の時： V' と v' は？

を考える。

今日のPoint－運動の法則

- Newtonの運動の三法則
 - 第1法則： 慣性の法則
 - 第2法則： 運動方程式 $F = ma$
 - 第3法則： 作用・反作用の法則

微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ $x = A \sin(\omega t + \phi)$

- 運動量 ($P=mv$), 力積 ($F \Delta t$)
- 運動量保存則

基礎物理 1

－ 第 5 回 －

前回までの講義スライド

<http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html>

●今日のPOINT:

運動量とその保存則

作用・反作用の法則

先週の復習

— Newtonの運動の法則 —

- 第一法則：慣性の法則

慣性(inertia)という性質

(同じ状態であろうとする性質)

- 第2法則：運動の法則

$$\mathbf{F} = m \, d^2 \mathbf{r} / dt^2$$

m: 質量(mass)

- ばね：フックの法則 $F = -k x$

微分方程式: $m d^2 x / dt^2 = -k x$

$$x = \alpha \cos(\omega t + \phi)$$

Newton : 運動法則を体系化

- Newton: 力の定式化

- 第2法則

F と ma の間の比例係数=1とし
力を定量的に定義

$$F = m a \quad [\text{N}] \quad = \text{kg m} / \text{s}^2$$

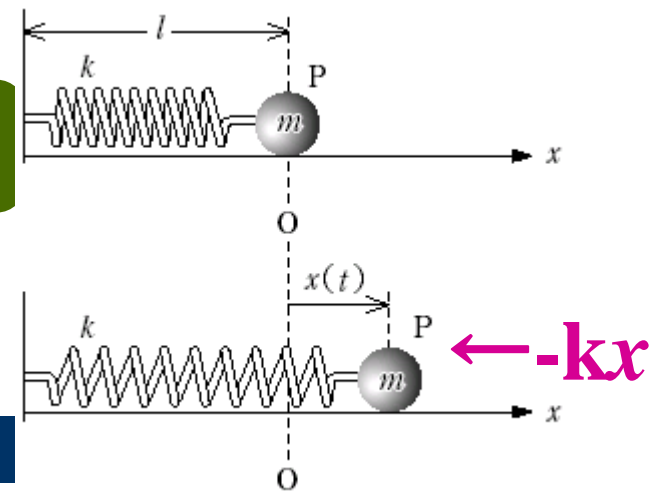
運動方程式

(運動の時間発展を記述)

- 感覚(定性的な量)から定量化
(万人に共通な科学へ)



バネによる単振動 (教科書p.29)



力を何も加えない時の球の位置: 原点(O)

- 球を引く \Rightarrow 元に戻ろうとする力
- 球を押す \Rightarrow 元に戻ろうとする力

$$\underline{F = -kx}$$

(フックの法則)

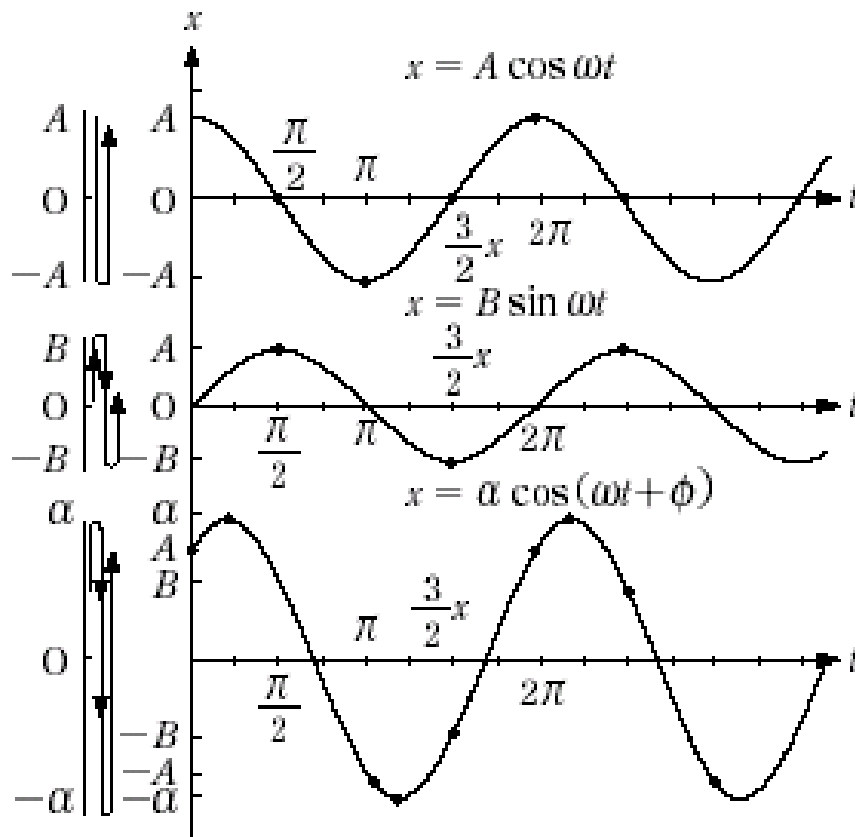
そうすると、運動方程式は？

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$

$\omega^2 = k/m$ とおくと解は $\Rightarrow A \sin \omega t$, 又は $B \cos \omega t$

$A \sin \omega t, B \cos \omega t$ も解

そうすると、 $A \sin \omega t + B \cos \omega t = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t + \phi)$



性質: 解の重ね合わせ
(線型性)

$\theta = \omega t + \phi$: 位相(phase)

ϕ : 初期位相

ω : 角速度(角振動数)

微分を2回して元に戻る関数

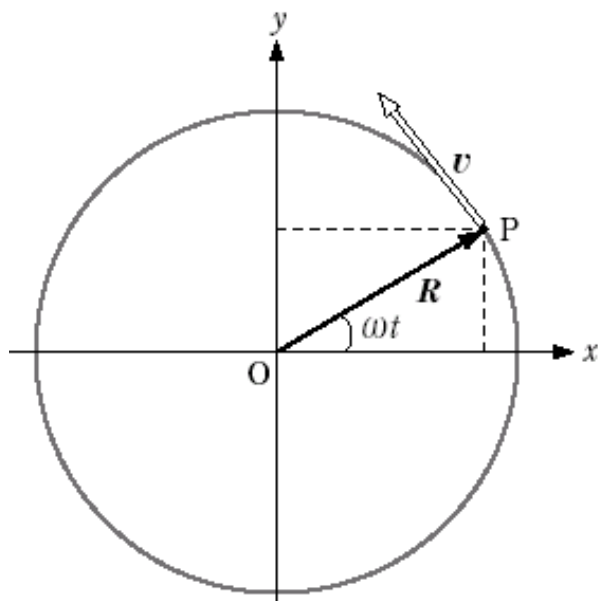
指数関数 $e^{i\omega t}$ ($i^2 = -1$)

$$e^{i\omega t} = \cos \omega t + i \sin \omega t$$

振動 — 自然に良くみられる運動

- 繰り返す周期的な運動

波、音、電波、光、振り子、結晶中の原子
惑星の運動、円運動 (x 方向 + y 方向振動の合成)



$$x = R \cos \omega t$$

$$y = R \sin \omega t$$

角度 $\theta = \omega t$ が時間とともに進む
(円運動)

($x = vt$ との類似性から ω を角速度という)

§ 4 Newtonの第三法則

– 作用反作用の法則 –



- 第一法則(慣性の法則)
- 「外から力を加えなければ、物体はその状態をとり続ける」
- 運動方程式で考えると
- $F = m\mathbf{a} = d(m\mathbf{v}) / dt$
外からの力 $F=0$ より

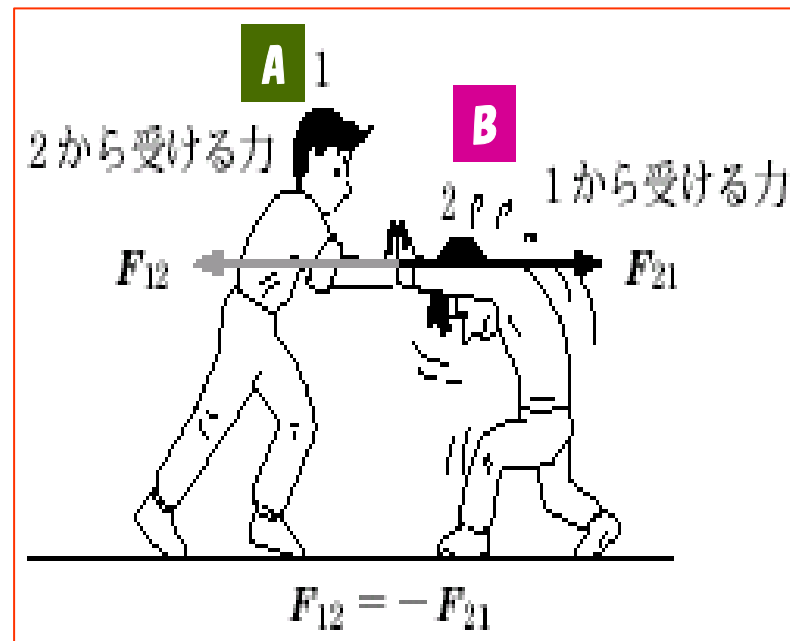
$$d(m\mathbf{v}) / dt = 0 \quad \text{となるので}$$
$$\Rightarrow m\mathbf{v} \text{ は } t \text{ に不変}$$

この $m\mathbf{v}$ を運動量 (momentum) といい、 p と表す

($m\mathbf{v}$ は時間がたっても変わらない – 同じ速度をとり続ける)

第三法則 — 作用・反作用の法則

「物体AからBに力を作用すると、反対向きの力(反作用)を受ける」



運動量 $P \equiv m\mathbf{v}$ 、〔力積〕 $\equiv F \Delta t$

$$F = dP/dt \Rightarrow \Delta P = F \Delta t$$

応用：直線上で球が衝突 (ビリヤード、カーリング)

運動量 $P \equiv m\mathbf{v}$ 、 $F = dP/dt \Rightarrow \Delta P = F \Delta t$ [力積]

● 1 が ● 2 に短時間 Δt 衝突

● 1: 運動量が P_1 から P_1' へ

● 2: P_2 から P_2'

球の運動量の変化 ΔP は？

● 1 $\Delta P_1 = P_1' - P_1 = F \Delta t$

● 2 $\Delta P_2 = P_2' - P_2 = -F \Delta t$

両式の和をとると

$$P_1 + P_2 = P_1' + P_2'$$

(衝突前後で運動量是不変) \Rightarrow 運動量保存則

反発係数：完全弾性衝突と非弾性衝突

- ボール1 (速度 v) とボール2 (速度 V) が衝突した。
このとき、運動量保存則は成立するが、

- 運動エネルギーが失われない時：⇒完全弾性衝突
- 摩擦などで失われる時：⇒非弾性衝突
- e (反発係数)

$$V' - v' = -e(V - v)$$

$e=1$ (完全弾性)、 $e=0$ (完全非弾性)

例題：教科書(2.14),(2.15)式から(2.16)式を出しなさい

例題2: 直線運動のカーリング

- 20 Kg のストーンを10m先のハウス中央に止まっているストーンに向けて初速度 3 m/s で投げた。
e=1 と、e=0.7の時、衝突後のストーンのそれぞれの速度は？

解: 運動量保存則と反発係数の式が必要。

教科書(2.16)式と(2.17)式を用いて

e=1の時: V' , v' は？

e=0.7の時: V' と v' は？

今日のPoint－運動の法則

- Newtonの運動の三法則
 - 第1法則： 慣性の法則
 - 第2法則： 運動方程式 $F = ma$
 - 第3法則： 作用・反作用の法則

- 運動量 ($P=mv$), 力積 ($F \Delta t$)
- 運動量保存則
- 反発係数 e
- 衝突の問題 \Rightarrow 完全弾性衝突、非弾性衝突

基礎物理学1

第 6 回

—円運動と重力(万有引力)—

今日のPoint

円運動と林檎の落ちる訳
万有引力の法則

先週のPOINT

● Newtonの三法則

● 慣性の法則：外力が作用しないとそのままの状態を保つ。

● 運動方程式： $F = m dv/dt = m d^2x/dt^2$

(t と共にどのように運動するかを表す方程式)

● 作用反作用の法則

● 運動量 $p = mv$ (勢い)、力積 $F \Delta t$ (衝撃)

● 運動量保存則：球の衝突前後で運動量不変

§ 1 円運動

- 昔の説(Aristotle): 地上は直線運動が起こり、天上はより完全な円運動に従う。 **本当?**
- 円運動を考えてみよう!

ボールを一定速度で回転(等速円運動)

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

**速度: 大きさは変わらず
角度のみ変化 → 加速度 a**

もし糸が切れたら?

ボールは接線方向飛び続けようとする！

距離: $S = R\theta$

速度: $v = ds/dt$

$$= R d\theta/dt = R\omega$$

($\omega = d\theta/dt$: 角速度)

速度変化: Δv

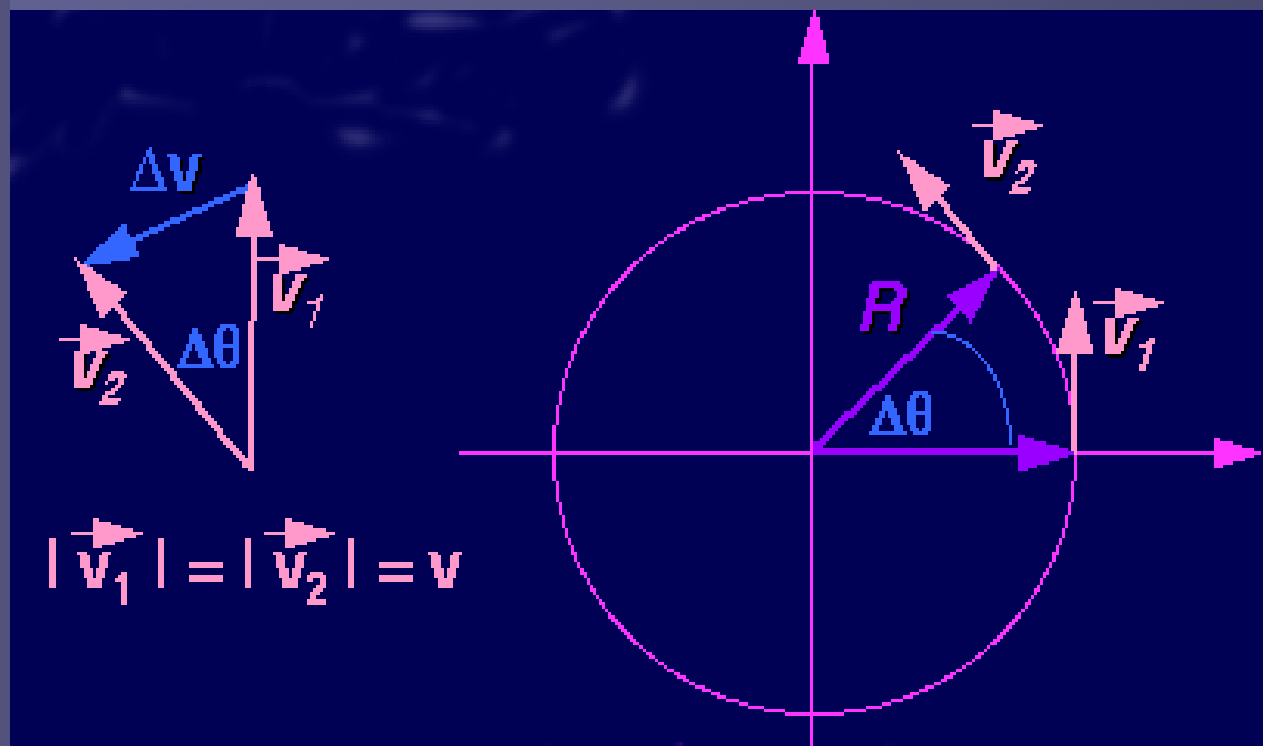
$$\Delta v \approx v \Delta \theta$$

加速度: a

$$a = dv/dt = v\omega$$

$$= R\omega^2$$

(方向は中心方向)

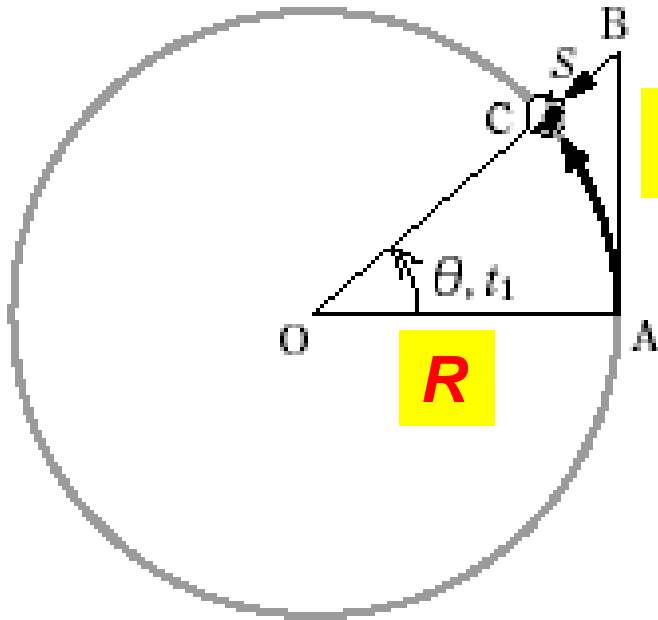


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = v \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{v^2}{R}$$

円運動に働く力: $F = ma = m v^2/R$

別な観点から考えてみよう

$$S = \frac{1}{2}at^2$$



微小な角度 θ 回転:

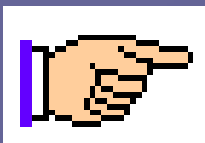
球はAから速度 v でBへ(実際はC)

球はBから距離 S だけ落下
(落体の法則から)

$$S \approx \sqrt{R^2 + (vt)^2} - R \approx \frac{1}{2} \frac{v^2}{R} t^2 \quad \text{だから}$$

落体の法則 $s = \frac{1}{2}gt^2$ と比較すると

$$a = \frac{v^2}{R}$$



円運動では中心方向に

$$F = -mv^2/R = -mR\omega^2$$

- 円運動も地上の直線運動と同じく
Newtonの運動の法則に従って理解できる。

$$v = R \omega$$

$$\omega = d\theta/dt$$

$$a = v^2/R \quad (= R \omega^2)$$

$$F = ma$$

天上の円運動である惑星の運動もNewtonの法則で理解できる

§ 3. 万有引力の法則

- 1687年 Newton「Principia」を发表
力学の体系を確立 ⇒ 科学の規範
- 二つの物体が距離 R 離れているとき、

$$F = -G \frac{mM}{R^2}$$

($G = 6.67259 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$)

の引力が働く。

これを万有引力の法則、 G を万有引力定数という。

例題2.2 地球と月の運動

惑星の運動を調べ、そこに働く力を考える。

- これまで、 $F=ma$ (運動方程式)から運動を調べた。
反対に惑星の運動から、両者に働く F を求めよう！

- 惑星の運動: Keplerの法則 (長年の観測結果)

第3法則: $T^2 = kR^3$

周期: 1回転に要する時間

惑星の軌道を円と考える: 1周期 T で $2\pi R$ を運動

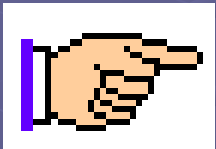
$$T = 2\pi R / v \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 R^2 / v^2$$

$$v^2 = 4\pi^2 / kR$$

円運動の式に代入

$$F = - m v^2 / R = - 4\pi^2 m / k R^2$$

これが月に働く力：月の質量 m に比例、 R^2 に反比例



ここで、作用・反作用の法則を思い出すと、
同じ作用(力)が地球にも作用する筈

地球(質量 M)に作用する力

$$F = - 4\pi^2 M / k' R^2$$

という解になるはず

両者がみたされる解は？

$$F = -G \frac{mM}{R^2}$$

月や惑星の運動もNewtonの運動法則で理解される。(一つの法則で統一的に理解)

● そうすると、

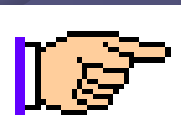
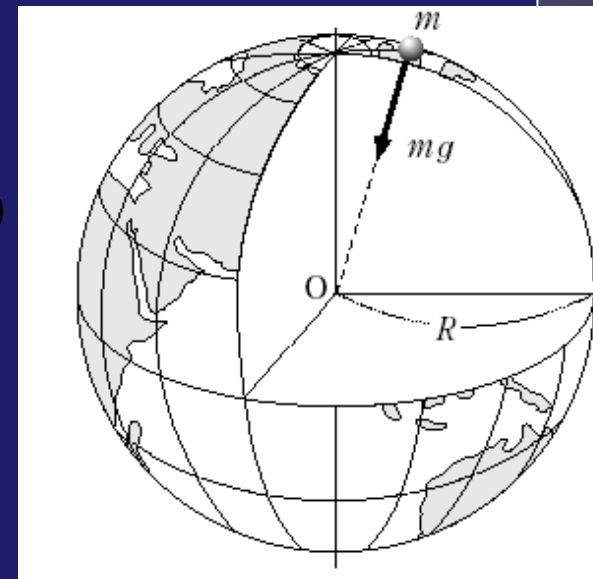
地球上のりんごは？



● 万有引力: 地球とりんご(m)にも作用 (地球とりんごの距離=地球半径R)

$$F = - GmM/R^2$$
$$= - m (GM/R^2)$$

● 重力加速度 $g = (GM/R^2)$ とすれば、、、、



私たちの良く知っている $F = - mg$

GM/R²を実際に計算してみる！

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{6.67259 \times 10^{-11} \times 5.974 \times 10^{24}}{(6.378 \times 10^6)^2} = 9.8 \text{ m/s}^2$$

- これは、落体の実験から求めた重力加速度 $\frac{GM}{R^2}$ 

- 地上で物が下に落ちるのは、万有引力のため！
- 惑星の運動もりんごが落ちるのも同じ原因！

Newtonの法則で理解できる



月や火星の重力加速度はいくら？

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「ニュートンのリンゴの木」についての記事を
省略させていただきます。

