

# 混沌系工学特論 #6

---

情報科学研究科 井上純一

URL : [http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j\\_inoue/](http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/)

Mirror : [http://www005.upp.so-net.ne.jp/j\\_inoue/index.html](http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html)

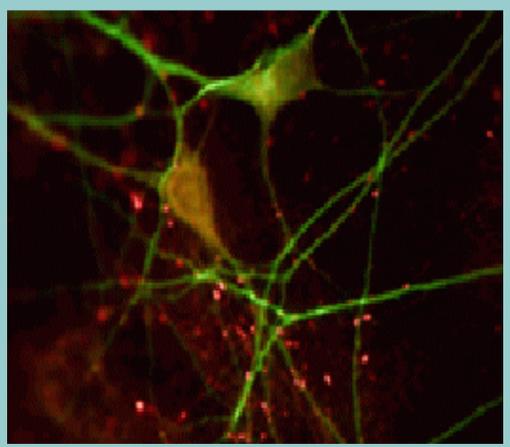
平成17年11月21日 第6回講義

# 確率を用いた柔らかな情報処理



[http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j\\_inoue/](http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/)

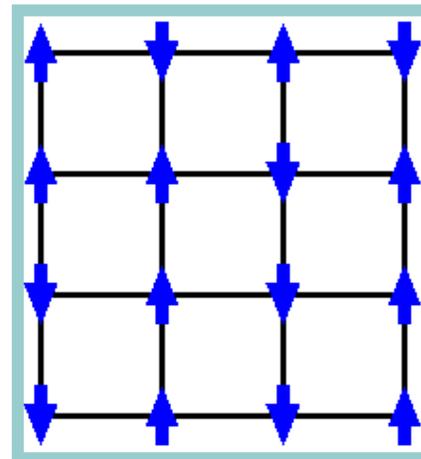
統計力学の方法に基づくアルゴリズムの構築と性能評価



単位：神経細胞  
ネットワーク：脳



単位：画素  
ネットワーク：デジタル画像



単位：スピン  
ネットワーク：磁石

確率的にふるまう要素がネットワークをなして全体が情報処理系を形成している

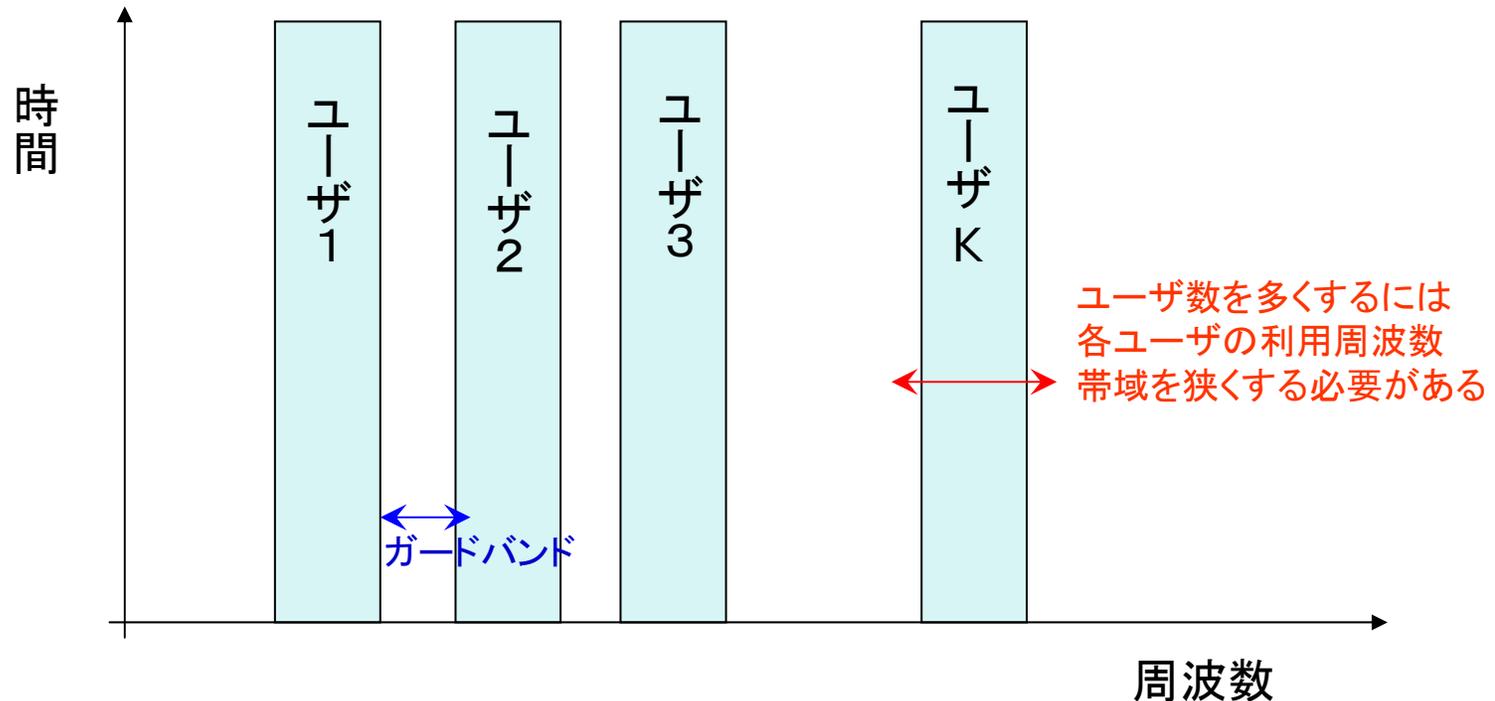
そのような題材としては・・・

ニューラルネット(連想記憶、学習)、画像修復 / 誤り訂正符号、最適化問題、スペクトル拡散通信、ゲーム理論、植物ネットワーク、etc...

本日はこのトピックについて見ていく

# 様々な多元接続方式

## 周波数分割多元接続



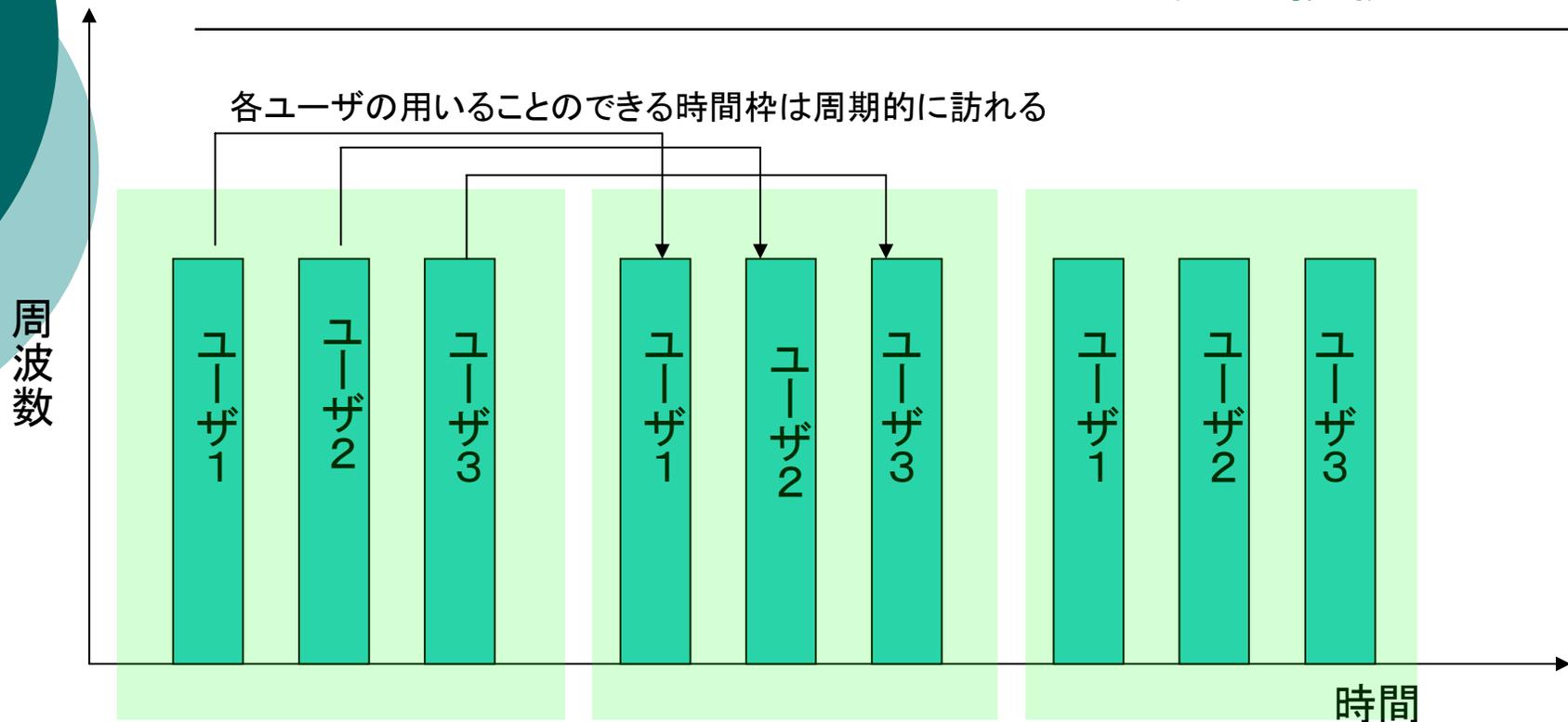
ユーザは通信空間上で異なる周波数を利用することにより、多くのユーザとの混信を避ける