基礎物理学1

－第7回－

前回までの講義スライド

[http://socyo.high.hokudai.ac.jp/
BP07/BP07.html](http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html)

今日のPoint
仕事とエネルギー

Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646-1716



科学者、哲学者。Energyの概念を提案

先週のPoint

前回までの講義スライド

<http://socyo.high.hokudai.ac.jp/BP07/BP07.html>

◆ 等速円運動:

速度の大きさは同じで、方向が変化

加速度がある → 力が働いている

◆ 速度 $v=R\omega$

◆ 回転の加速度 $a = v^2/R = R\omega^2$

◆ 円運動に必要な力 $F = ma = m v^2/R$

◆ では、地球の周りを円運動する月に働く力は？

$$F = - GmM/R^2$$

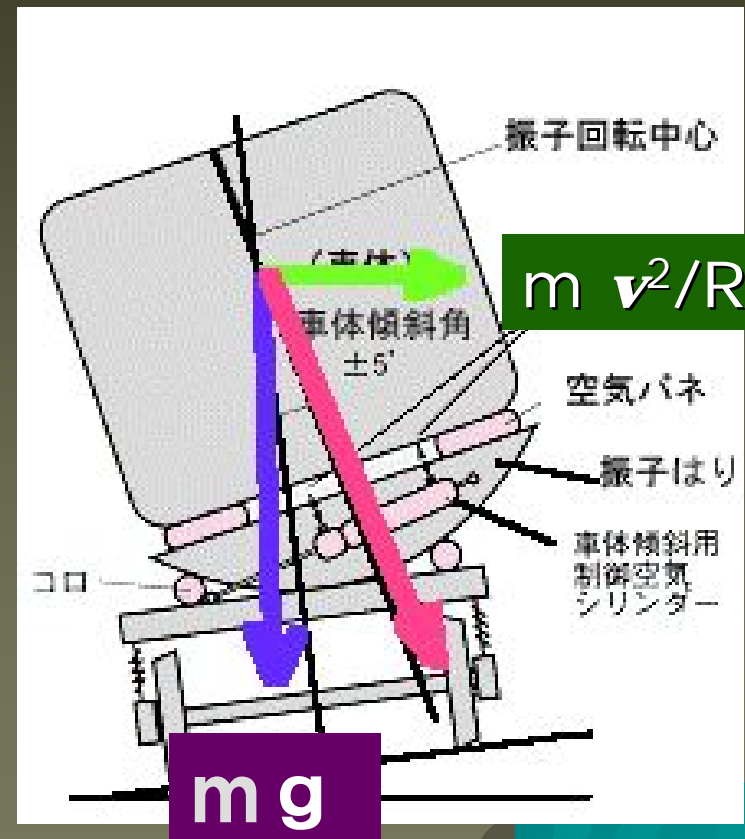
(万有引力の法則)

$$g = GM/R^2 = 9.80$$

重力の原因

応用：円運動と遠心力

- ◆ 円運動：向心力、
円運動をしている物体には遠心力が働く(テキストp.45)



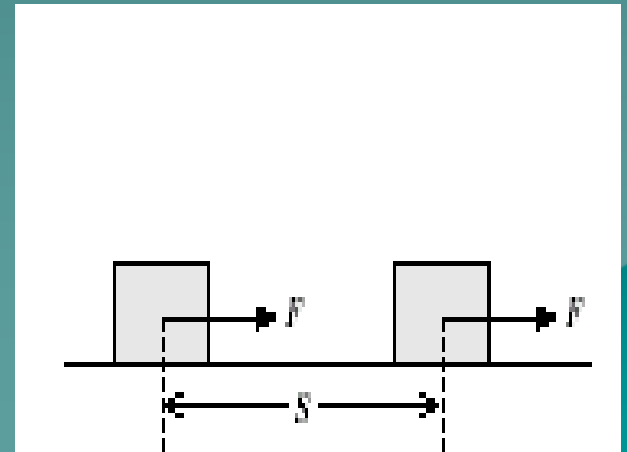
振り子式：カーブを滑らかに走行
85 km/h (直線は130km/h)

地球の自転：地上の私たちも遠心力を受けている

§ 1 仕事って？

- ◆ 仕事 (Work), エネルギー (Energy) は良く聞く言葉！
「将来どんな仕事をする？」、「エネルギー危機」
- ◆ 荷物を運ぶ⇒重いものを長い距離運ぶ
⇒今日は疲れるほど仕事をした！

仕事 W の定義：力 \times 移動距離
 $W = F S$



力はベクトルなので、
動かしたい方向と別方向に F を加えても駄目！
移動方向と角 θ で F を加えると？

◆ $W = FS \cos \theta$

ベクトルの内積を用いると

◆ $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{S}$

力が場所が変わる場合

$$W = \int \mathbf{F} d\mathbf{r}$$



仕事の単位: J (ジュール) $= Nm = kgm^2/s^2$
($1J = 1N$ の力で $1m$ 移動するときの仕事)

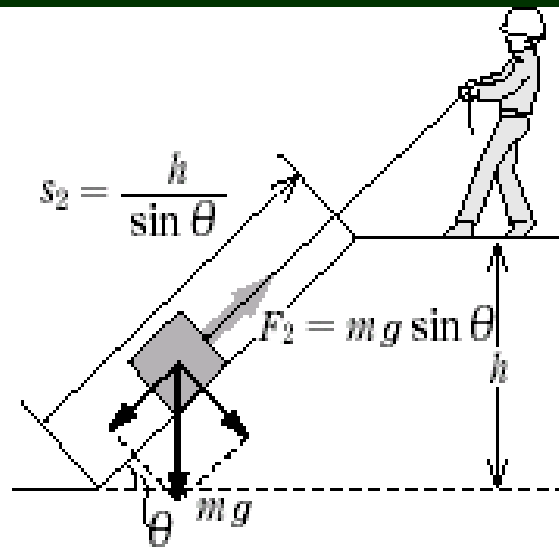
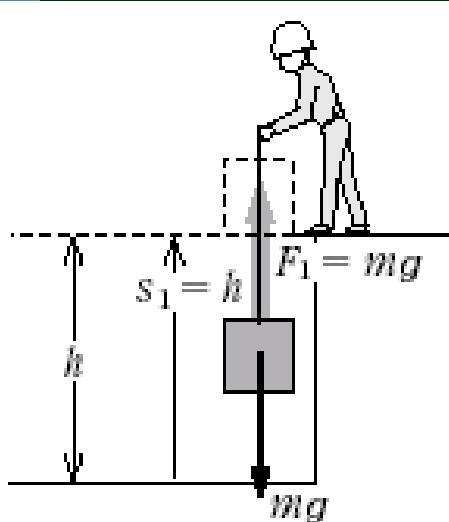
例題4.1 物を高さh持ち上げるときの仕事は？

- ◆ 垂直に引上げるとき重力 $-mg$ に逆らい、力 $F=mg$ で引上げる

$$W = Fh = mgh$$

- ◆ 角度 θ の斜面を利用するとき
重力の斜面方向成分 $(-mg)\sin\theta$
斜面の移動距離 $h/\sin\theta$

$$W = mg\sin\theta \times h/\sin\theta$$



仕事率 (Power)

$$P = W/t \text{ [W]}$$

単位はW〔ワット〕

2. 運動エネルギーとポテンシャルエネルギー

- ◆ エネルギー：仕事をする能力
- ◆ 高さ h 持ち上げる($W=mgh$)
手を離す \Rightarrow 仕事 mgh をする能力
- ◆ 高さに関するエネルギー：
Potential Energy (mgh)
- ◆ 落下途中：高さが減少
←エネルギーが減る？
落体の法則： v が増加
 \Rightarrow 運動エネルギー ($\frac{1}{2}mv^2$)



←なぜ？

運動方程式を詳細に調べる

- ◆ 運動方程式 ($F = m a = m d\mathbf{v}/dt$) から
- ◆ 仕事 W は $W = \int F d\mathbf{r}$
- ◆ $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, $F = m(d\mathbf{v}/dt)$ なので

$$F d\mathbf{r} = F \mathbf{v} dt = m (\mathbf{v} d\mathbf{v}/dt) dt$$

$$\mathbf{v} d\mathbf{v}/dt = \frac{1}{2} d(\mathbf{v}^2)/dt \text{ を用いると}$$

$$\frac{dx^2}{dt} = 2x \frac{dx}{dt}$$

$$W = \int_{t_0}^t \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) dt = \int_{v_0}^v d \left(\frac{1}{2} m v^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$\frac{1}{2} m \mathbf{v}^2$: 運動エネルギー

$t=0$ の時の速度 \mathbf{v}_0 , $\mathbf{v}_0=0$ なら $W = (1/2) m \mathbf{v}^2$

落下運動の例: 運動方程式から考えてみよう
 $\Rightarrow F = ma = -mg$ なので

◆ 運動方程式 $F = m dv/dt = -mg$ の両辺に v を掛けて

$$vF = m v (dv/dt) = -mgv$$

$$\frac{1}{2}m d(v^2)/dt = -mg dz/dt$$

$$d(\frac{1}{2}m v^2) = d(-mgz)/dt$$

◆ 移項して整理

$$d(\frac{1}{2}m v^2 + mgZ)/dt = 0$$

運動エネルギーとPotential エネルギーの
和は保存される(エネルギー保存則)

例4.2 落下運動のエネルギー変化

- ◆ 質量 m のボールを高さ h から落下させる
このときのエネルギー変化は？
- ◆ (1) $t=0$ でボールは高さ $z=h$ の位置
 $U = mgh$ $K=0$ ($v=0$ なので)
- ◆ (2) 落下から t 秒後: $v=gt$, $z=h-\frac{1}{2}gt^2$
 $U=mg(h - \frac{1}{2}gt^2)$, $K=\frac{1}{2}m(gt)^2$
- ◆ (3) 机に落下: $v=gt = g\sqrt{2h/g}$, $z=0$
 $U=0$, $K= \frac{1}{2}mv^2$

$$U + K = \text{一定}$$

今日のPoint

- ◆ (1) 仕事 (Work): 力 F を加えて物を S 移動

$$W = F \cdot S = FS \cos \theta$$

(いくら力を加えても移動しなければ
仕事をしたことにならない)

結果をだせ！

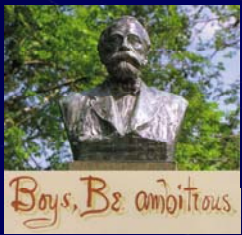
- ◆ (2) **Energy**: 仕事をする能力

(能力であって、仕事をするしないに無関係)

運動エネルギー $K = \frac{1}{2}mv^2$

ポテンシャルエネルギー $U = mgh$

- ◆ (3) エネルギー保存則 $K + U = \text{一定}$



基礎物理学1

— 第8回 —

今日のPoint

エネルギー保存則
ポテンシャルと力



先週の復習

- (1) 仕事 (Work): 力 F を加えて物を S 移動

$$W = F \cdot S = FS \cos \theta$$

(いくら力を加えても移動しなければ
仕事をしたことにならない)

結果をだせ！

- (2) **Energy**: 仕事をする能力

(能力であって、仕事をするしないに無関係)

$$\text{運動エネルギー } K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{ポテンシャルエネルギー } U = mgh$$

- (3) エネルギー保存則 $K + U = \text{一定}$

例4.2 落下運動のエネルギー変化

- 質量 m のボールを高さ h から落下させる
このときのエネルギー変化は？
- (1) $t=0$ でボールは高さ $z=h$ の位置
 $U = mgh$ $K=0$ ($v=0$ なので)
- (2) 落下から t 秒後: $v=gt$, $z=h-\frac{1}{2}gt^2$
 $U=mg(h - \frac{1}{2}gt^2)$, $K=\frac{1}{2}m(gt)^2$
- (3) 机に落下: $v=gt=g\sqrt{2h/g}$, $z=0$
 $U=0$, $K= \frac{1}{2}mv^2$

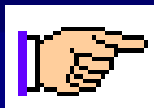
$$U + K = \text{一定}$$

§ 3 力学的エネルギー保存則

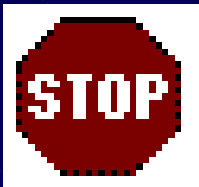
- 保存力：力を加えて仕事をする⇒
経路に依らず、始点と終点の位置だけで決まる。
- バネによる力、重力、万有引力など

力 F \Leftrightarrow Potential Energy U

- 保存力の場合、



$$\begin{aligned}\vec{F} &= -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right) \\ &= -\nabla U\end{aligned}$$



偏微分？ ここで覚えよう

■ U は x, y, z の関数 $\Rightarrow U(x, y, z)$

微分はその位置での傾き

■ X 方向の傾きは？

y, z は定数とみなして X で微分

$$\frac{\partial U}{\partial x}$$

■ Y 方向の傾き

$$\frac{\partial U}{\partial y}$$

■ Z 方向の傾き

$$\frac{\partial U}{\partial z}$$

例： 偏微分の計算例

$$U = x^2 + y^2 + 3xyz + 2yz$$

■ 偏微分を求めてみよう！

y, z を定数とみなすと、

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 2x + 3yz$$

y の偏微分は x, z を定数とみなして

$$\frac{\partial U}{\partial y} = 2y + 3xz + 2z$$

同様に

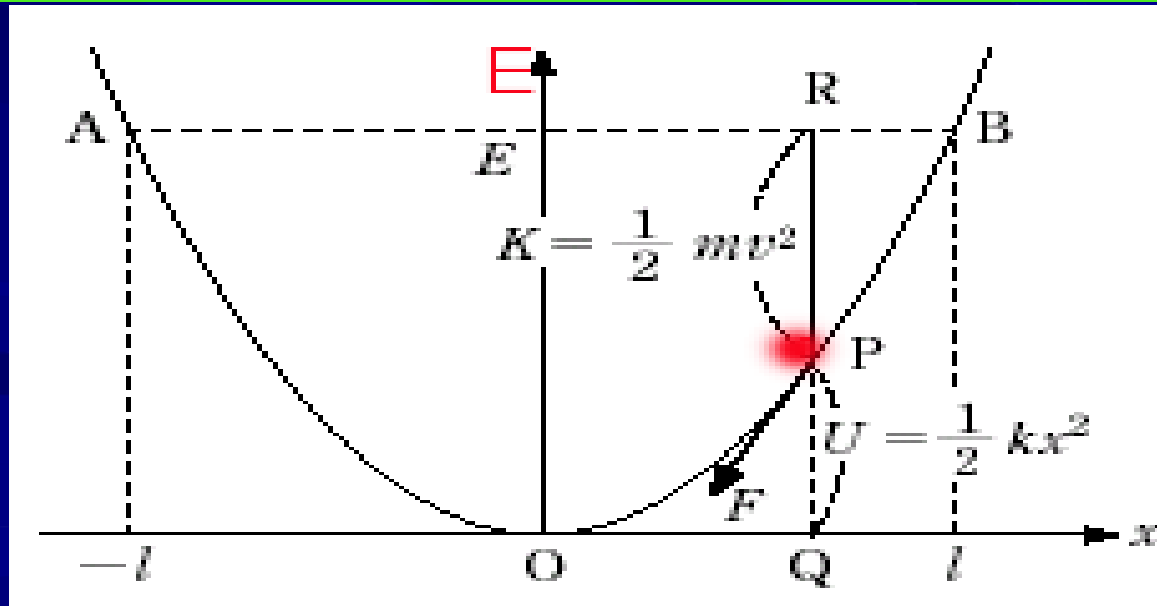
$$\frac{\partial U}{\partial z} = 3xy + 2y$$

力はポテンシャルエネルギーUの傾き

$$\begin{aligned}\vec{F} &= -\left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}, \frac{\partial U}{\partial z}\right) \\ &= -\nabla U\end{aligned}$$

逆に言うと、
力を積分すればポテン
シャル・エネルギーが得
られる

バネや振り子： 単振動の場合 $U = \frac{1}{2}kx^2$



万有引力をもたらすポテンシャルは？

■ 万有引力の法則は

$$F = - GmM / r^2$$

$$(F = - \partial U / \partial r)$$

なので、Uを求めると良いから

■

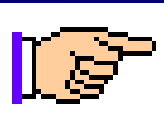
$$\begin{aligned} U &= - \int F dr \\ &= GmM \int (1/r^2) dr \\ &= -GmM / r \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{r^2} dr = -\frac{1}{r}$$

万有引力を与えるUは(1/ r)の関数

単位質量あたりのU⇒重力ポテンシャル

$$\Phi = - GM/r$$



例：振り子の単振動

長さ l の糸につながれた重り

位置 $l\theta$

速さ $l d\theta/dt$

加速度 $l d^2\theta/dt^2$

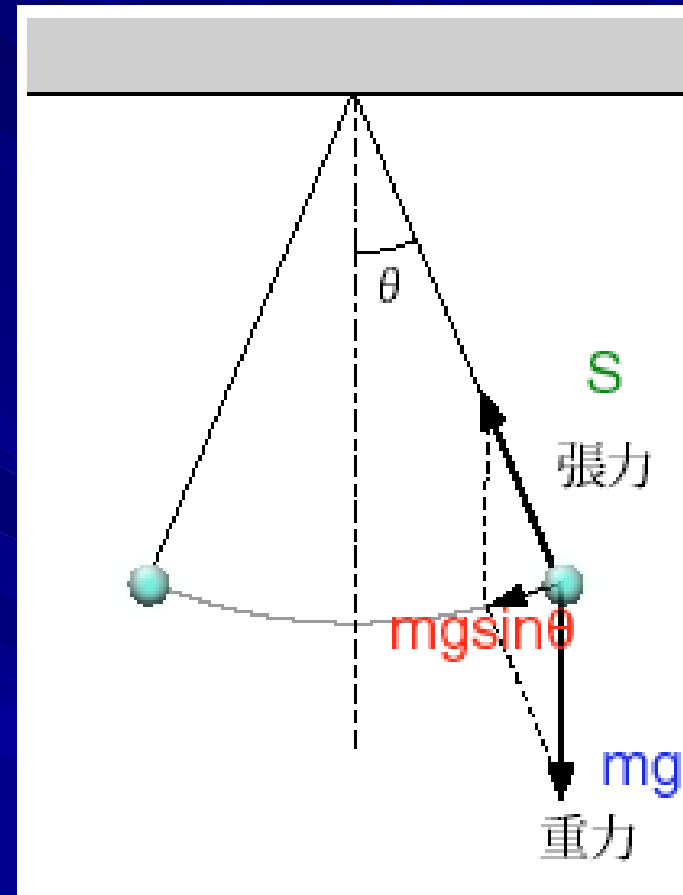
運動方程式

$$F = m l d^2\theta/dt^2 = - mg \sin\theta$$

$$d^2\theta/dt^2 = - (g/l) \theta = -\omega^2\theta$$

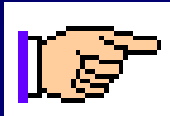
$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$$

■ バネの運動と同じ運動方程式
⇒ 単振動 ($\sin\omega t$, $\cos\omega t$)



振り子の運動を調べる

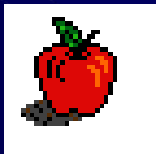
- 角速度(角度の進む速さ) ω
- 周期(一周するときの時間) T
- $T = 2\pi / \omega$
- $= 2\pi \sqrt{l/g}$



$$\Rightarrow \text{重力加速度 } g = 4\pi^2 l / T^2$$

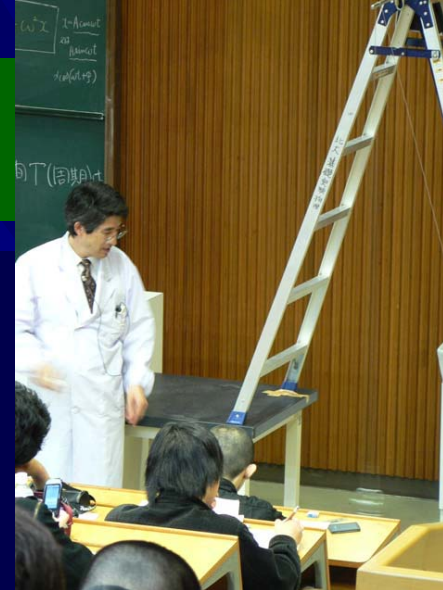
振り子の周期を測定すると重力加速度が分かる

逆に、、、周期 T がちょうど 1 秒になるには、 l の長さは？



実験をしてみよう

- 1周期の時間を測る？
- 20周期の時間を測定して 20で割る
- $l = 2.27 \text{ m}$ なので
- $g = ??? \text{ m/s}^2$



$$g = 9.8048 \text{ m/s}^2$$

ついでに、地球の質量 M を計算しよう！

$$g = GM / R^2 \text{ なので}$$

$$M = gR^2 / G = ??? \text{ kg}$$

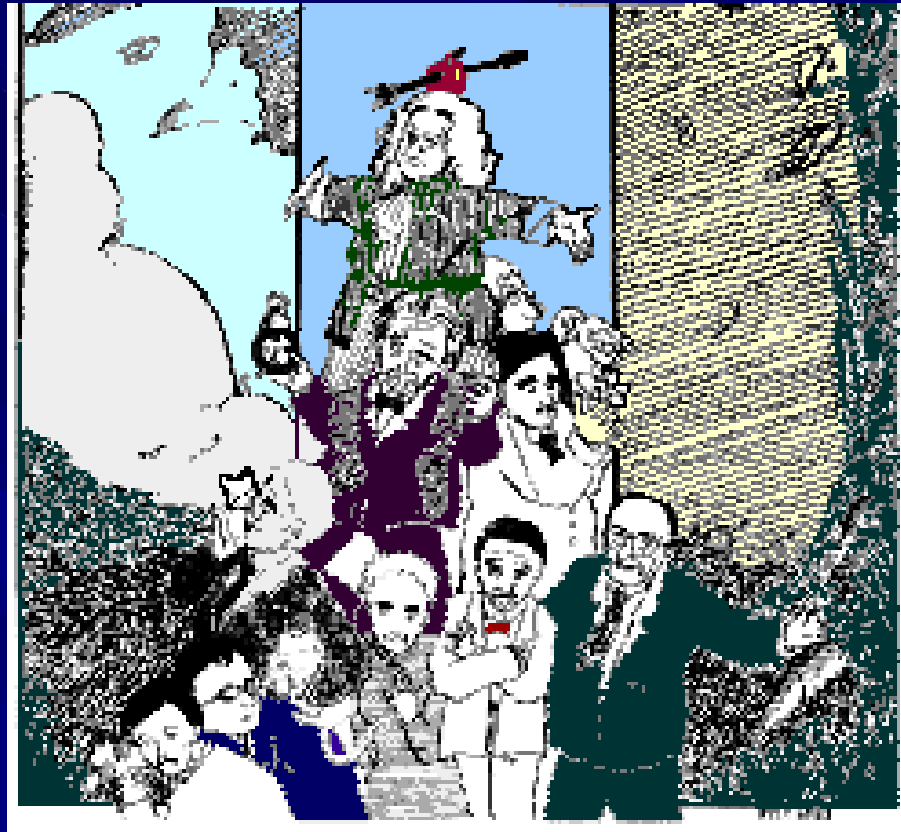
$$M = 5.974 \times 10^{24} \text{ kg}$$

今日のまとめ

- 保存力とエネルギー保存則
- 力を与えるポテンシャルエネルギー U
 U のグラフ下で、物体の運動



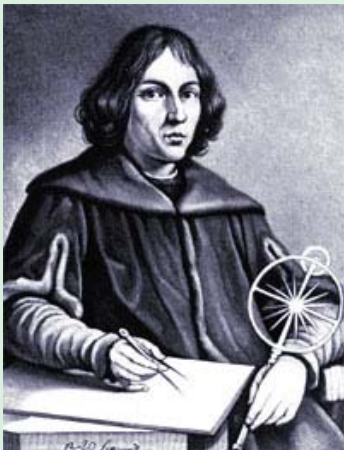
- 振り子の運動 \Rightarrow 単振動
- 振り子の実験で g を求める
- 地球を測る



私たち人類は数千年かけて、やっと自然の真理に触れることができたのである。

基礎物理 I -9回目-

第5章 惑星の運動 角運動量とその保存則 力のモーメント、 慣性モーメント ケプラーの三法則



先週のPoint

- 保存力とエネルギー保存則
- 力を与えるポテンシャルエネルギー U
 U のグラフ下で、物体の運動



- 振り子の運動 \Rightarrow 単振動
- 振り子の実験で重力加速度 g を求める
- 地球の質量 M を測る

§ 1. 角運動量とその保存則

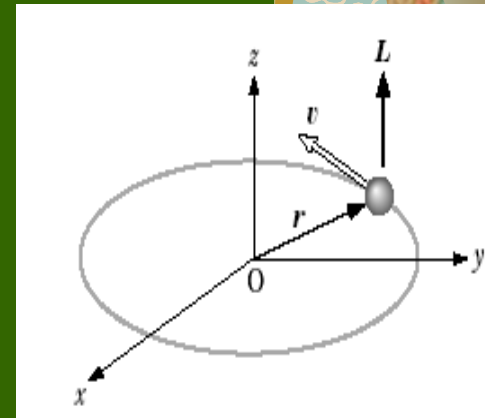
惑星の運動：Newtonの三法則で理解できる

万有引力のもとで運動：角運動量が保存

（したがって、平面の運動を考えるとよい）

惑星は古代から回転運動をし続けている。

回転運動を維持する特性：角運動量という概念



角運動量：半径 r 、速度 v で回転する（質量 m ）とき、

角運動量： $L = r \times P$ （ L は回転軸方向を向く）

運動方程式 $F = ma = dP / dt$

回転を表す L の時間微分を調べてみよう

外積の定義 の復習 (p.317)

■ 内積

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta, \quad \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2$$

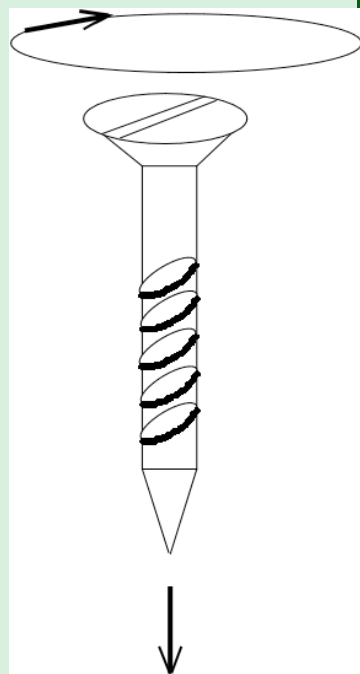
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

■ 外積

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} : \text{大きさ } AB \sin \theta$$

(方向 \mathbf{A} から \mathbf{B} へ右ねじを回すときの進行方向)

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} \times \mathbf{A} = 0$$



$$\begin{aligned}
 d\mathbf{L} / dt &= (d\mathbf{r} / dt) \times \mathbf{p} + \mathbf{r} \times (d\mathbf{p} / dt) \\
 &= m \mathbf{v} \times \mathbf{v} + \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\
 &= \mathbf{r} \times \mathbf{F} \\
 &= \mathbf{N} \quad (\text{力のモーメント, またはトルク})
 \end{aligned}$$

もし、 $\mathbf{N}=0$ ならば、 \mathbf{L} は時間によらず一定 (保存)

今、 \mathbf{F} は万有引力なので、

$$\mathbf{F} = - (G Mm / r^3) \mathbf{r}$$

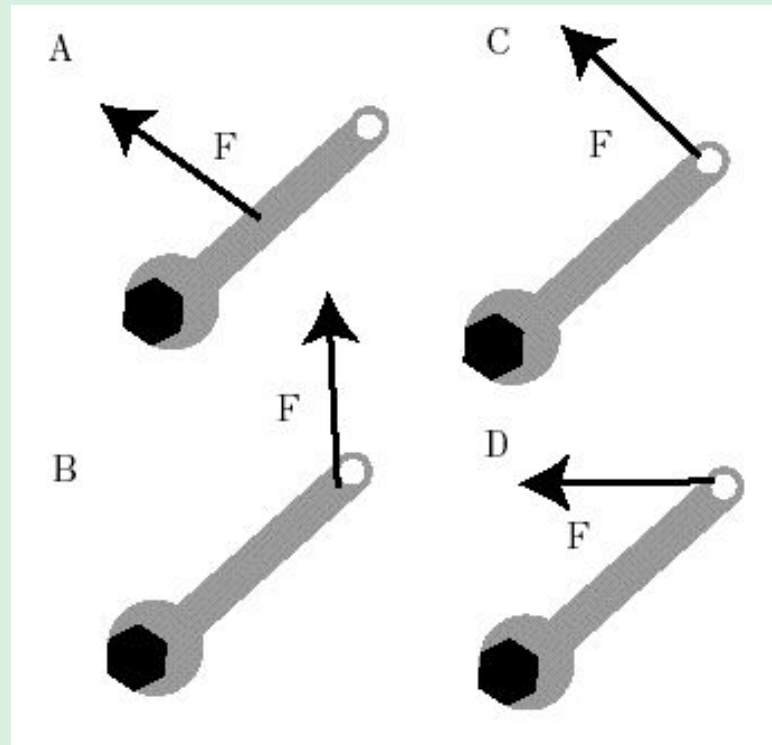
$$\mathbf{F} \text{ の方向は } \mathbf{r} \text{ と同じ } \rightarrow \mathbf{r} \times \mathbf{F} = 0$$

角運動量 \mathbf{L} は保存 (宇宙のはじめから未来永劫一定)

一般に回転運動の時、力 \mathbf{F} は中心方向： $\Leftrightarrow \mathbf{L}$ は保存

簡単な問題例

■ 同じ力 F でレンチを回した。一番良く力のモーメント（トルク）が加わるのはどれ？



回転運動ではLは一定 (回転軸を保ち続ける性質)

- 惑星の運動: 回転軸を保ったまま、 r と P の張る平面内で回転を続ける。
- 地球の自転: 〈潮汐現象は自転の抵抗〉

摩擦などの非保存力がない限り、一度回転したら回転しつづける

ジャイロスコープ(目印のない闇夜の航行の指針)
自転車 (2輪車なのに倒れない理由)
こままわし

例題 カーブを曲がる車の角運動量

■ 車(1500kg)が $v = 40 \text{ m/s}$, $R = 50\text{m}$ の円形コースを走るときの L は？

■ $L = r \times p$

r と v は $\theta = 90^\circ$ なので

$$L = r m v \sin\theta$$

$$= 50\text{m} \times 1500\text{kg} \times 40\text{m/s}$$

$$= 3 \times 10^6 \text{ kgm}^2/\text{s}$$

(車は半時計周りのとき、向きは垂直上向き)

慣性モーメント



今まで、物体を点と考えた(質点)
惑星や円盤: 大きさのある物(剛体)の運動

Hard Disk (HD)のような円盤の運動は？

$v = R\omega$ なので、円盤の v は R で異なる \Leftrightarrow 不便
回転運動は角速度 ω を用いたほうが便利

回転運動の運動エネルギー K は

$$\begin{aligned} K &= (1/2)mv^2 = (1/2)mR^2\omega^2 = (1/2)(mR^2)\omega^2 \\ &= (1/2)I\omega^2 \end{aligned}$$

回転運動での質量に対応する量 I (慣性モーメント)

質点系と剛体系の対応

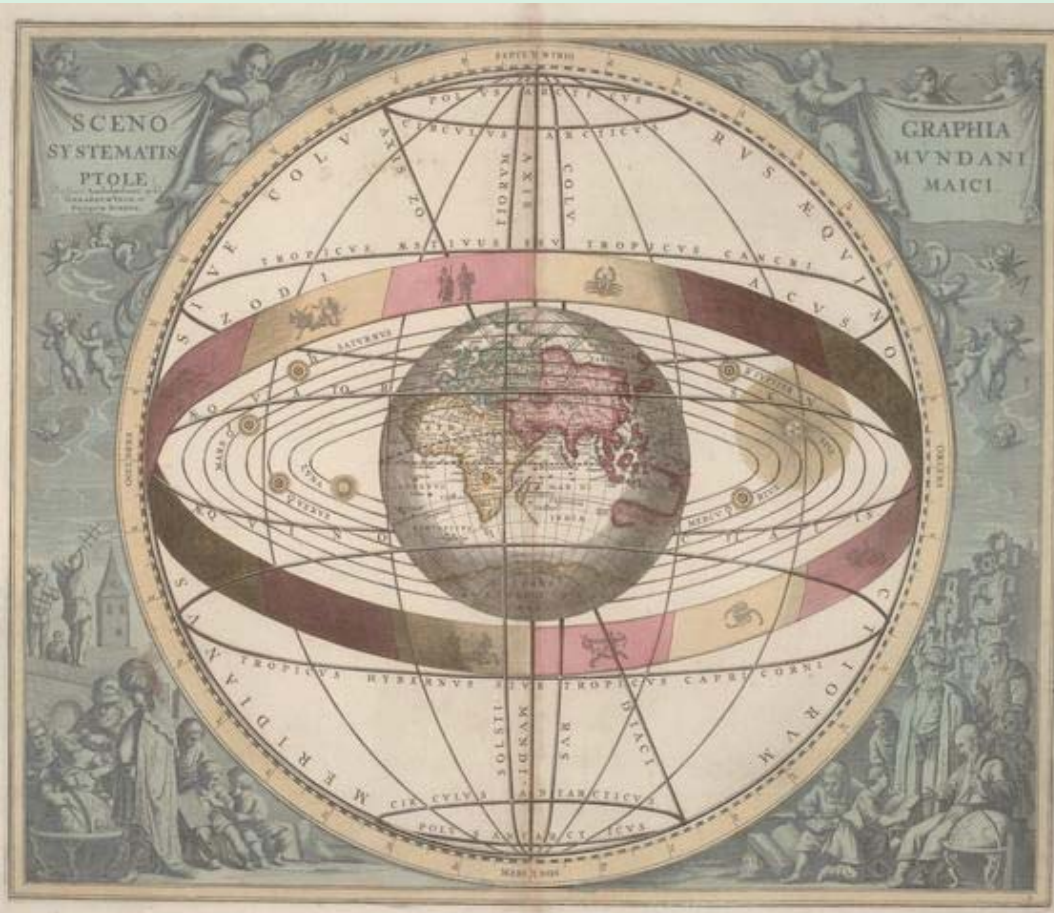
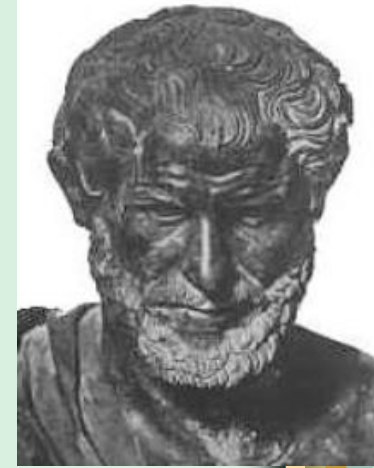
- 質量 m \Leftrightarrow 慣性モーメント I
- 速度 v \Leftrightarrow 角速度 ω
- 運動量 p \Leftrightarrow 角運動量 L

運動量 P	$P = mv$
角運動量 L	$L = I\omega$

一般には $I = \sum m_i r_i^2 = \int r^2 d\rho$

惑星の運動ー 歴史的意味

アリストテレス



■ 宇宙と地上の法則？

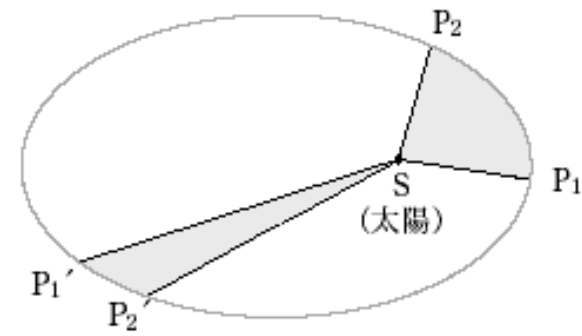
■ 地球は宇宙の中心。宇宙が回転している。宇宙は球体で完全な世界

■ → 地球は自転しながら太陽のまわりを回る。
(コペルニクス革命)

**自然界は同じ（簡単な）
法則のもとに成立**

惑星の運動

—ケプラーの法則—



Kepler

1. 惑星は太陽を焦点とする楕円上を運動
2. 惑星と太陽を結ぶ線が一定時間に通過する面積(面積速度)は一定。
3. 惑星の公転周期の二乗は、軌道の半長軸の三乗に比例

ティコ・ブラーエによる測定を活用

3. 公転周期の二乗は、軌道の半長軸の三乗に比例

惑星	質量	離心率	公転周期 T	半長軸 a	T^2/a^3
水星	0.054	0.206	0.241	0.387	1.0005
金星	0.819	0.007	0.615	0.723	1.0002
地球	1.000	0.017	1.000	1.000	1.0000
火星	0.108	0.093	1.88	1.52	1.0001
木星	318.4	0.048	11.9	5.20	0.9992
土星	95.3	0.056	29.5	9.55	0.9948
天王星	14.5	0.047	84.0	19.2	0.9946
海王星	17.3	0.009	164.8	30.1	0.9946
冥王星	0.035	0.247	247.8	39.5	0.9933

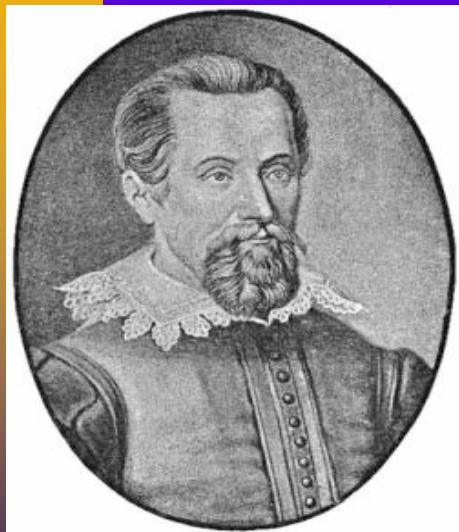
今日のPoint

- 角運動量 $L = r \times p$
 - 保存力なら、角運動量は保存される
 - 力のモーメント $N = r \times F$
 - 慣性モーメント $I = \int r^2 d\rho$
-
- 長年にわたる観測結果：Keplerの法則
 - 1) 惑星は太陽を焦点とする楕円軌道
 - 2) 面積速度一定（角運動量保存）
 - 3) 惑星の公転周期 T は R^3 （半長軸）に比例
 - この3法則はNewtonの法則で説明できる。
（人工衛星はNewtonの法則で計算される）

基礎物理学 I

-第10回-

今日のPoint : 惑星の運動の理解



J. Kepler

§ 3 惑星の運動

§ 4 ケプラーの第二法則

面積速度一定

§ 5 ケプラーの第一法則

楕円軌道

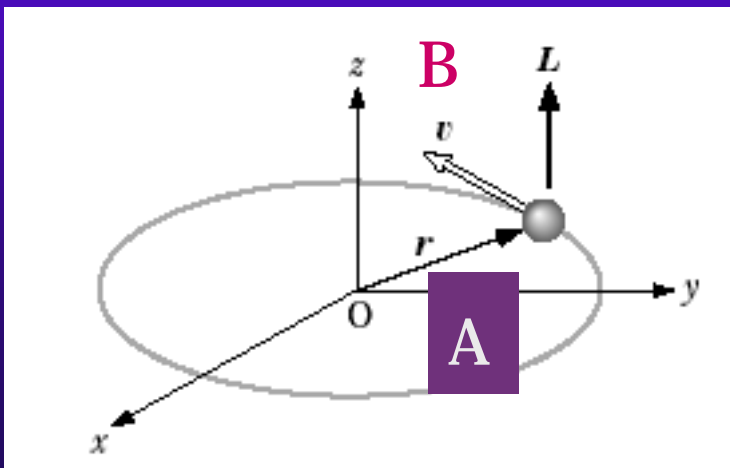
§ 6 ケプラーの第三法則

周期 $T^2 \propto$ 長半径 a^3

前回の復習

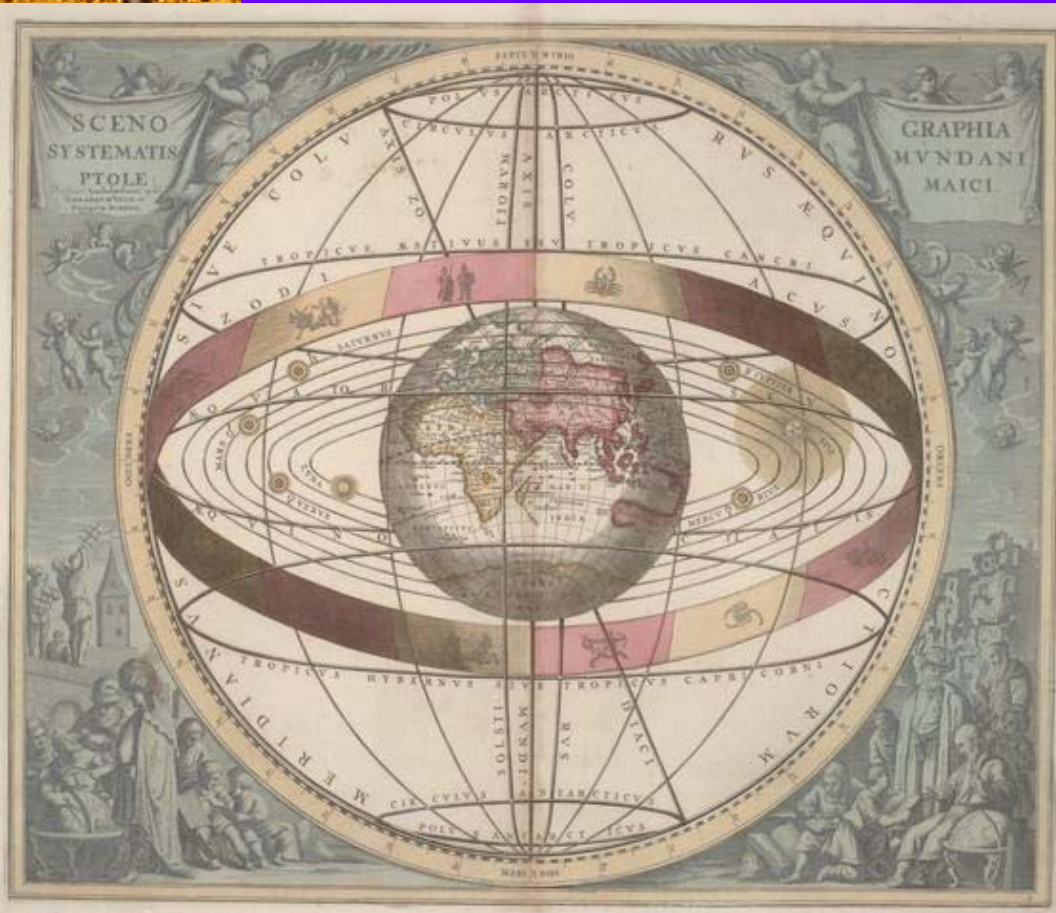
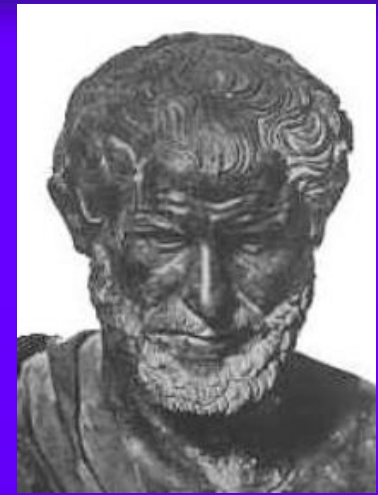
- ◆ 角運動量保存則 $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ (惑星の運動にも適用)
- ◆ 力のモーメント (トルク) $\mathbf{N} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$
- ◆ 慣性モーメント I ($= \sum m_i r_i^2 = \int r^2 d\rho$)
- ◆ 外積 $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$: $AB \sin \theta$, 方向 \mathbf{A} から \mathbf{B} へ右ねじを回すときの進行方向

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} \times \mathbf{A} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{A} \times \mathbf{0} = \mathbf{0}$$