周波数分割多元接続 (FDMA)

# 様々な多元接続方式

## 時間分割多元接続



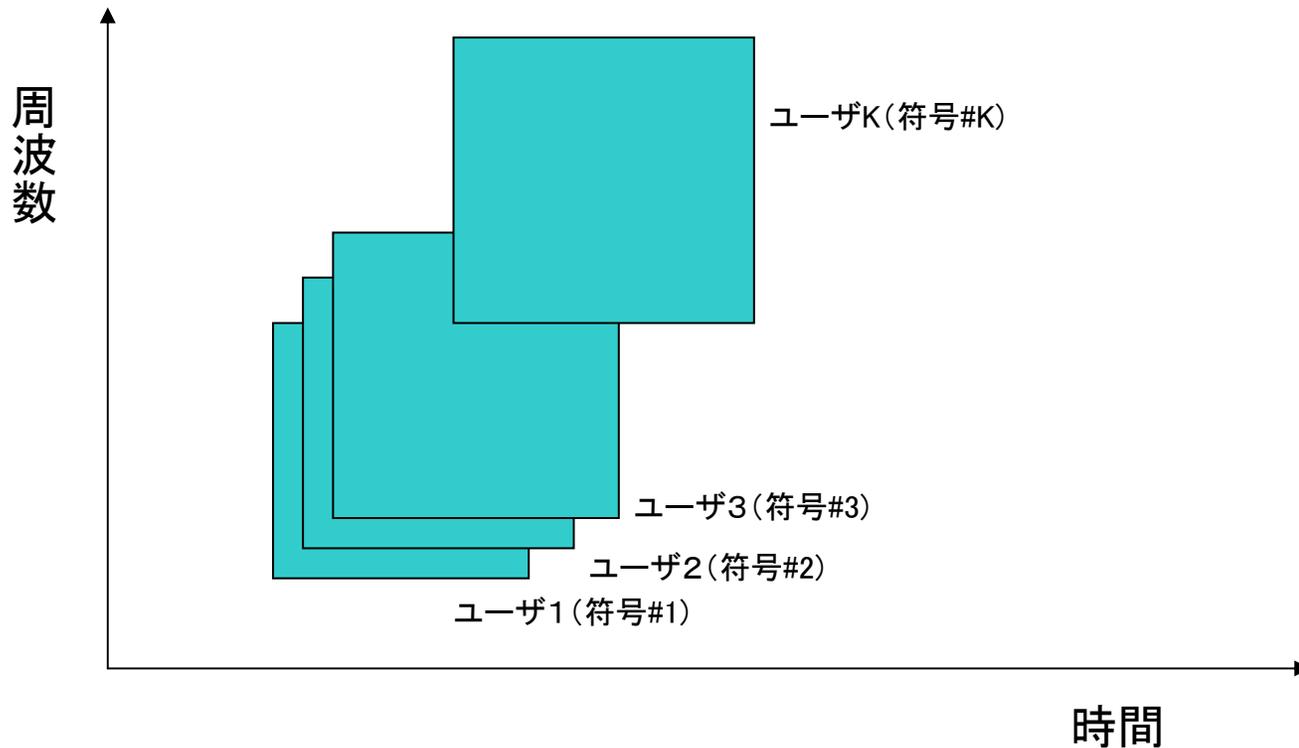
各ユーザに短い時間枠を与え、同一周波数帯域で周期的に訪れる時間枠を用いて通信を行い混信を防ぐ