惑星の運動― 歴史的意味

アリストテレス



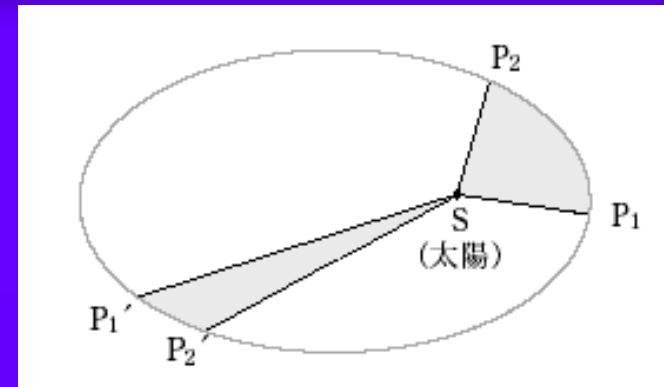
- ◆ 宇宙と地上の法則？
- ◆ 地球は宇宙の中心。宇宙が回転している。宇宙は球体で完全な世界
- ◆ → 地球は自転しながら太陽のまわりを回る。
(コペルニクス革命)

自然界は同じ（簡単な）
法則のもとに成立

惑星の運動 —ケプラーの法則—



J. Kepler



1. 惑星は太陽を焦点とする楕円軌道を運動
2. 惑星と太陽を結ぶ線が一定時間に通過する面積(面積速度)は一定。
3. 惑星の公転周期の二乗は、軌道の半長軸の三乗に比例

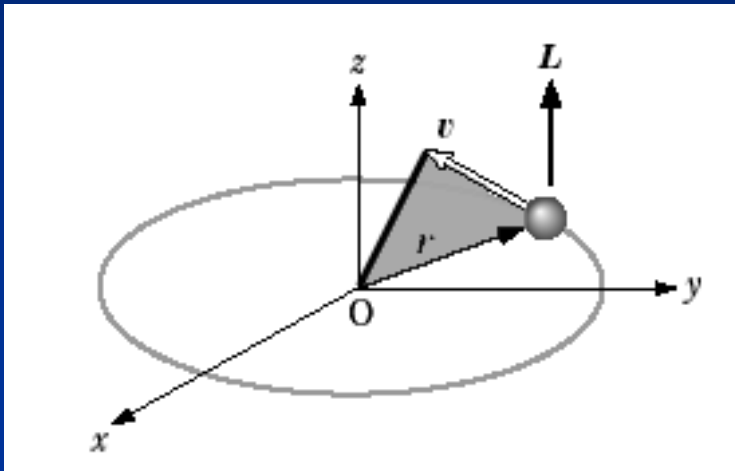
Tycho Braheによる測定データを解析

3. 公転周期の二乗は、軌道の半長軸の三乗に比例

惑星	質量	離心率	公転周期 T	半長軸 a	T^2/a^3
水星	0.054	0.206	0.241	0.387	1.0005
金星	0.819	0.007	0.615	0.723	1.0002
地球	1.000	0.017	1.000	1.000	1.0000
火星	0.108	0.093	1.88	1.52	1.0001
木星	318.4	0.048	11.9	5.20	0.9992
土星	95.3	0.056	29.5	9.55	0.9948
天王星	14.5	0.047	84.0	19.2	0.9946
海王星	17.3	0.009	164.8	30.1	0.9946
冥王星	0.035	0.247	247.8	39.5	0.9933

ケプラーの第二法則

\mathbf{r} と \mathbf{v} の外積: \mathbf{r} と \mathbf{v} が張る平行四辺形の面積



面積速度

$$\mathbf{S} = (1/2) (\mathbf{r} \times \mathbf{v})$$

$$= \mathbf{L} / (2m)$$

(ここで、 \mathbf{L} は一定なので)

= 一定

(Keplerの第2法則)

ケプラーの第一法則

- 惑星の運動は平面なので、2次元(x、y)での運動を考えればよい

$$(5.14) \text{式} \quad m(d^2r/dt^2) = -GMm/r^2$$

$r = (r\cos\theta, r\sin\theta)$ なので、速度 v は

$$\vec{v} = \left(\frac{dr}{dt}\cos\theta - r\sin\theta\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{i} + \left(\frac{dr}{dt}\sin\theta + r\cos\theta\frac{d\theta}{dt}\right)\vec{j}$$


$L = mr^2\theta'$ になるので、それを用いると

加速度 a は、

$$a_x = (r'' - L^2/m^2r^3)\cos\theta$$

$$a_y = (r'' - L^2/m^2r^3)\sin\theta$$

よって、 $d^2r/dt^2 = (r'' - L^2/m^2r^3) = -GM/r^2$


$$\text{運動方程式: } d^2 r / dt^2 = (r'' - L^2 / m^2 r^3) = - G M / r^2$$

$$u = (1/r) - GMm^2/L^2 \text{ とおくと}$$

$$d^2 u / d\theta^2 = - u$$

これは、前に出てきた微分方程式 $\Rightarrow \cos, \sin$
整理すると、、、

$$(1/r) = A \cos(\theta - \theta_0) + GMm^2/L^2$$

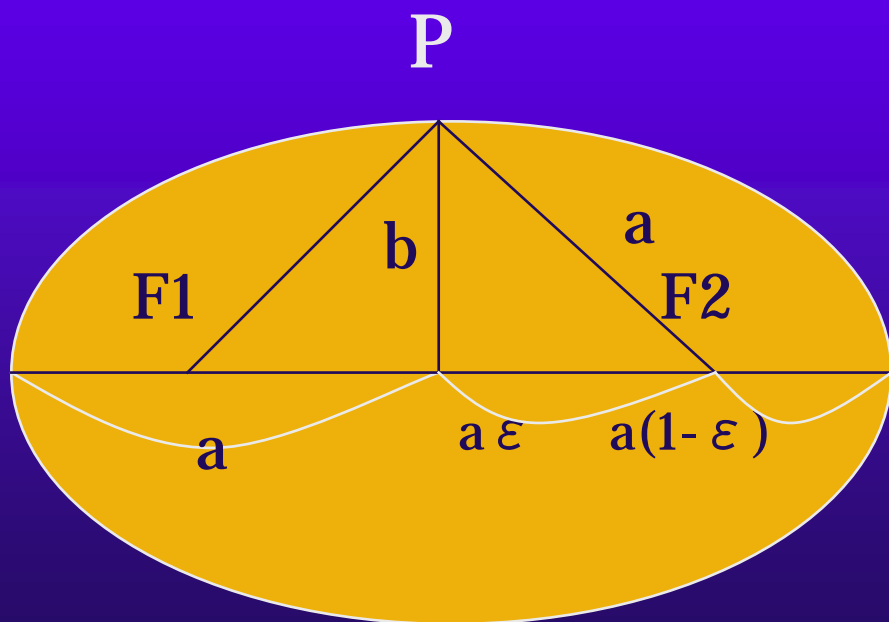
$$\begin{aligned} r &= 1 / (A \cos(\theta - \theta_0) + GMm^2/L^2) \\ &= r_0 / (1 + \varepsilon \cos(\theta - \theta_0)) \end{aligned}$$

この ε は離心率といい、 $\varepsilon < 1$ のとき楕円になる

$\theta_0=0$ なら、結局

$$r = \frac{r_0}{1 + \varepsilon \cos \theta}$$

これは楕円軌道の式



近日点の距離

$$\frac{r_0}{1 + \varepsilon} = a(1 - \varepsilon)$$

遠日点の距離

$$\frac{r_0}{1 - \varepsilon} = a(1 + \varepsilon)$$

ケプラーの第三法則 $T^2 \propto a^3$

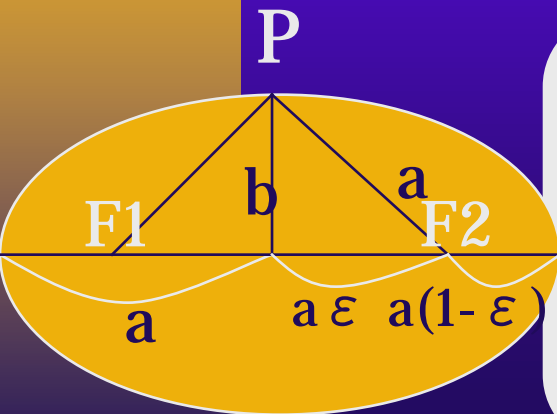
楕円の面積は πab 、毎秒 $L/2m$ の面積を掃過

周期

$$T = \frac{2\pi abm}{L}$$

楕円の性質から

$$2a = \overline{F_1P} + \overline{F_2P}$$



$$2a = \frac{r_0}{1+\varepsilon} + \frac{r_0}{1-\varepsilon} = \frac{r_0(1-\varepsilon+1+\varepsilon)}{1-\varepsilon^2} = \frac{2r_0}{1-\varepsilon^2}$$

$$r_0 = \frac{L^2}{GMm^2}$$

$$a(1-\varepsilon^2) = \frac{L^2}{GMm^2}$$



楕円の焦点は $(\pm a \varepsilon, 0)$

$$a^2 = b^2 + a^2 \varepsilon^2, \quad b^2 = a^2(1 - \varepsilon^2)$$

$$a(1 - \varepsilon^2) = \frac{L^2}{GMm^2}$$

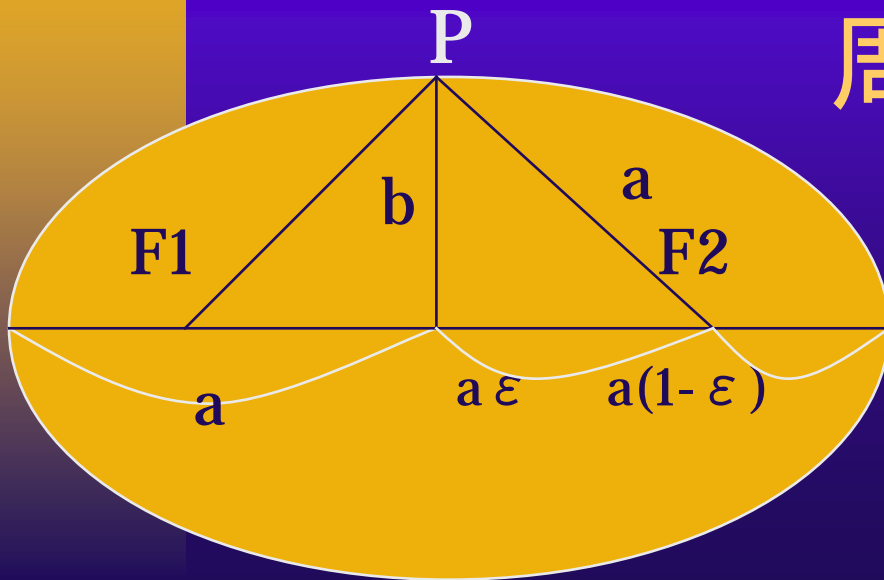
に代入して

$$\frac{b^2}{a} = \frac{L^2}{GMm^2}$$

$$T = \frac{2\pi abm}{L} \quad T^2 = \frac{(2\pi ab)^2 m^2}{L^2} = (2\pi ab)^2 \frac{a}{GMb^2} = \frac{4\pi^2}{GM} a^3$$

周期 $T^2 \propto$ 長半径 a^3

この関係は偶然ではなかった





このような美しい体系: 自然は単純な法則で成立

- ◆ スコラ哲学(ビュリダン)
- ◆ インペトウス理論(オレーム他、14世紀)
運動は制止するものが無い限り継続
- ◆ 天球の回転について
(N. Copernicus)
- ◆ 望遠鏡と観測器具の発明・進歩
(Tycho Brahe, J. Kepler, G. Galilei)
- ◆ 微積分の発見
(I. Newton, G.W. Leibnitz)

Newtonによって、初めて本質が理解された

基礎物理学 I

-第11回:振動-

波動(Wave)

媒質:波を伝える物質

(媒質の各点は単振動)

1 単振動

2,3 1次元の波動

4,5 波動としての音と光

< Today's Point >

1. 単振動の例

2. 減衰

3. 強制振動

4. 共鳴(共振)

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

前回のまとめ：惑星の運動

ケプラーの3法則→万有引力

運動方程式＋初期条件→運動が決まる

惑星の運動方程式 $m \frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GmM}{r^2}$

(初期条件：太陽系生成時に決定)

角運動量保存則： $L = \text{一定}$ (Kepler②)

運動方程式を解く→「楕円軌道」： $r = \frac{r_o}{1 + \varepsilon \cos(\theta)}$ (Kepler①)

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} \quad (\text{Kepler③})$$

「波動」の例

著作権処理の都合で、この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

波動は力学の応用

波動：波、音、光（電磁波）

波動現象の原理：通信、楽器、操船

各分野の測定装置：科学、検査、医療

波動で導入された概念は日常用語として使用
（干渉、共鳴、うなり、屈折、波長、偏向、減衰）

具体的現象（イメージ） 概念としての把握 数学的表現

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

単振動 のバネモデル

—平衡位置—

力の釣合った位置

(エネルギー最小)から

の微小変位

復元力: F

外力(外場)

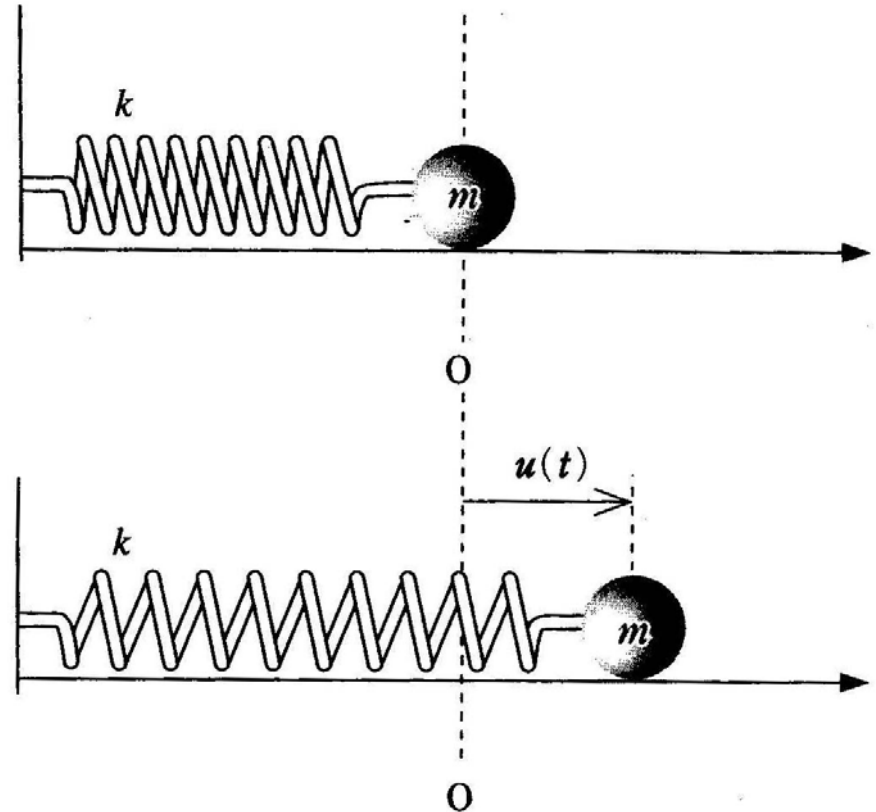
—バネモデル以外—

平衡位置→?

変位→?

外力→?

置き換える



単振動の運動方程式と解(復習)

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \rightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x$$

解 $x = \alpha \sin(\omega_0 t + \varphi)$ α : 振幅、 φ : 初期位相

$$x = \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) \quad , \quad x_0 = \alpha \sin \varphi$$

$$\omega_0 \equiv \frac{2\pi}{T}, \quad T : \text{周期}, \quad \nu_0 \equiv \frac{1}{T} : \text{振動数}$$

— 単振動の理解に必要な概念 —
初期条件 → 振幅と初期位相
方程式 → 周期(振動数・角振動数)

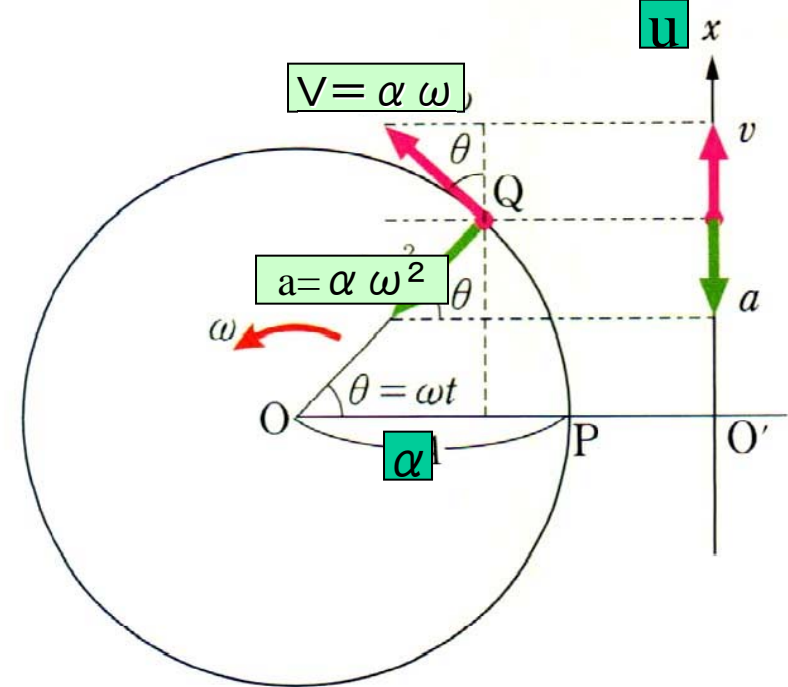
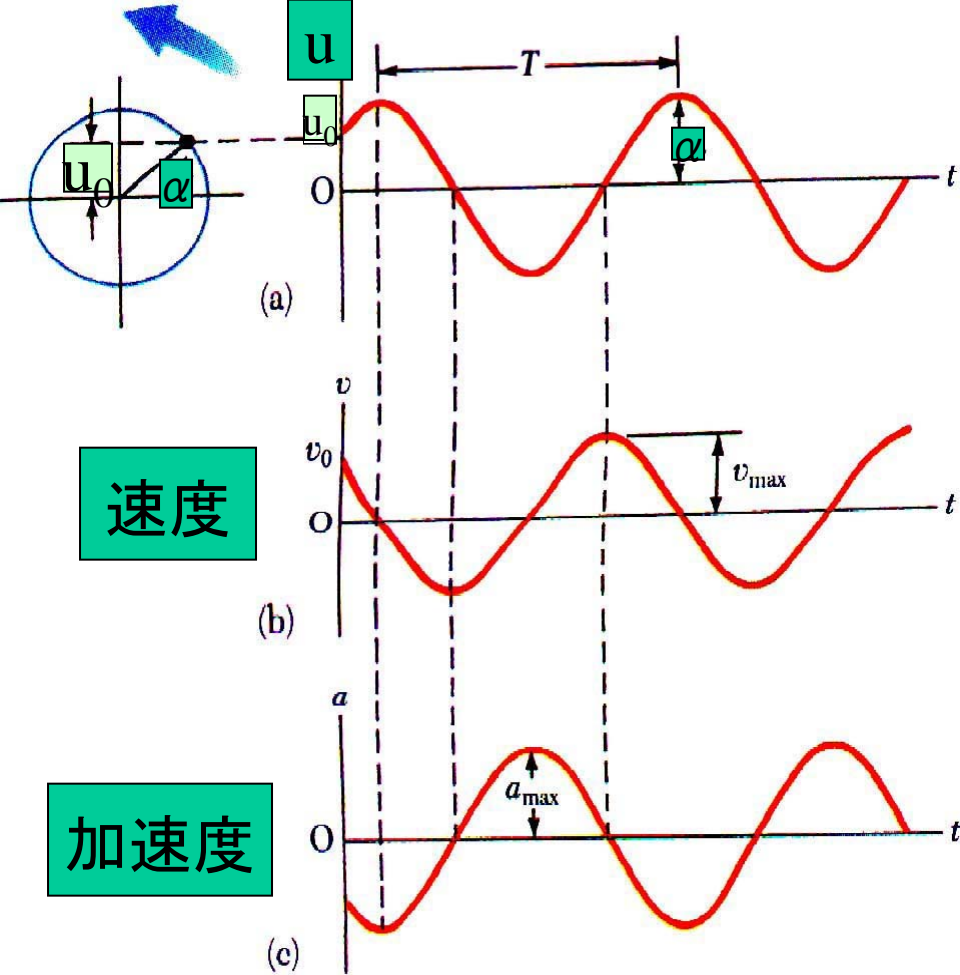
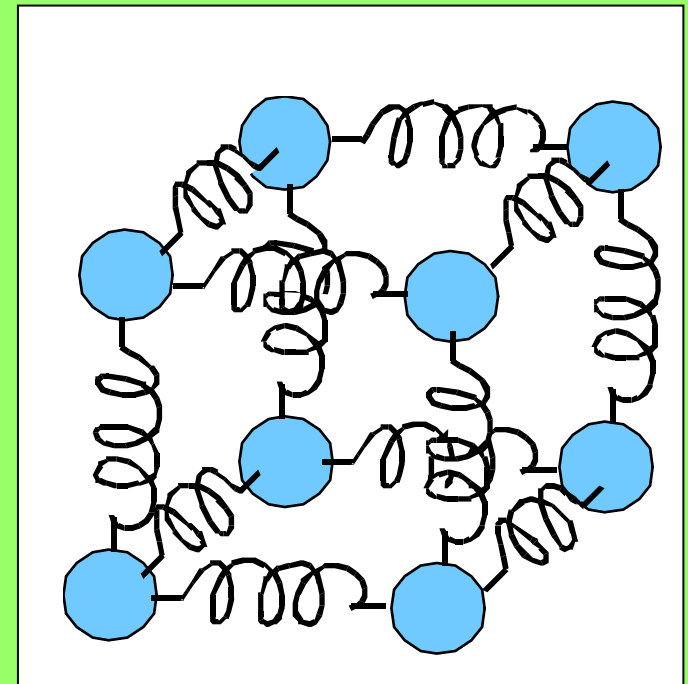


図8 単振動の速度と加速度

単振動の速度と加速度

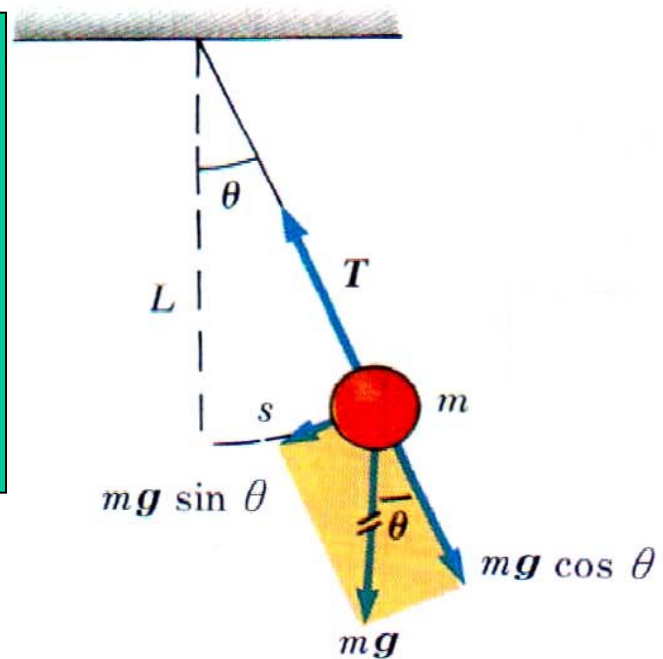
単振動の例—自然界に一杯

- ・ 円運動の射影
- ・ 放物面上の球
- ・ 単振子（柱時計の振り子、釣鐘）
- ・ 音叉
- ・ 結晶中の原子・分子の振動（時計）
- ・ つり橋・建物等
- ・ 電気回路の電流・電圧
- ・ 化学振動
- ・ 生命体中の周期運動



平衡状態からの微小変化：減衰、強制振動の対応現象

単振り子

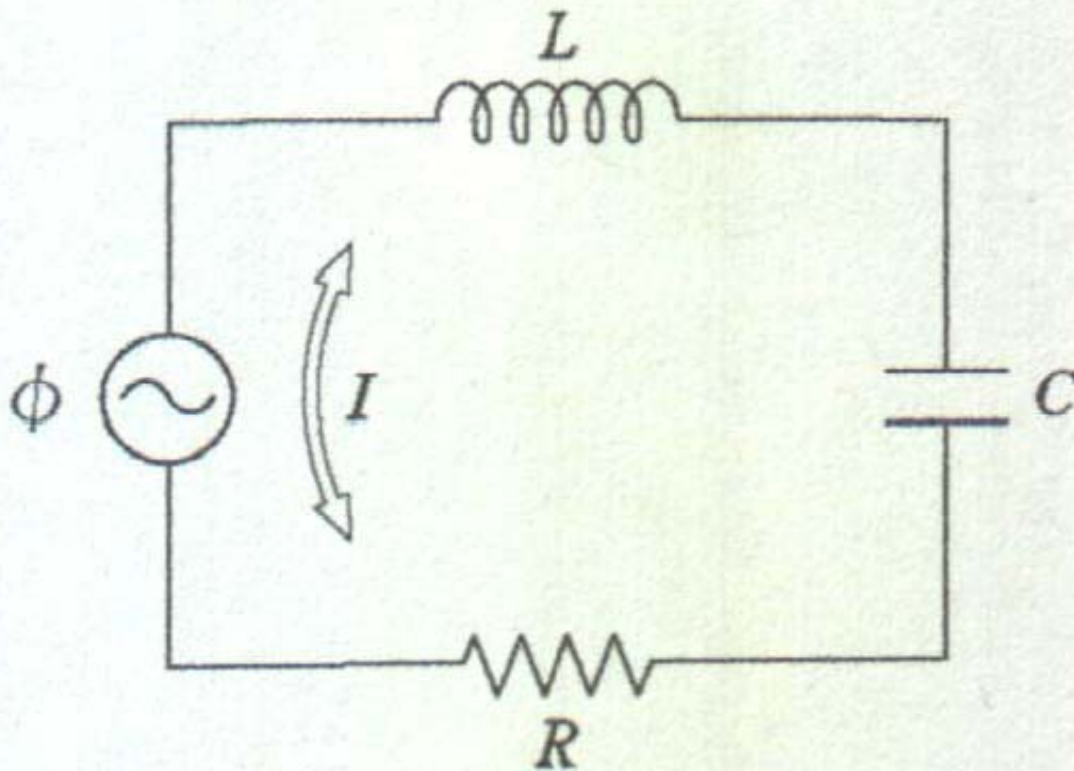


著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
写真を省略させていただきます。

釣り鐘

単振動の例

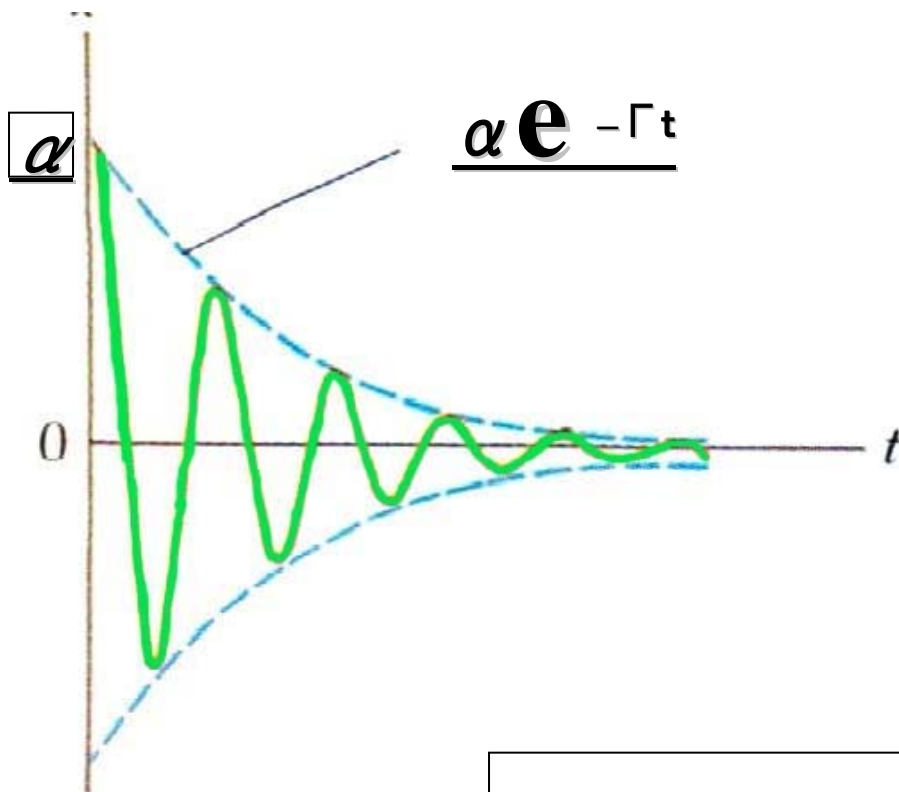
著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
写真を省略させていただきます。



$$L \frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + R \frac{dQ(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} = \phi(t); Q(t); \text{電荷}$$

C: コンデンサー容量、R: 電気抵抗
L: コイル・自己インダクタンス

電気回路と振動の対応関係



減衰振動

水分子による摩擦 \Rightarrow 振幅が減衰
●抵抗が大きい場合：減衰するだけ

減衰振動

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = -ku - \gamma \frac{du}{dt} \quad (\Gamma \equiv \frac{\gamma}{2m}) \rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} = -\omega_0^2 u - 2\Gamma \frac{du}{dt}$$

解 $u = \alpha e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi)$ ($\omega \equiv \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$) は方程式を充たす

$$(-\omega_0^2) \frac{1}{\alpha} u = (-\omega_0^2) [e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi)]$$

$$(-2\Gamma) \frac{1}{\alpha} \frac{du}{dt} = (-2\Gamma) [(-\Gamma) e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi) + \omega e^{-\Gamma t} \cos(\omega t + \varphi)]$$

$$\frac{1}{\alpha} \frac{d^2 u}{dt^2} = [(-\Gamma)^2 e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi) + \omega(-2\Gamma) e^{-\Gamma t} \cos(\omega t + \varphi) - \omega^2 e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi)]$$

減衰振動によるエネルギー: $E(t) = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} kx^2$ の減衰

単位時間になされる仕事 $\frac{dE(t)}{dt} = -\gamma \left(\frac{dx}{dt} \right) \left(\frac{dx}{dt} \right) < 0$

数学的に解が厳密に解ける

強制振動

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = -ku - \gamma \frac{du}{dt} + \underline{F \sin(\omega t)}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 u}{dt^2} = -\omega_0^2 u - 2\Gamma \frac{du}{dt} + \underline{f \sin(\omega t)}$$

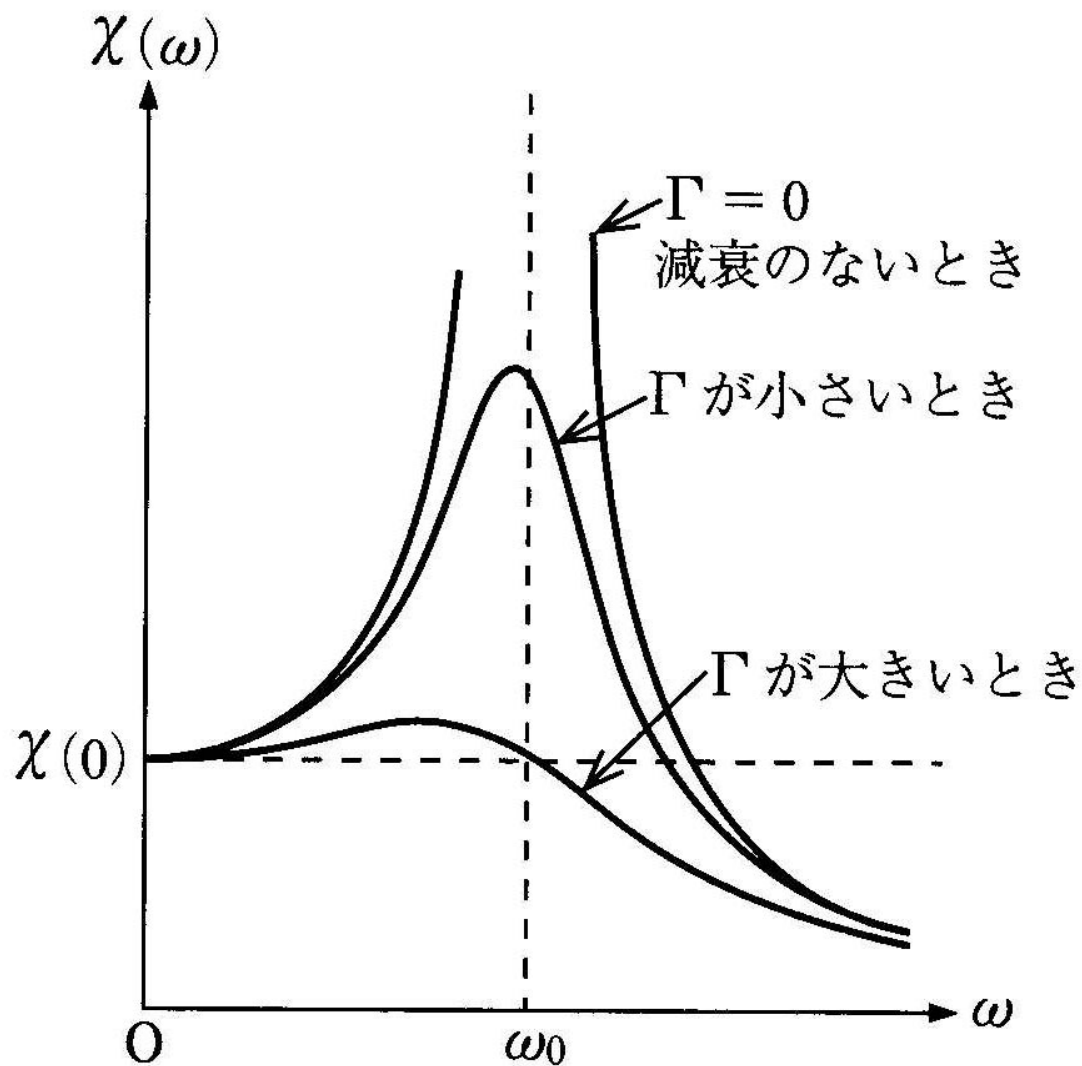
$u = \alpha e^{-\Gamma t} \sin(\omega t + \varphi)$ (減衰振動) + 強制振動解

$$+ \chi_R(\omega) f \sin(\omega t); \quad \chi_R(\omega) \equiv \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\Gamma\omega)^2}$$

$$- \chi_I(\omega) f \cos(\omega t); \quad \chi_I(\omega) \equiv \frac{2\Gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2\Gamma\omega)^2}$$

ラジオやTVのチューニングに応用

共鳴・共振



振動数が一致すると大きな応答

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

共鳴

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

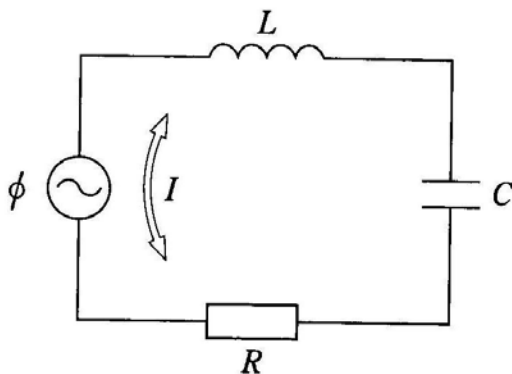
人の歩行

人がこぐ

演奏する

強制振動と共振の例

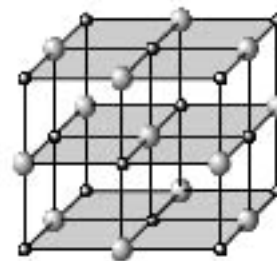
電気的信号



人が押す

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

振動電場



弦の振動



十勝沖地震

長期的地震動(周期2秒以上)の発生。M8以上で特に強く発生。
深い岩盤上に柔らかい堆積物のたまったすり鉢状地下構造で増幅

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

(<http://www.nhk.or.jp/special/libraly/04/10001/10118.html>)

構造物にはある特定の
周期の揺れに対して共
振する。大きい構造物
ほど周期が長い(ω_0 大)
この際に石油の液面が
大きく上下(スロッシング
液面揺動)。NHKHP
2004:1. 18放送

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

(<http://www.nhk.or.jp/special/libraly/04/10001/10118.html>)

強風下でのタコマ橋 の崩壊—共鳴現象

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「タコマ橋」の図を省略させていただきます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「タコマ橋の崩壊」の図を省略させていただきます。

$$E = \frac{1}{2} k \alpha^2$$

運動エネルギー

$$\frac{1}{2} m v^2$$

位置エネルギー

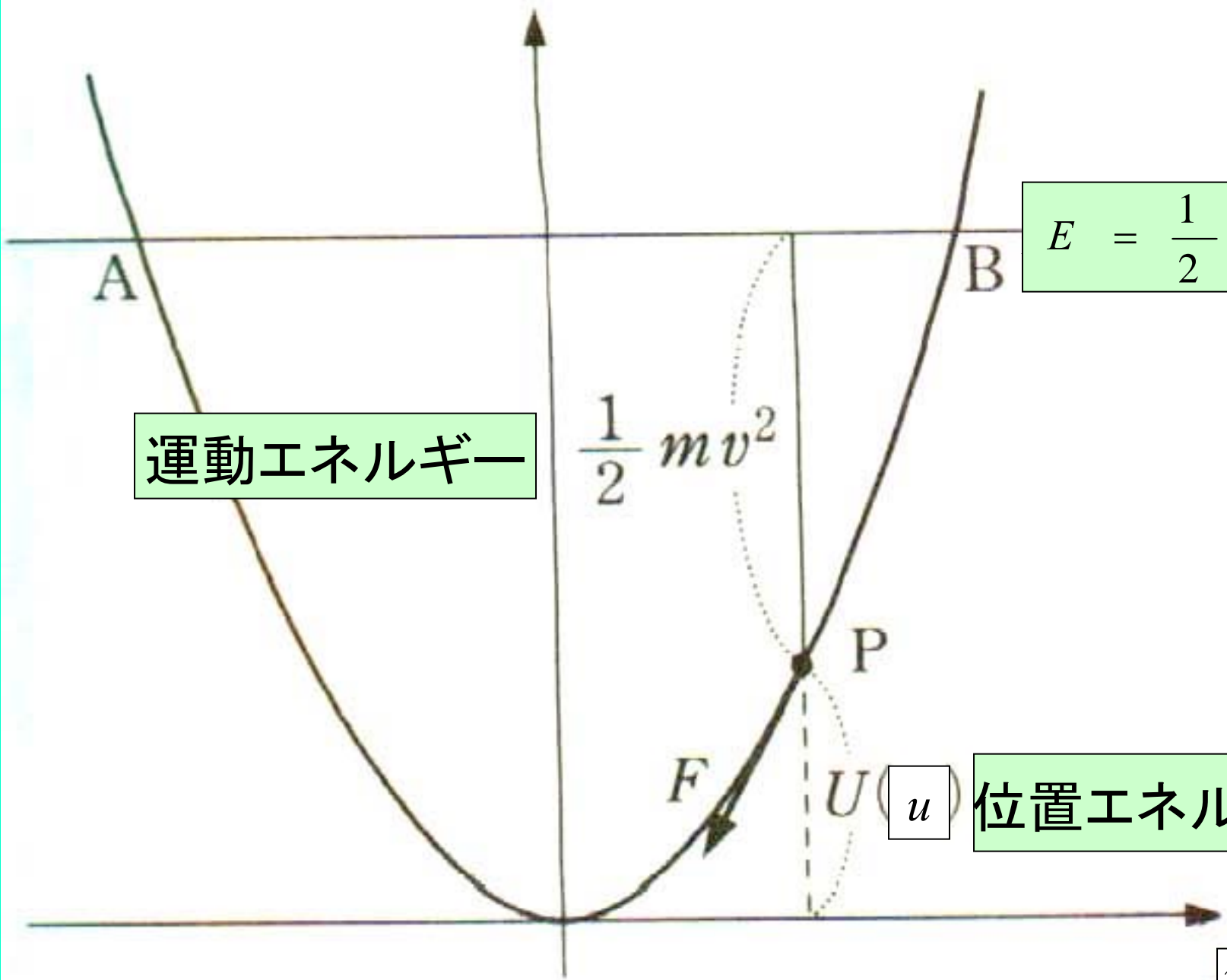
P

F

$U(u)$

u

単振動の有するエネルギー



基礎物理学 I 12回 一次元の波動一

Review of Last Week

1. 振動の概念の復習
2. 単振動の例
3. 減衰する振動
4. 共振〔共鳴〕

今日のPoint

1. 波の表し方
2. 縦波と横波
3. 波動方程式

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

水面上の円形波

デジタルカメラ研究マガジン (<http://www.digicame.com>) より



制限資料

点波源の時
水の波面は円形に
広がる



どの方向にも同様に
円形波
(三次元なら**球面波**)

波源が2点なら



平面波

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

波源が沢山あり、その1点、1点が一緒に振動

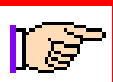
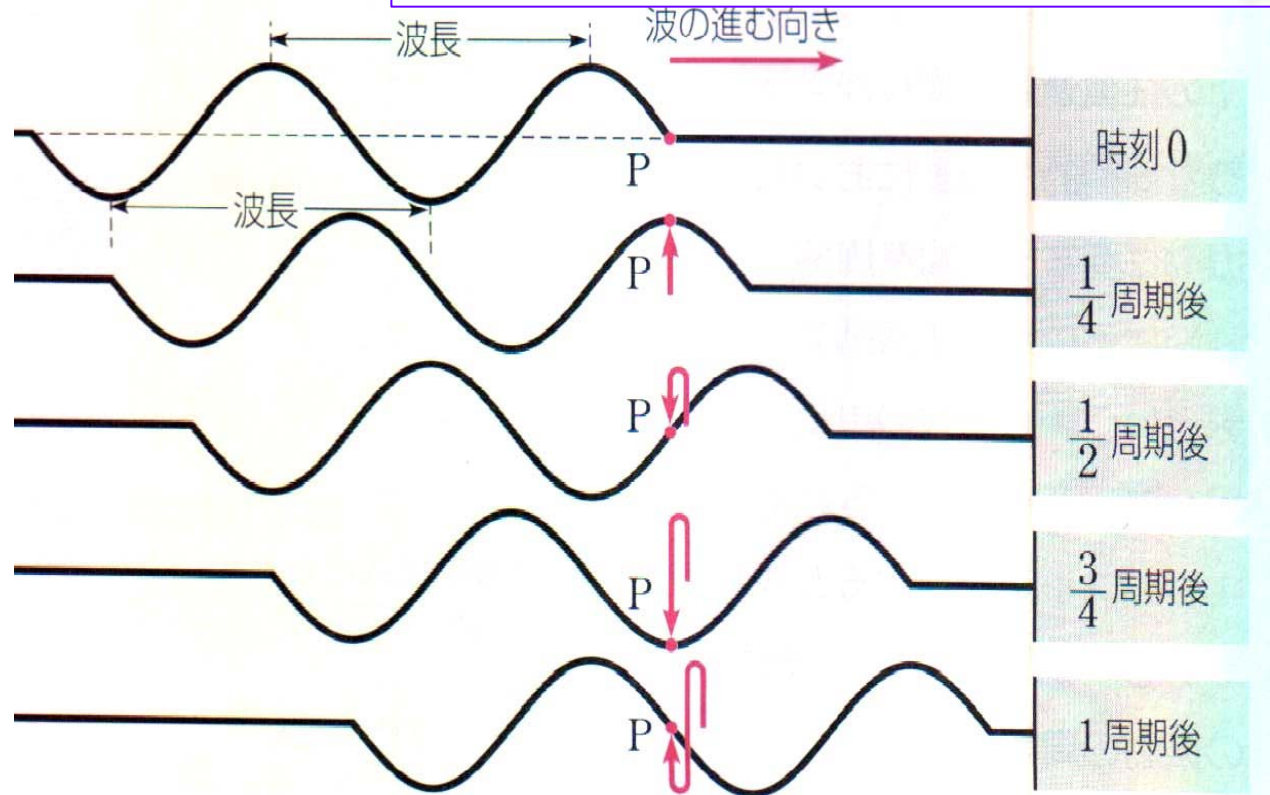
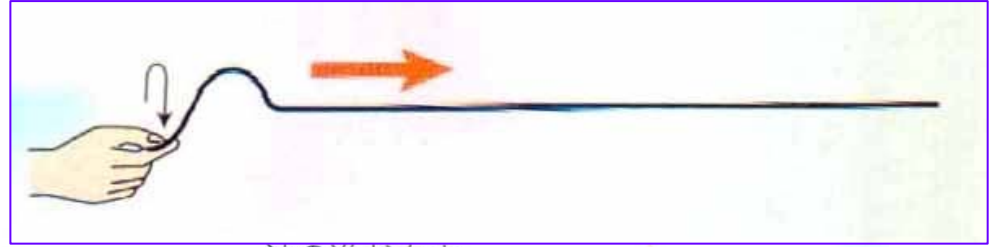
波源が1列に並んでいるため
波は1列になって進む