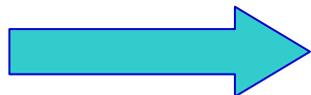
時間分割多元接続(TDMA)

# 様々な多元接続方式

## 符号分割多元接続

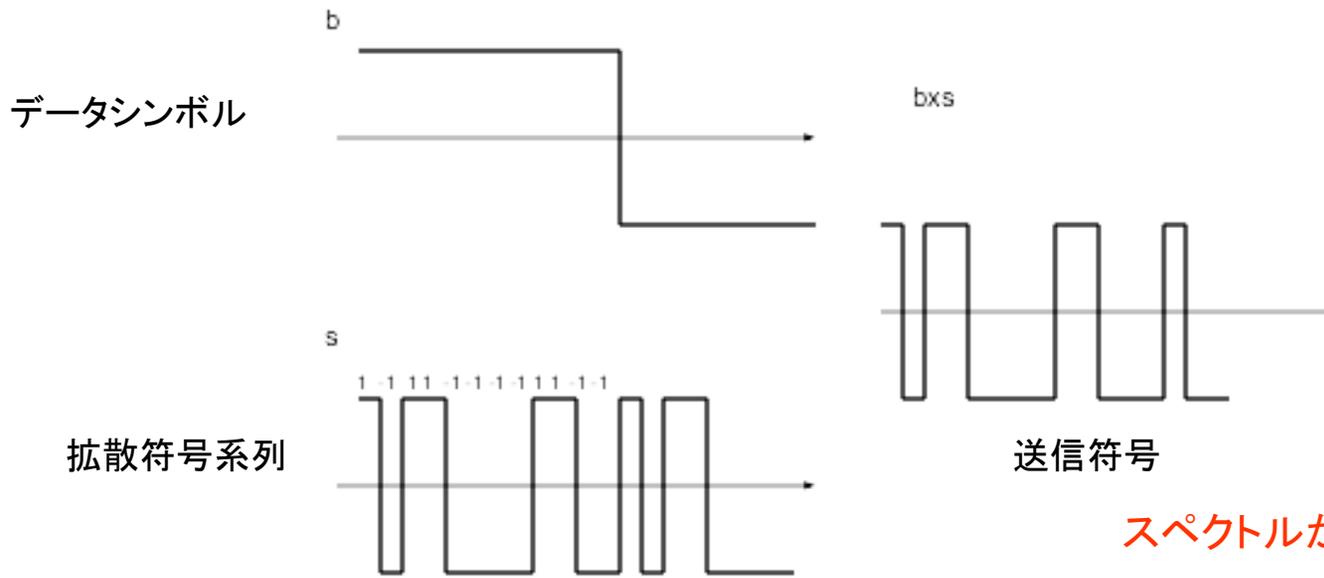
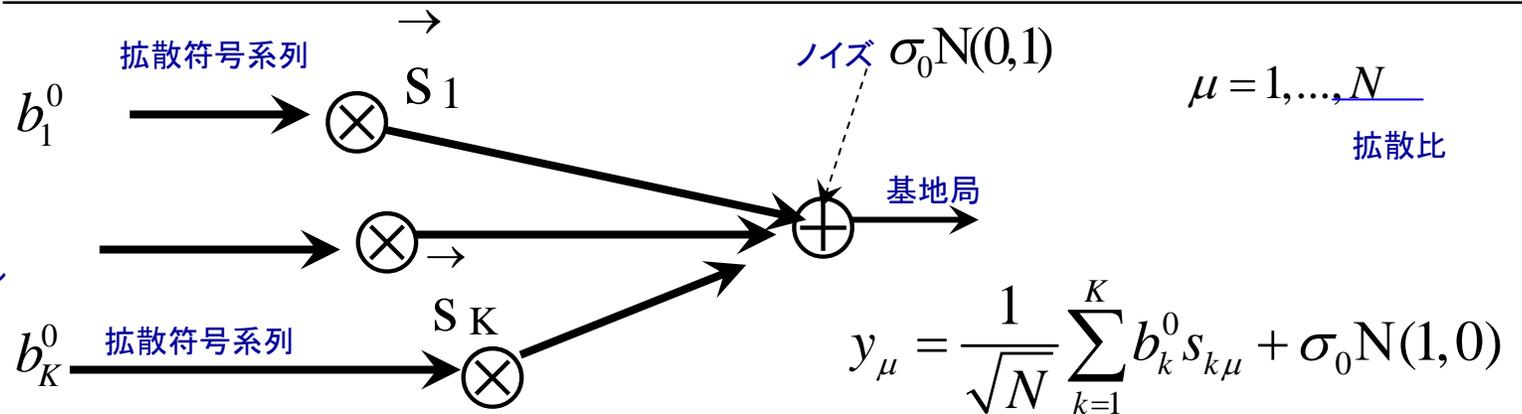