平面波

波をどのように数式で表すか？ 波の表し方

糸を上下に揺らして考える

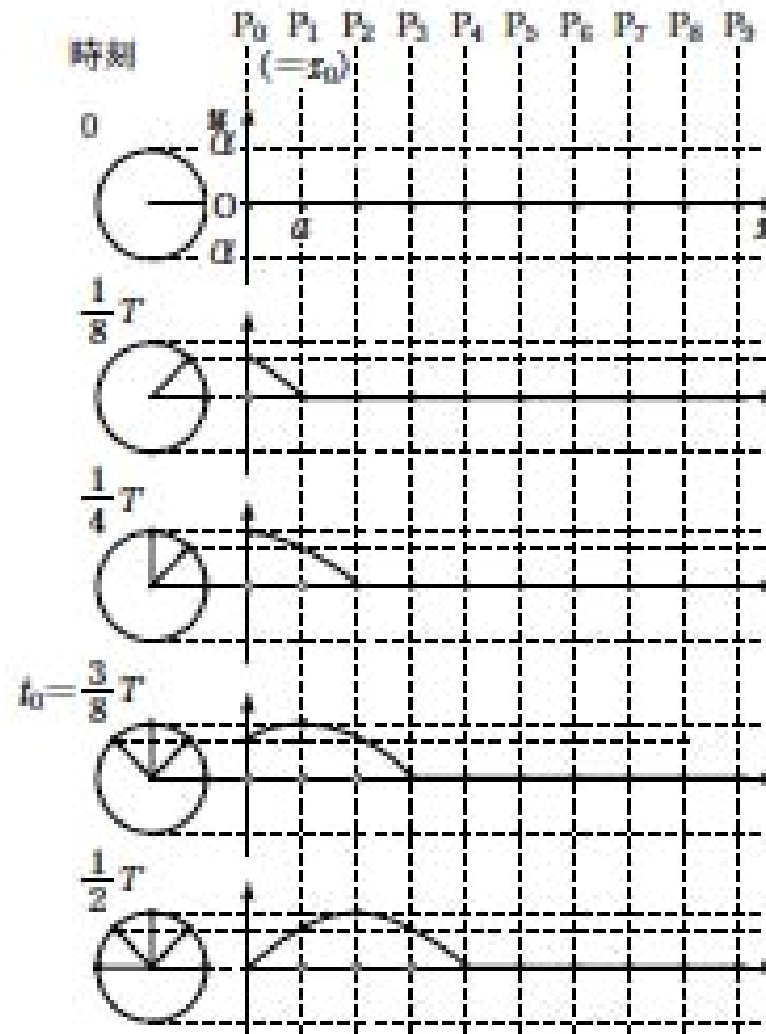


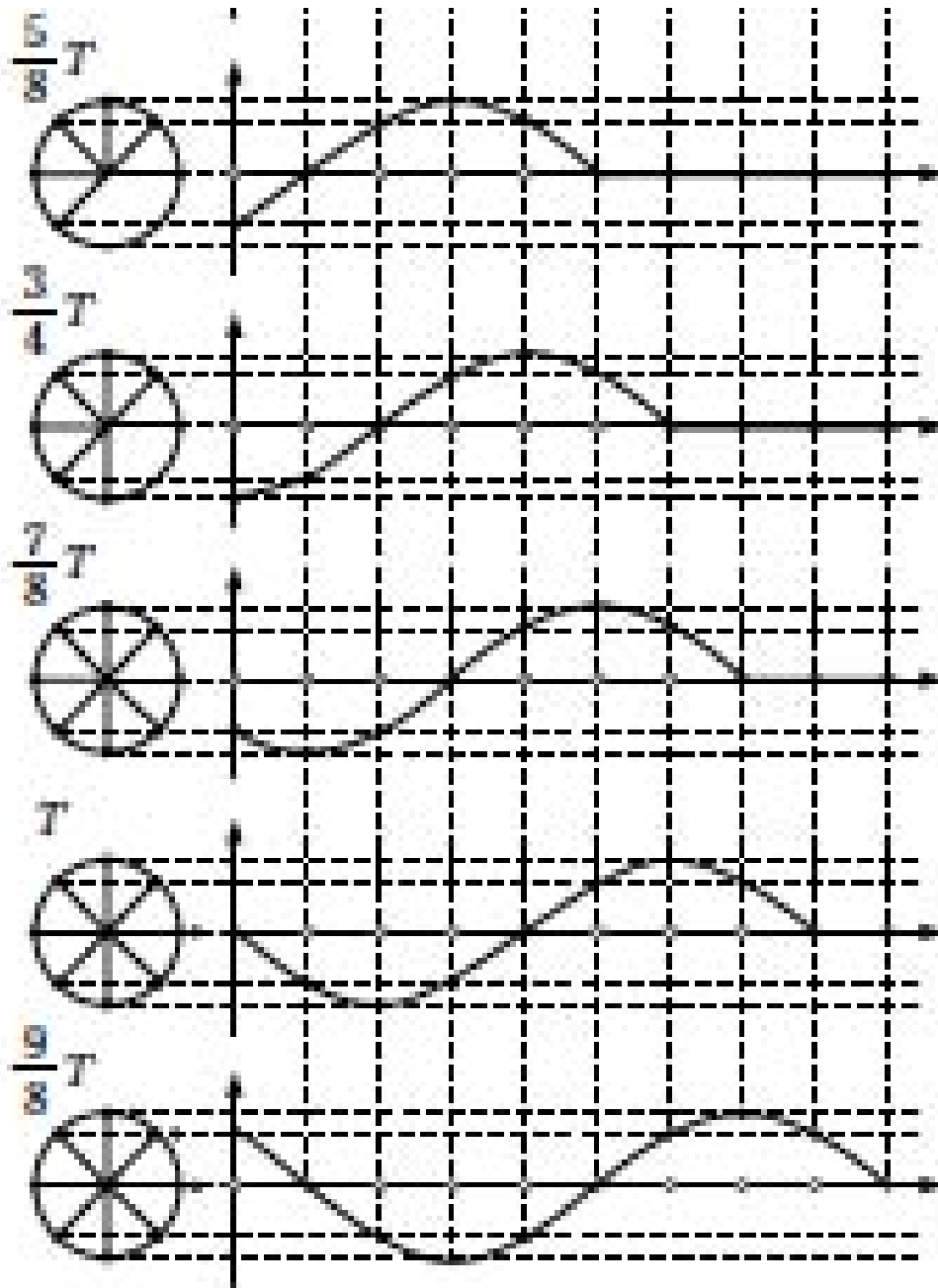
\sin, \cos
で表される

$$\alpha \sin\{q(x - vt) + \varphi\} = \alpha \sin\{qx - \omega_0 t + \varphi\}$$

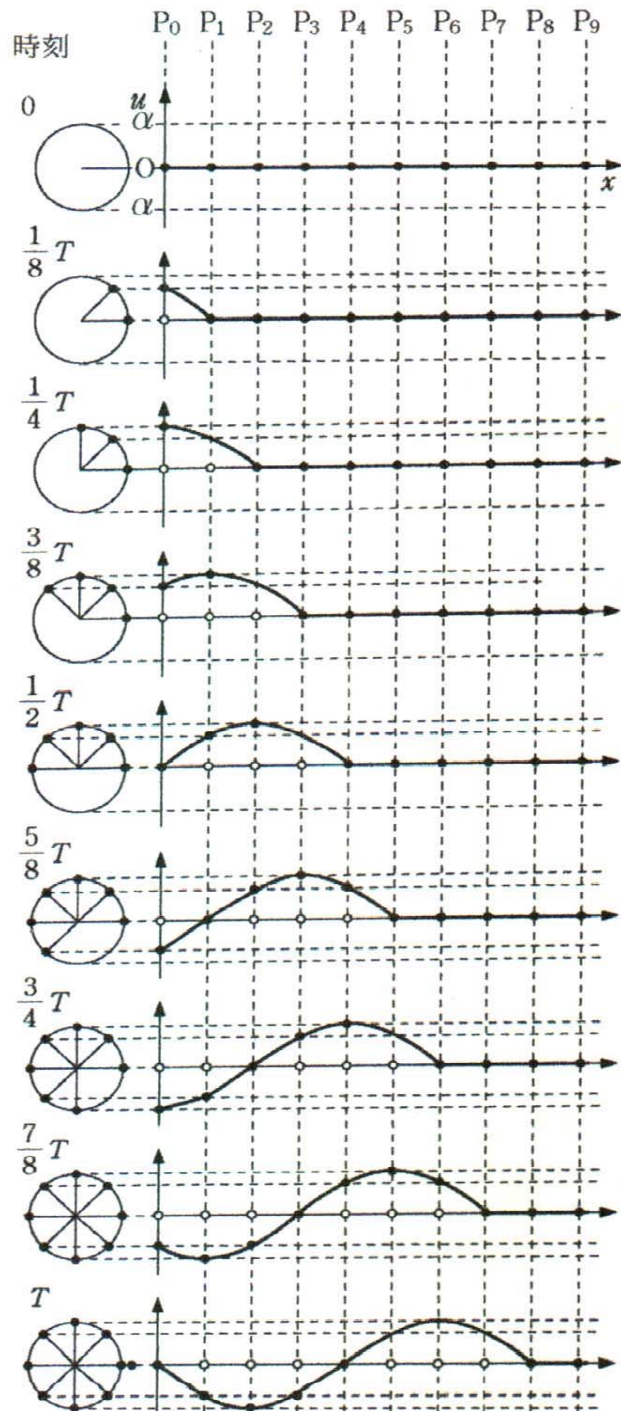
$q (= \frac{2\pi}{\lambda})$: 波数、 ω_0 : 角振動数、 α : 振幅

波の進行





波の作図法



* P_0 : $t=0$ で単振動を開始

* 時刻 $t=T$ (周期)の到達点
までの距離を8等分し、
横軸を等間隔に並べる

* $1/8T$ 遅れて P_1 が振動開始

* 次々に、各点(P_i)が、 $1/8T$
遅れて振動

* 波の速度: 1周期 T に進む距離 λ
 $v = \lambda / T$

* $x > 0$ 方向に伝わる波: 進行波

波は正弦波 (sin波) で表される

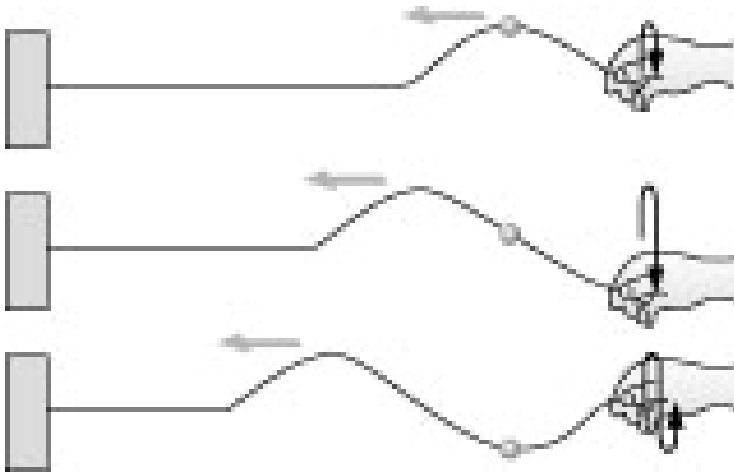
波長 : λ

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \alpha \sin\{q(x - vt) + \varphi\} \\ &= \alpha \sin\{qx - \omega_0 t + \varphi\} \end{aligned}$$

$$q = \frac{2\pi}{\lambda} : \text{波数、} \quad v = \frac{\lambda}{T} : \text{波の速度}$$

$$\omega_0 = qv = \frac{2\pi}{T} = 2\pi v : \text{角振動数}$$

2種類の波 ー 横波と縦波（粗密波）



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

横波 (Transverse Wave)
媒質の変位が進行方向に垂直
電磁波、光

縦波 (Longitudinal Wave)
媒質の変位が波の進行方向と同じ
音波

音：空気を媒質とする縦波（粗密波）
音速： $v = 331.5 + 0.6 t$ （ t :温度 $^{\circ}\text{C}$ ）

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

縦波の波形の表し方

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

sin波で表される

波の性質

回折：波の回り込み
現象
(スリットを波源として
円形状に広がるため)

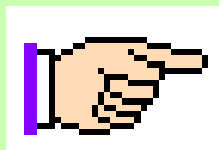
干渉：シャボン玉、CD
共鳴：楽器
屈折、反射

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「鳥取県皆生温泉海岸」の写真を
省略させていただきます。

海
の
波
の
回
折

鳥
取
県
皆
生
温
泉
海
岸

波動方程式 : 波の運動方程式



$$\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}$$

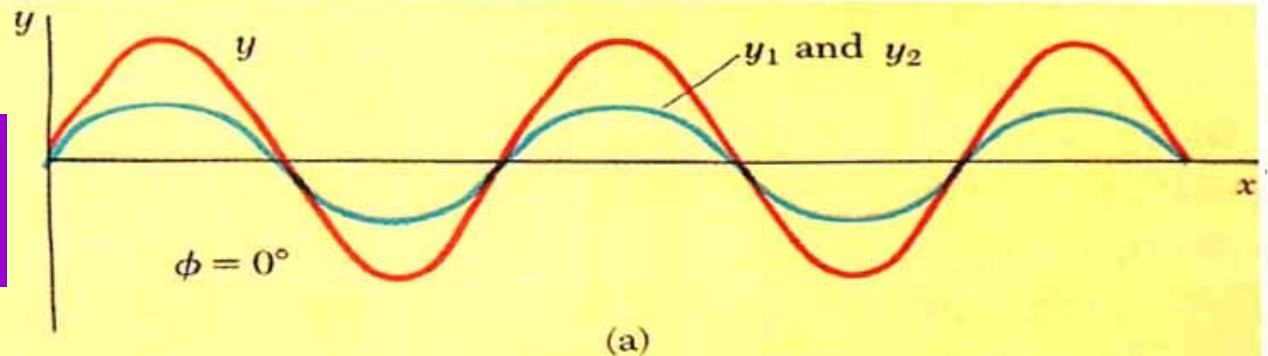
(Newton の運動方程式から導き出される)

$$\sin\{q(x - vt) + \varphi\} = \sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi\right\}$$

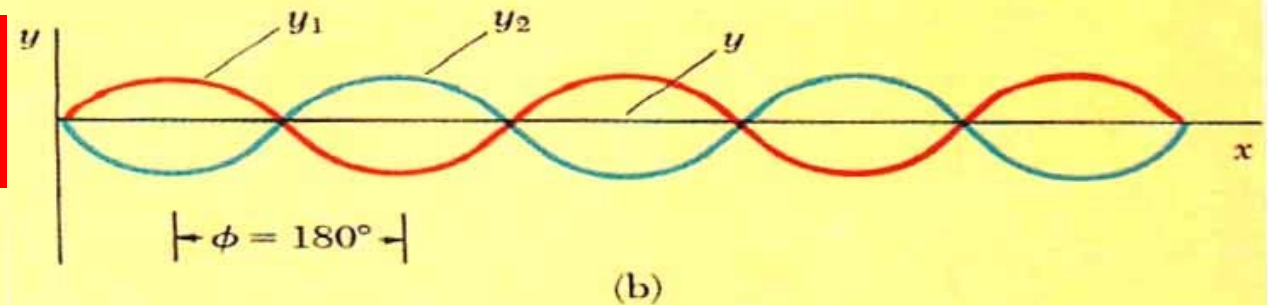
は波動方程式の解 λ : 波長、 T : 周期

波の性質—重ね合わせの原理

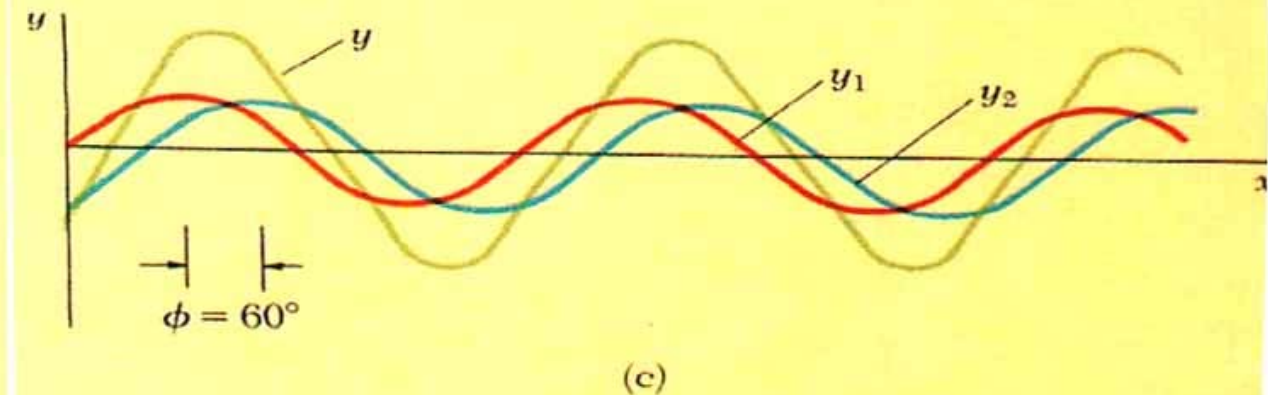
同位相の重ね合わせ
波が強めあう



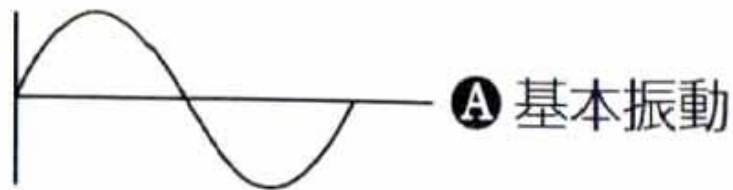
逆位相の重ね合わせ
波が消える



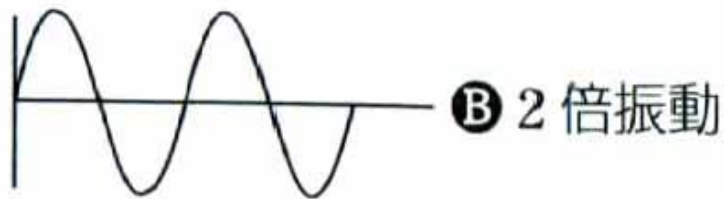
位相が違う波
の重ね合わせ
- sin波の合成 -



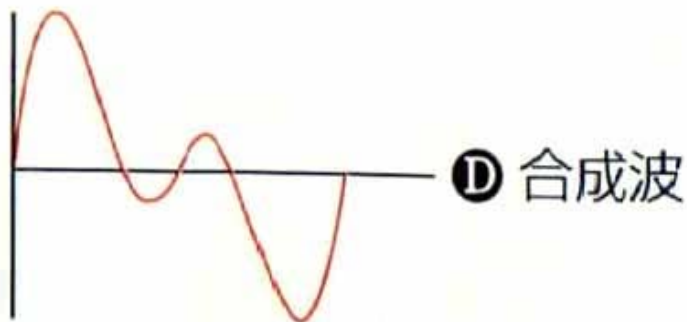
楽器によって音色が違う — 波形の変化はどうして起こる？



+



||



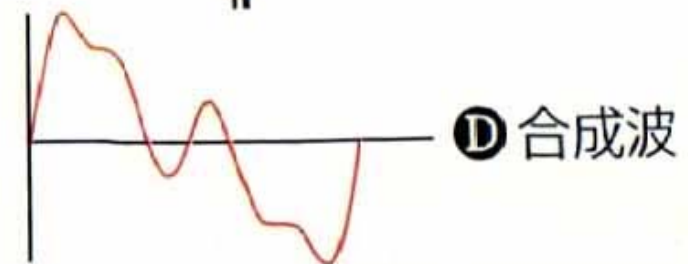
+



+



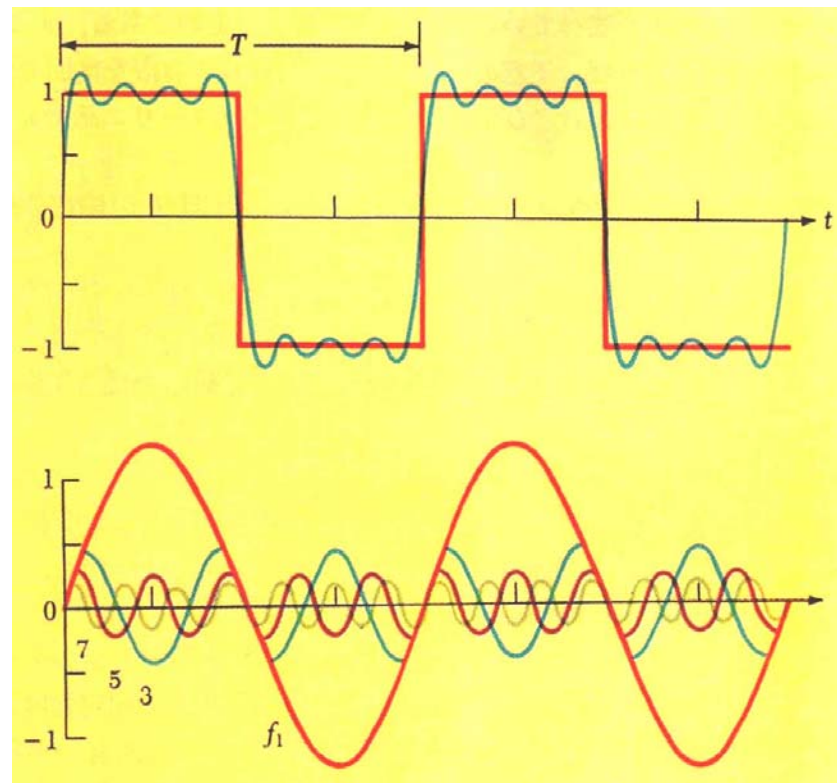
||



豊かな音色 ⇒ 倍音のため！ 良い楽器、良いスピーカー

正弦波(sin波)の重ね合わせ

$$\begin{aligned} & \frac{4}{\pi} \{ \sin (2 \pi x) \\ & + \frac{1}{3} \sin (3 \times 2 \pi x) \\ & + \frac{1}{5} \sin (5 \times 2 \pi x) \\ & \sum_n \frac{1}{2n+1} \sin ((2n+1) \times 2 \pi x) \} \end{aligned}$$



Fourierの定理: どんな波も、正弦波の重ね合わせで表せる

基礎物理学 I – 第13回 –

– 波動としての音と光 –

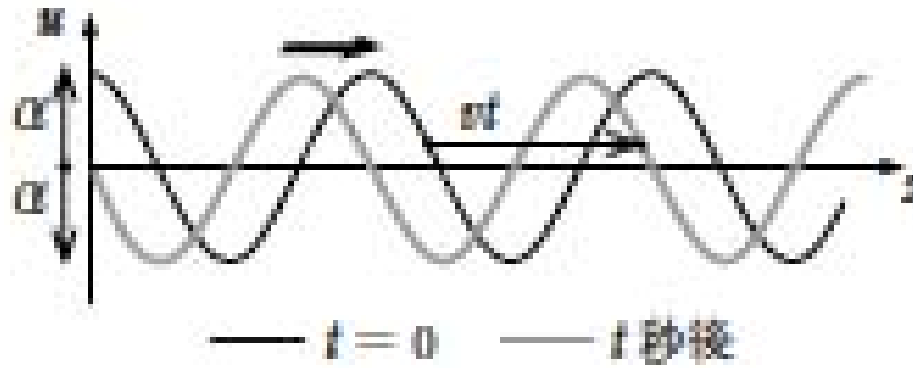
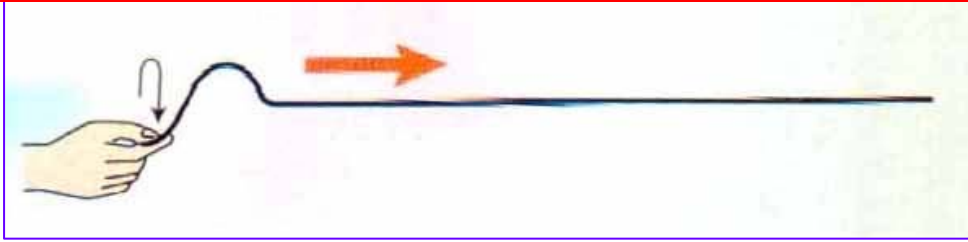
Review of Last Week

1. 波をサイン波で表す
2. 偏微分
3. 波動方程式

Today's Point

1. 音速
2. 音の三要素
3. 電磁波としての光、偏光

波の表し方 一系を上下に揺らす



\sin, \cos
で表される

$$\alpha \sin\{q(x - vt) + \varphi\} = \alpha \sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi\right\}$$

λ : 波長、 T : 周期、 α : 振幅

波は正弦波 (sin波) で表される

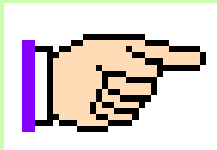
波長 : λ

$$\begin{aligned} u(x, t) &= \alpha \sin\{ q(x - vt) + \varphi \} \\ &= \alpha \sin\{ qx - \omega_0 t + \varphi \} \end{aligned}$$

$$q = \frac{2\pi}{\lambda} : \text{波数、} \quad v = \frac{\lambda}{T} : \text{波の速度}$$

$$\omega_0 = qv = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu : \text{角振動数}$$

波動方程式 : 波の運動方程式



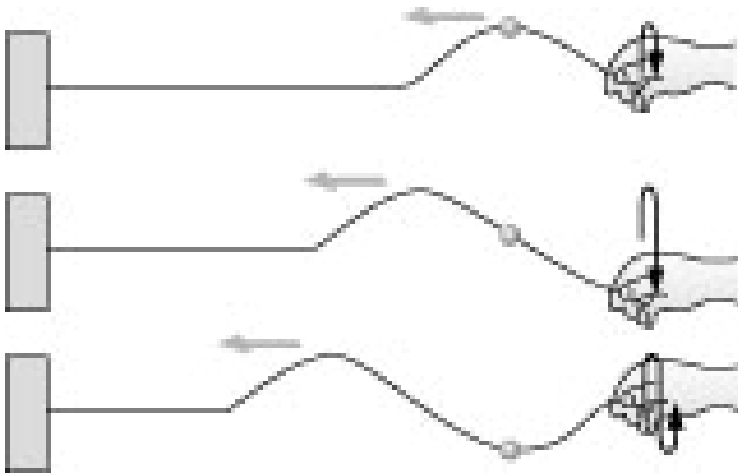
$$\frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2}$$

$$\sin \{ q (x - vt) + \varphi \} = \sin \{ \frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi}{T} t + \varphi \}$$

は波動方程式の解

λ : 波長、 T : 周期

2種類の波 ー 横波と縦波(疎密波)



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

横波 (Transverse Wave)
媒質の変位が進行方向に垂直
電磁波、光

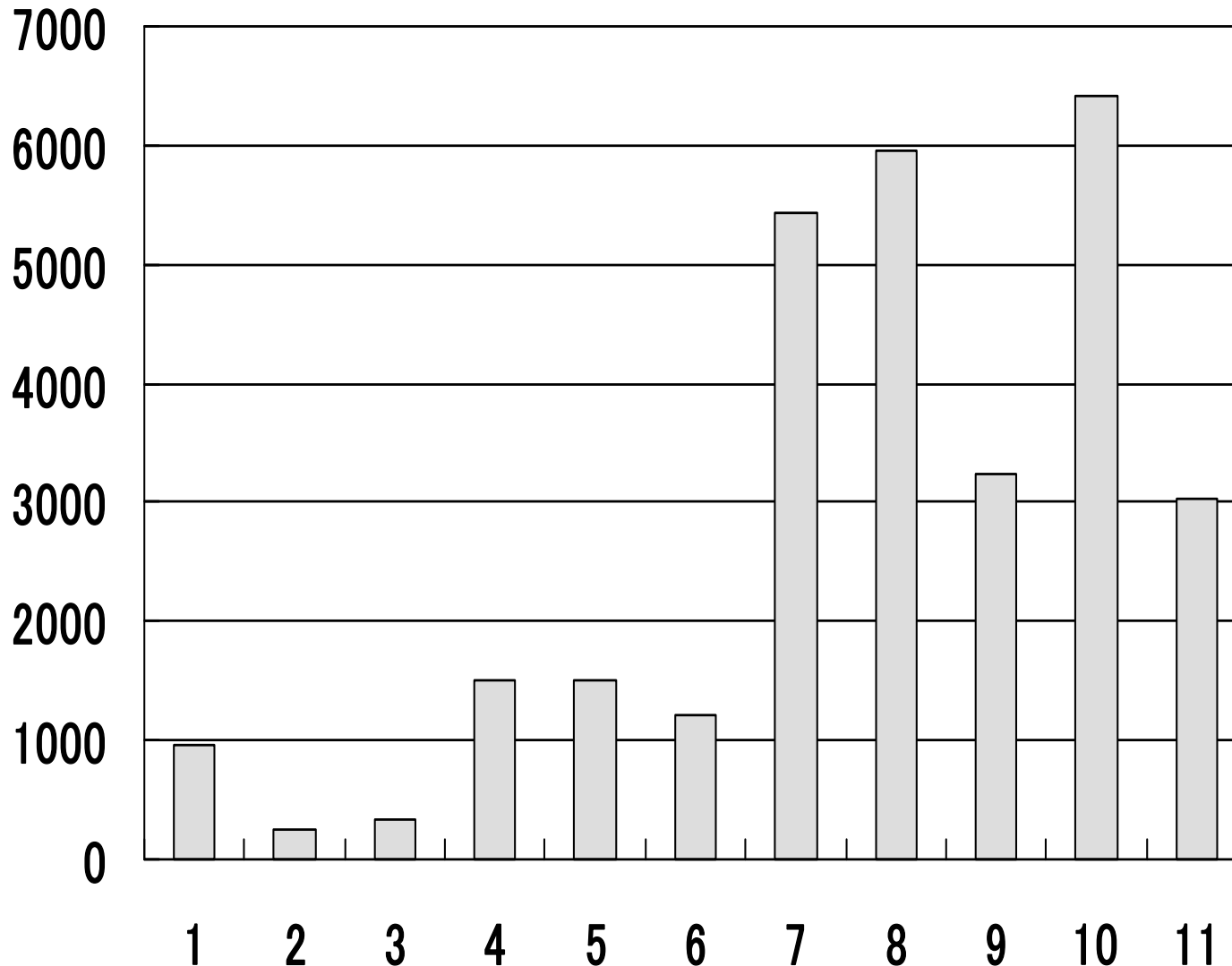
縦波 (Longitudinal Wave)
媒質の変位が波の進行方向と同じ
音波

音：空気を媒質とする縦波（疎密波）
音速： $v = 331.5 + 0.6 t$ （ t :温度 $^{\circ}\text{C}$ ）

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

空気中の音速(m/s)と媒質中の音速の比較

温度Tの空気中の音速: $V = 331.5 + 0.6T$

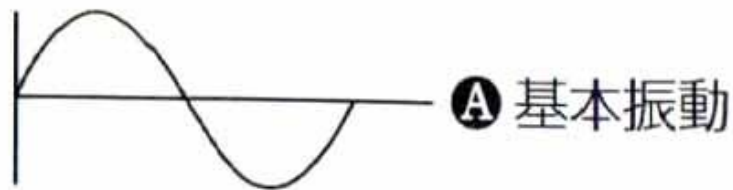


1. He(0°C)
2. CO₂(0°C)
3. N₂(0°C)
4. 水(25°C)
5. 海水(20°C)
6. エチルアルコール(25°C)
7. ガラス(縦波)
8. Fe(縦波)
9. Fe(横波)
10. Al(縦波)
11. Al(横波)

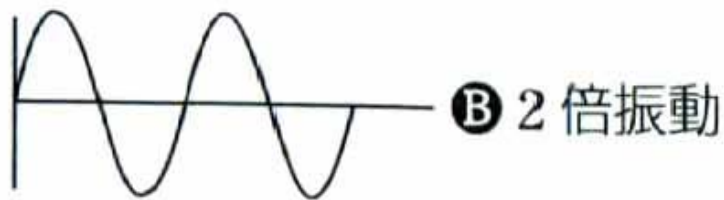
地震波も波動

- P波 (Primary Wave) 固体を伝わる疎密波
(最初に伝わる地震波で $v=5000\sim7000$ m/s)
- S波 (Secondary Wave) ねじれ波で進行方向と垂直に振動する波で大きな揺れを示す。3000~4000m/s
- 表面波: レイリー波とラブ波があり、地表のみを伝わる。減衰しにくい。音速はS波と同程度
- 2000年鳥取地震のシュミレーション
- 1995年神戸地震のシュミレーション
- 1960年チリ地震の津波の伝播

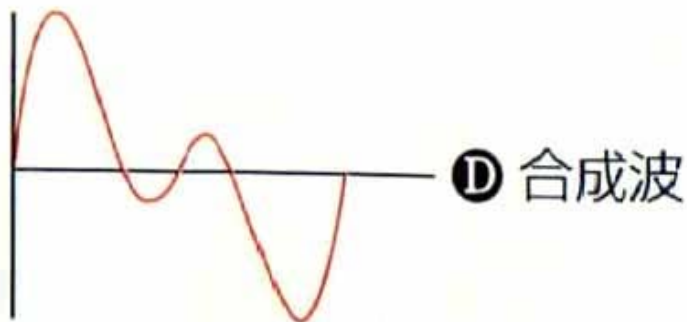
楽器によって音色が違う — 波形の変化はどうして起こる？



+



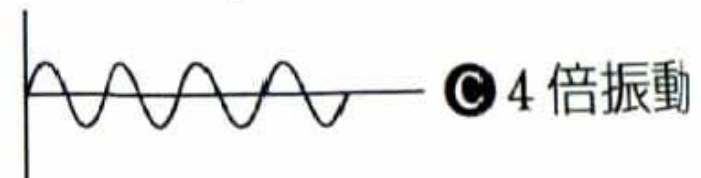
||



+



+



||



豊かな音色 ⇒ 倍音のため！ 良い楽器、良いスピーカー

楽器の物理学 : 管楽器はどうやって音を出す？



音の3要素

高さ: 周波数

強さ: 振幅

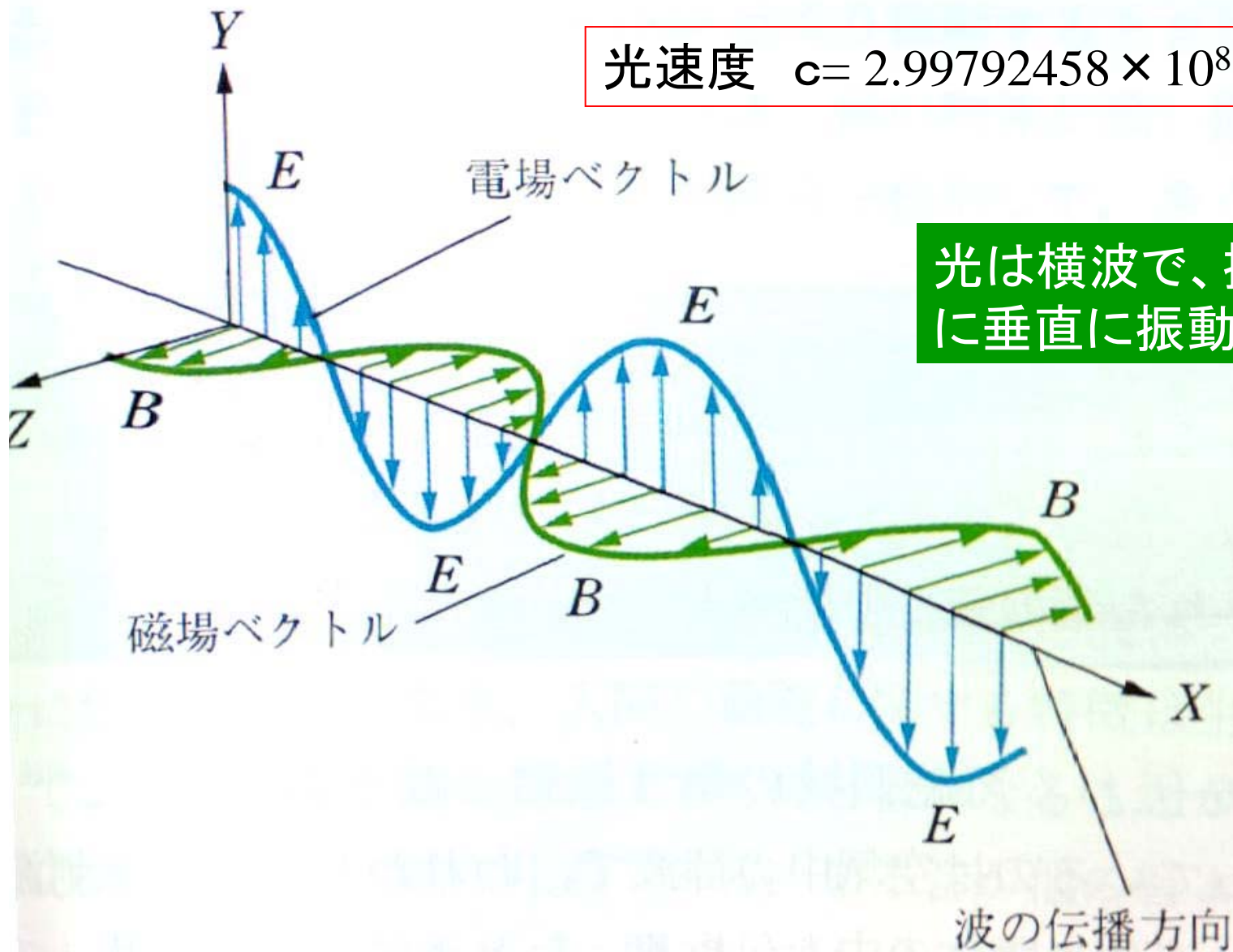
音色: 波形

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「オシログラフに表れる音色の波形」の図
を省略させていただきます。

§ 2. 電磁波としての光

光は媒質のない真空を伝わる電場、磁場の波動

光速 $c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$



光は横波で、振動方向に垂直に振動する

2. 3 横波と偏光

光は横波であり、振動方向に垂直に振動
自然光は色々な波長の光が一様に混ざっている。
振動方向が一様でなく1方向になっている光を偏光という。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「偏光」の図を省略させていただきます。

基礎物理学 I

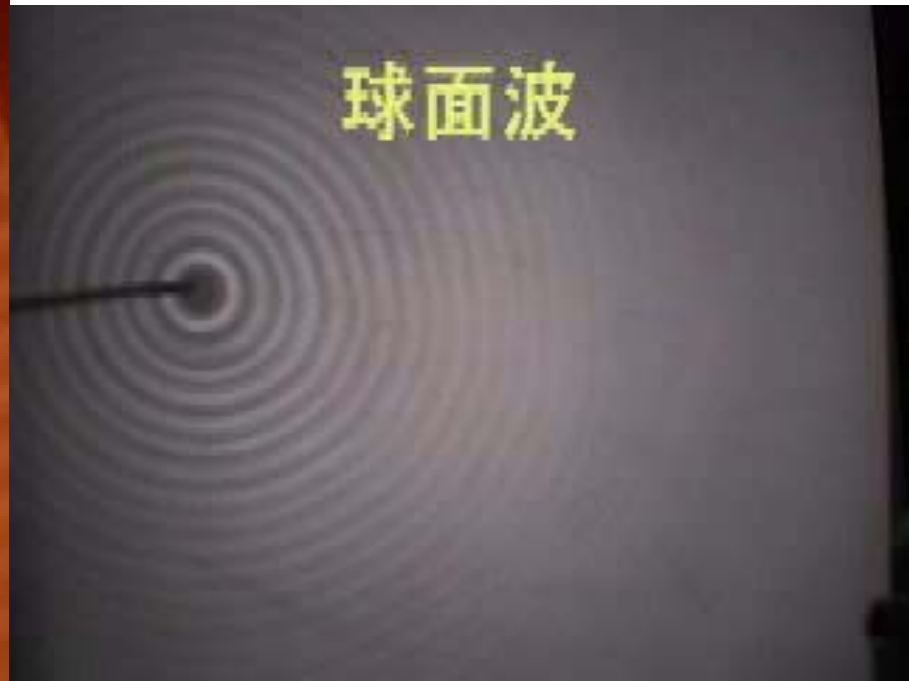
ー第14回ー

波動としての光と音(2)