情報を同一周波数、同一時刻上に混在させ、ユーザに割り当てたスペクトル拡散符号によって情報分離を行い、混信を防ぐ



符号分割多元接続(CDMA)

# スペクトル拡散とCDMA

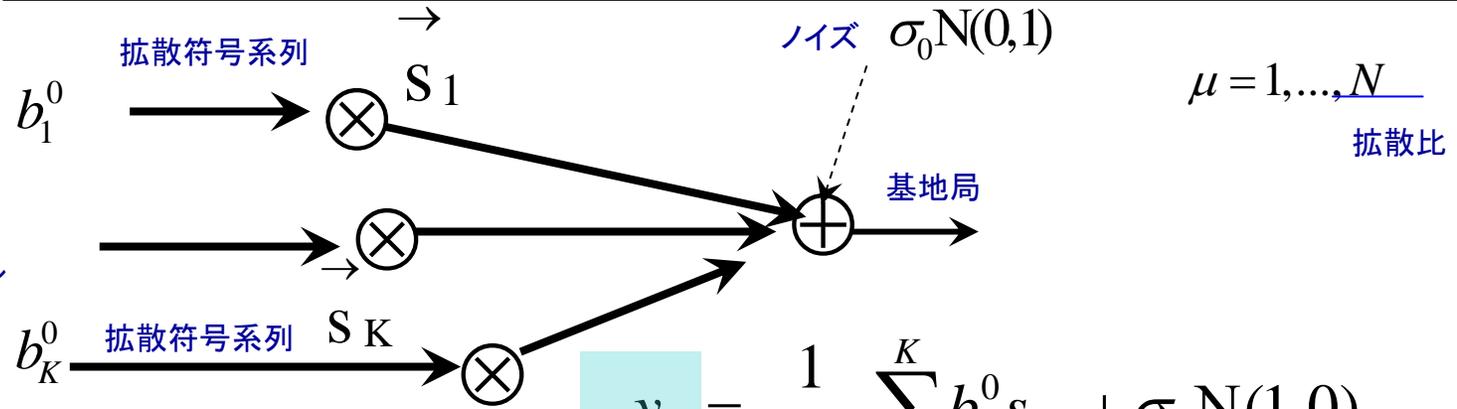


スペクトルが拡散比倍される

# シングルユーザ復調



各ユーザの  
データシンボル



両辺に  $S_{k1}$  をかけて  
 $\mu$  について和をとる

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mu} y_{\mu} s_{k1} = b_1^0 + \frac{1}{N} \sum_{k \neq 1} \sum_{\mu} b_k^0 s_{k\mu} s_{1\mu} + \frac{\sigma_0}{\sqrt{N}} \sum_{\mu} s_{1\mu} n_{\mu}$$