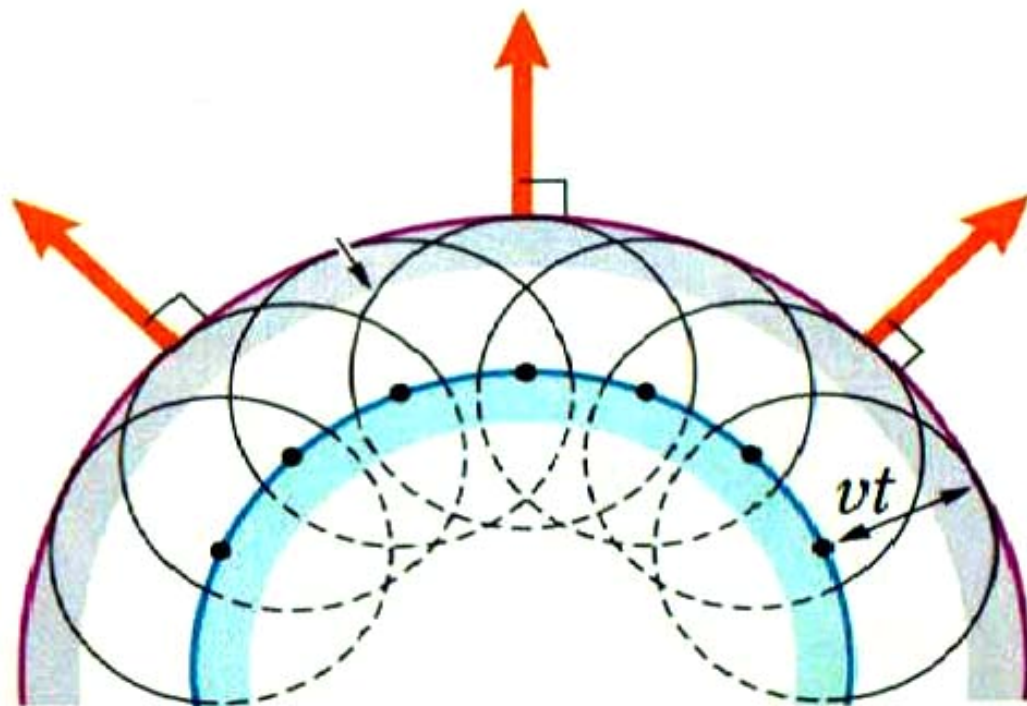
今日のポイント

1. 波の進み方
反射、屈折、分散
2. 干渉
3. 回折
4. ドップラー効果

平面波と球面波

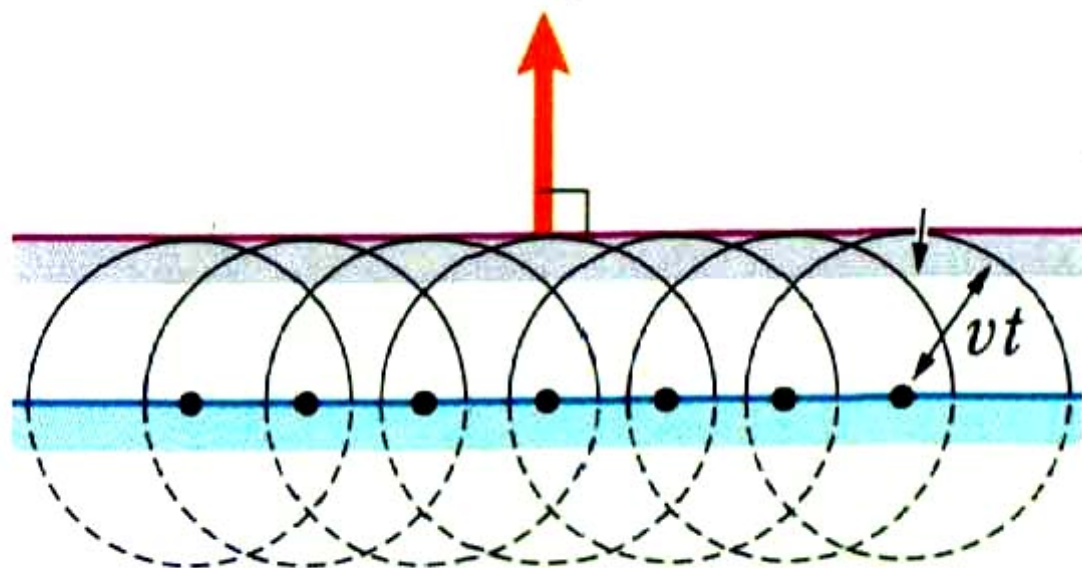


波の進行方向



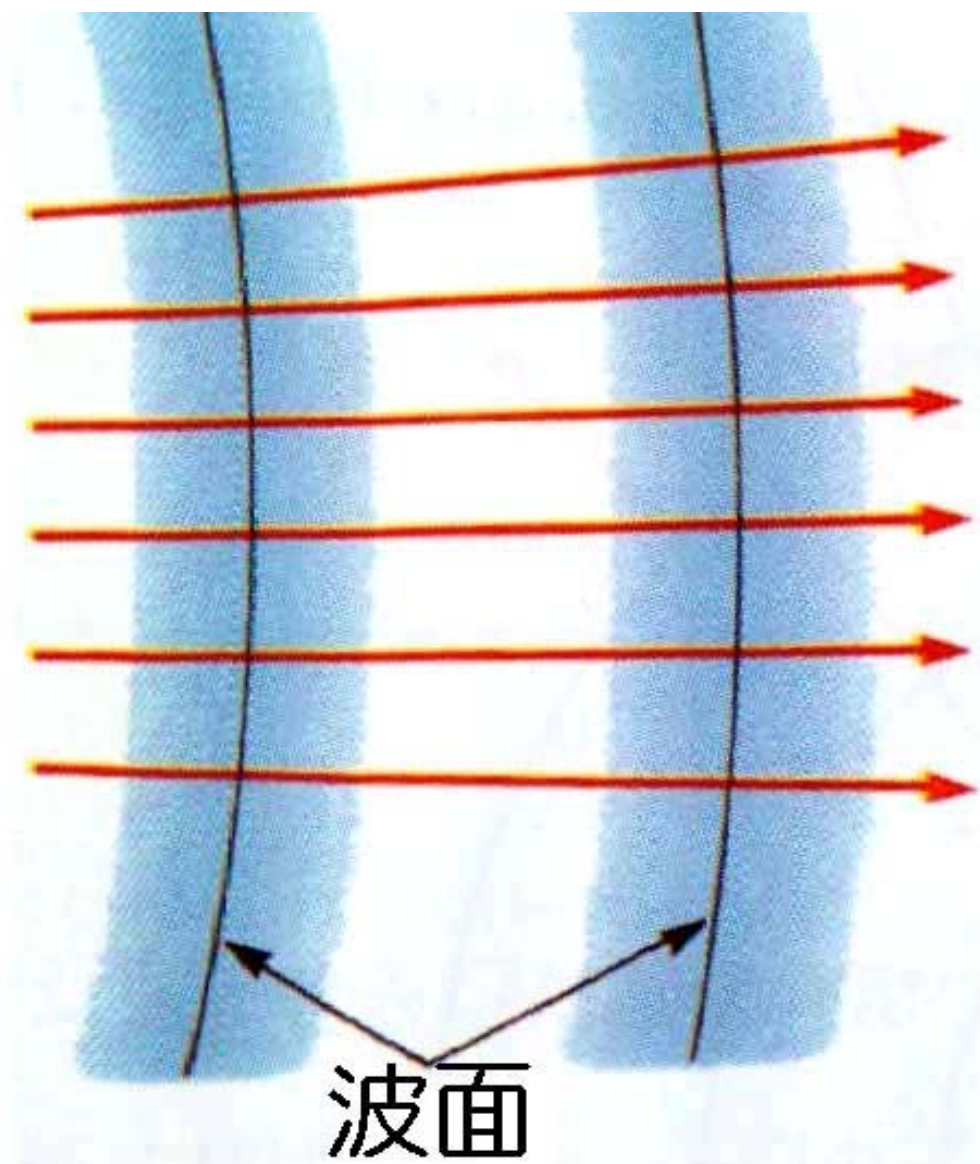
円形波

波の進行方向



t秒後の
波面
現在の
波面

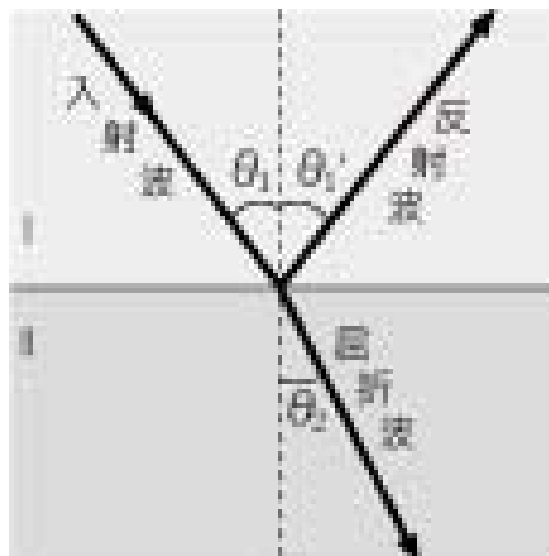
平面波



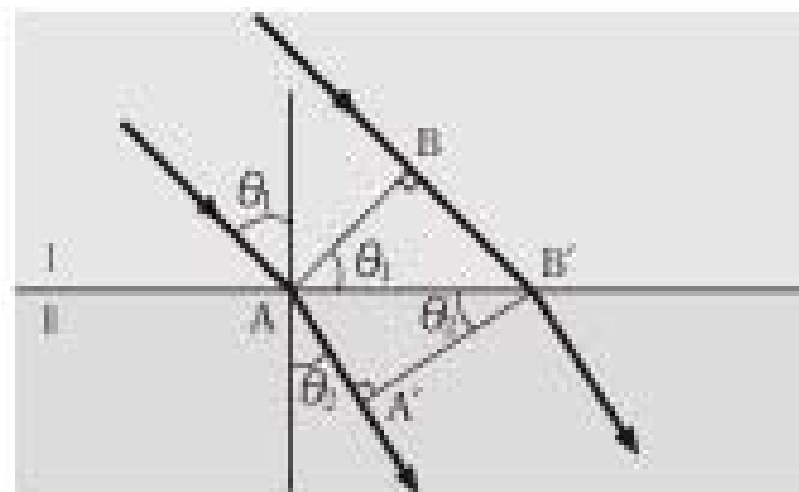
水面による光の反射(鏡面になっている)



ホイヘンスの原理による反射の説明



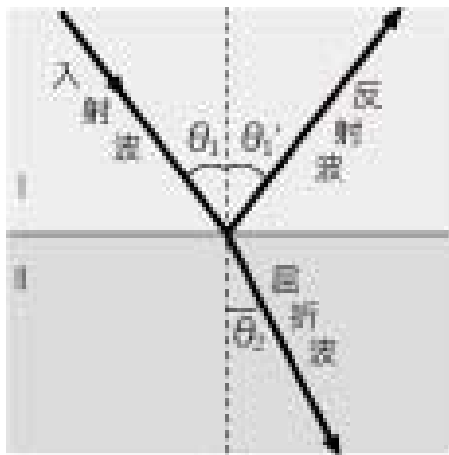
(a)



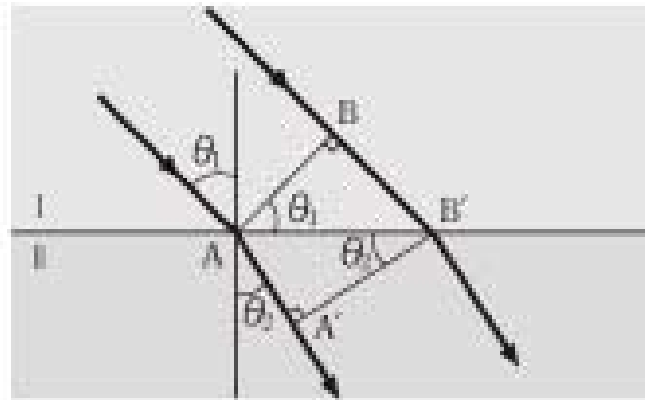
(b)

反射では入射角が同じ

ホイヘンスの原理と屈折の法則



(a)

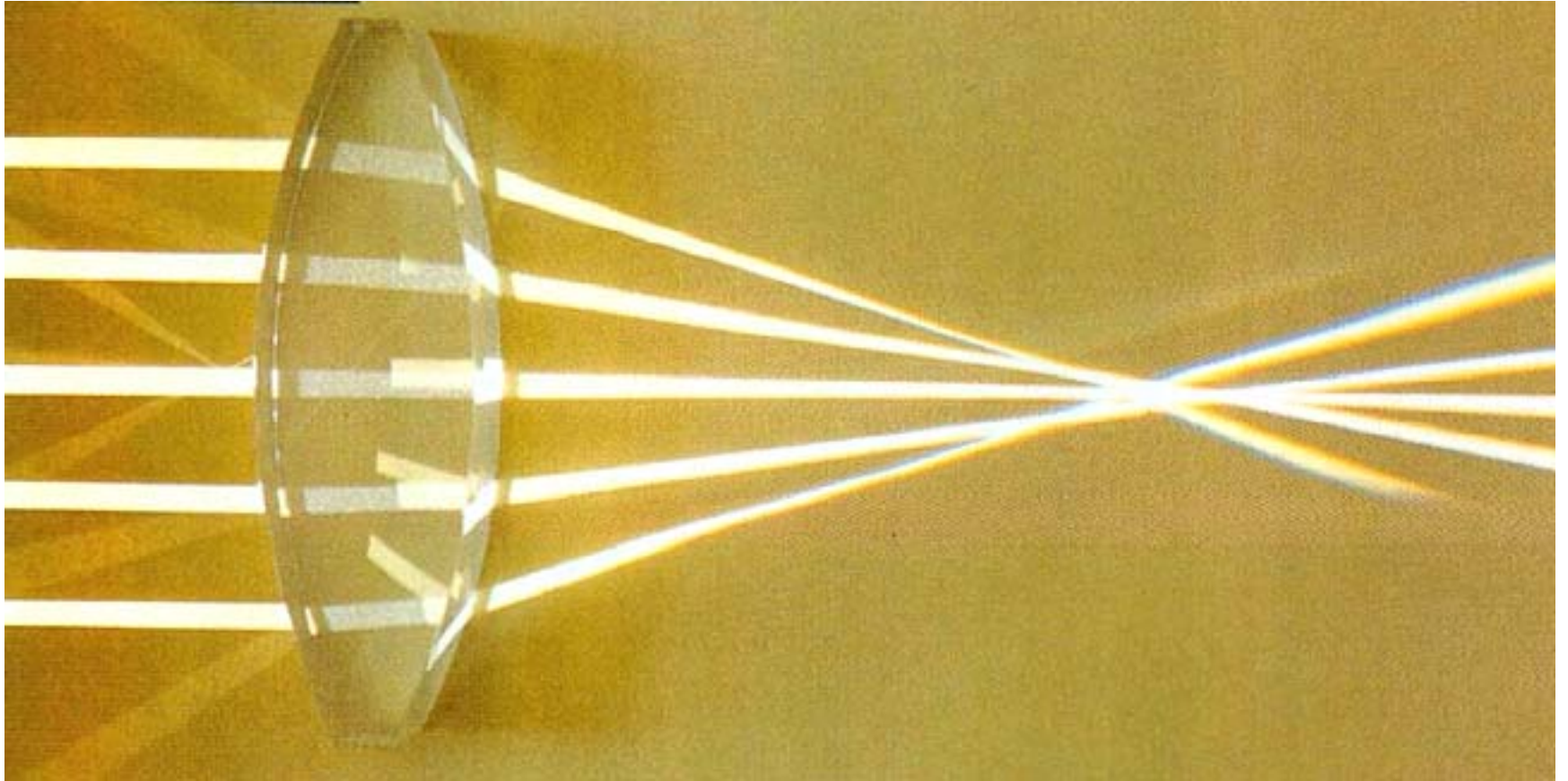


(b)

$$\begin{aligned} n_{12} &= \sin(\theta_1) / \sin(\theta_2) \\ &= n_2 / n_1 \\ &= \lambda_1 / \lambda_2 \end{aligned}$$

(Snellの法則)

光の屈折ーレンズによる集光



光の屈折—全反射

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
『全反射の図』を省略させていただきます。

光ファイバースコープの原理

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「光ファイバー中の光の全反射」
の図を省略させていただきます。

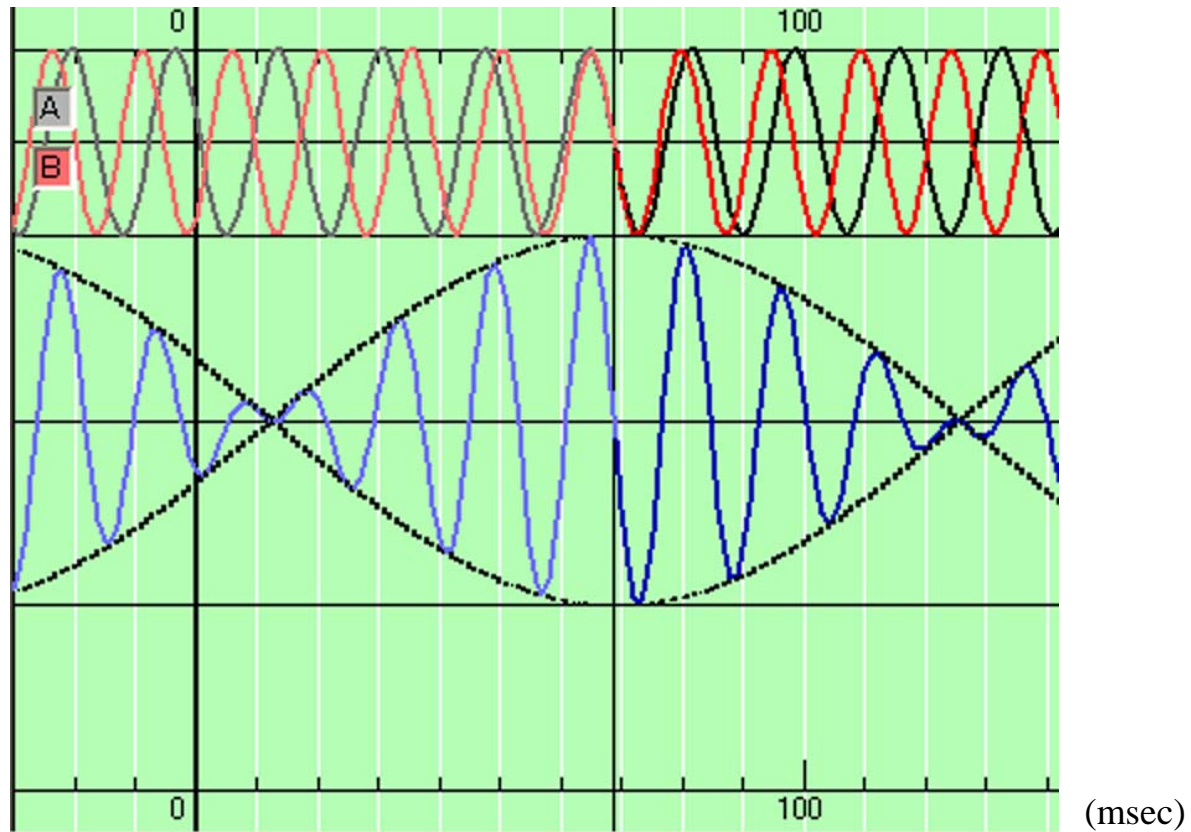
図 9-8 光ファイバー中の光の全反射

プリズムによる光の分散

－色によって屈折率が違う(分散)－

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

音の干渉ー うなり:わずかに振動数が違う音の干渉



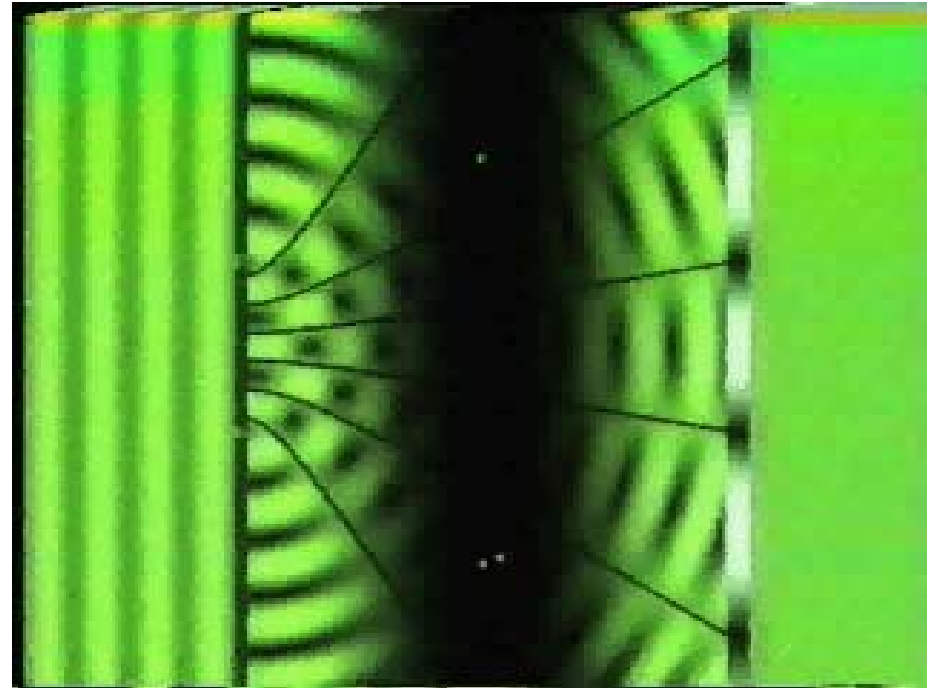
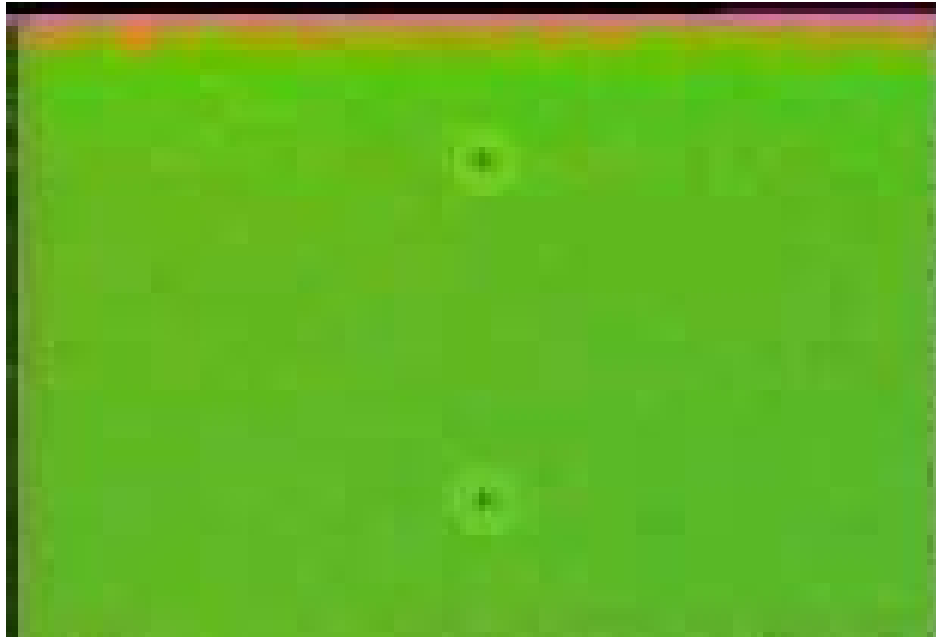
上段Aは20Hz, Bは23Hz。二つの波を合成すると下段のようになり, うなりを聞くことができる。

光(音)の回折と干渉

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
図を省略させていただきます。

著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「円形波の干渉」の
図を省略させていただきます。

二つの波源による干渉



著作権処理の都合で、
この場所に挿入されていた
「薄膜に斜めに入射した光の干渉」
の図を省略させていただきます。

Doppler効果

波源での波の振動数； f_0

波源の速度； V (近づく場合)

波の伝わる速度； v

t 秒後に静止している観測者に伝わる

$$\lambda_- = \frac{\text{波の入っている距離}}{\text{送り出された波の数}} = \frac{vt - Vt}{f_0 t} = \frac{v - V}{f_0}$$

静止観測者； 振動数 $f = \frac{v}{v - V} f_0$

ドップラー効果の応用例

野球などで使われるスピードガン
飛行場，管制塔のレーダー

ドップラー効果の応用例
振動数の変化は精度よく測定できる！