所望の  
ユーザ1の  
データシンボル

クロストーク・ノイズ

$$O\left(\sqrt{\frac{K}{N}}\right)$$

$K \sim N$   
のとき無視できない

# マルチユーザ復調

事後分布

$$P(\underbrace{\{\{y_{\mu}\} | \{b_k\}, \{s_{k\mu}\}\}}_{\text{通信路の確率モデル(ガウス通信路)}} \mid \underbrace{\{b_k\}}_{\text{データシンボルに関する事前分布}})$$

データ

に対して各ユーザシンボルに対するベイズ推定を行う

$$\hat{b}_k = \text{sgn}(\langle b_k \rangle)$$

MPM推定値

➡ 平均性能が統計力学により評価できる  
T.Tanaka(2001)

# CDMAの状態方程式とその解析

レプリカ法による解析により、次の状態方程式を得る

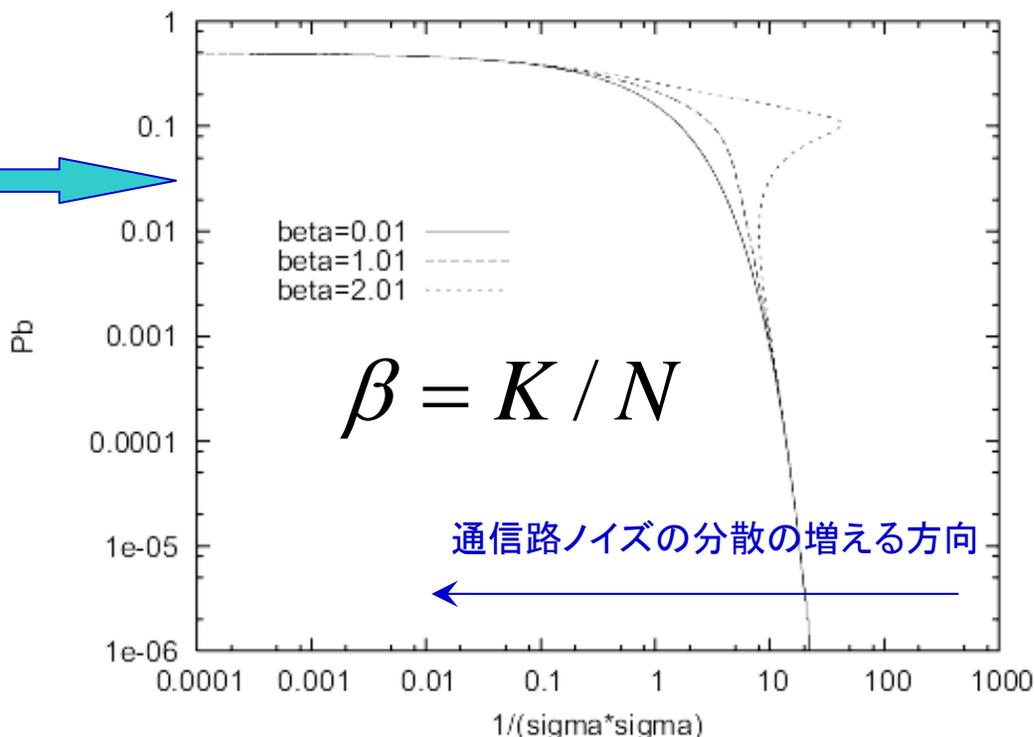
$$m = [\langle b_k \rangle] = \int_{-\infty}^{\infty} Dz \tanh(z\sqrt{F} + E) \quad \text{自発磁化}$$

$$q = [\langle b_k \rangle^2] = \int_{-\infty}^{\infty} Dz \tanh^2(z\sqrt{F} + E) \quad \text{スピングラス秩序変数}$$

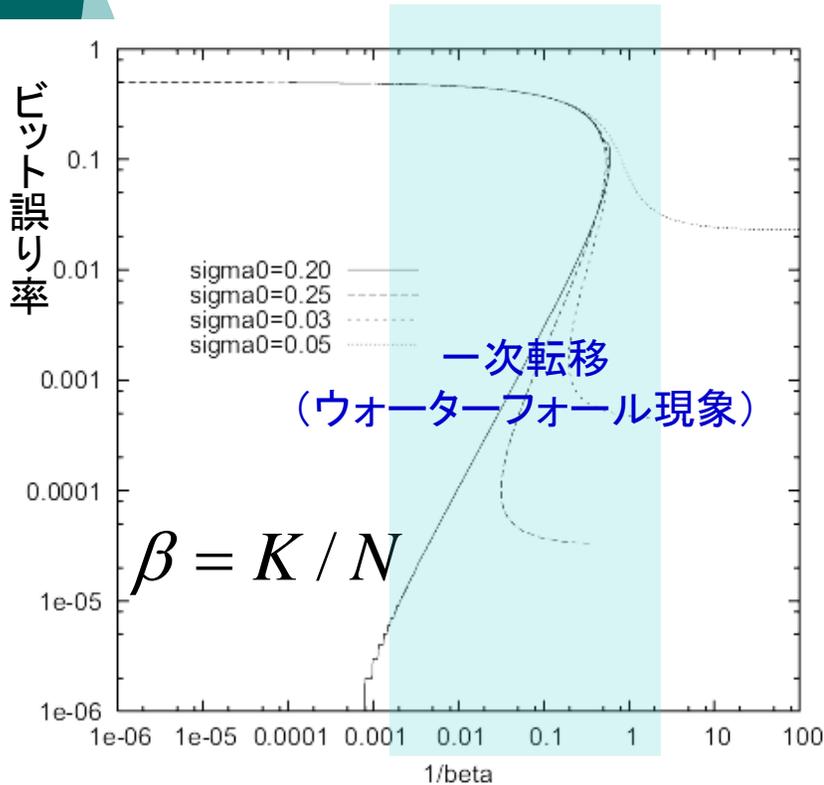
$$E = \frac{1}{\sigma^2 + \beta(1-q)}, \quad F = \frac{\sigma_0^2 + \beta(1-2m+q)}{[\sigma^2 + \beta(1-q)]^2}$$

$$P_b = H\left(\frac{E}{\sqrt{F}}\right)$$

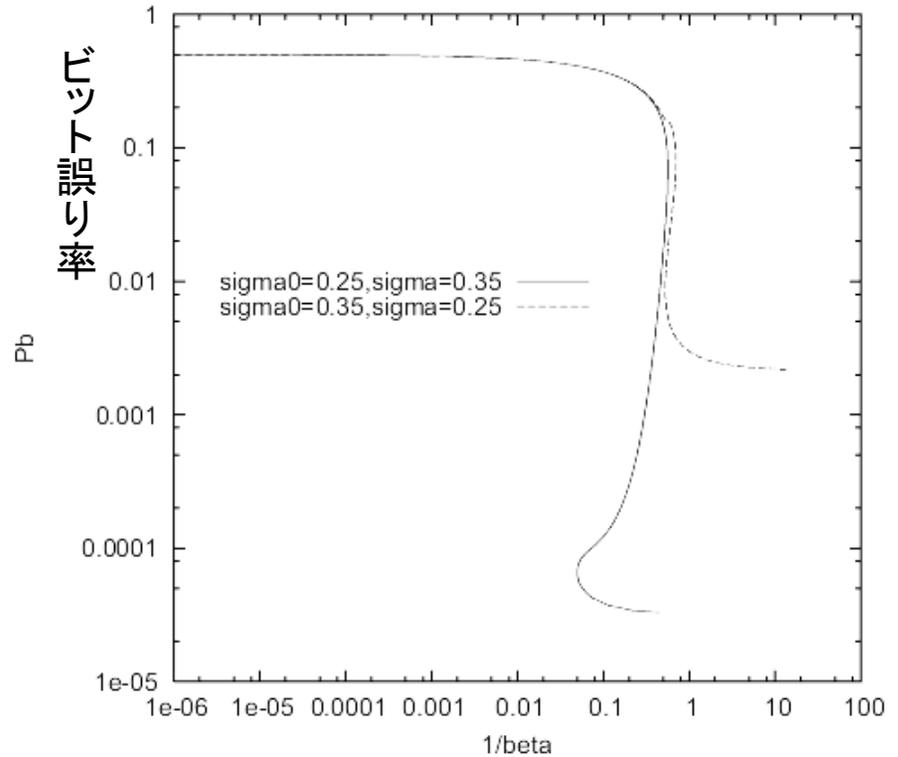
ビット誤り率



# 状態方程式の解析 #2



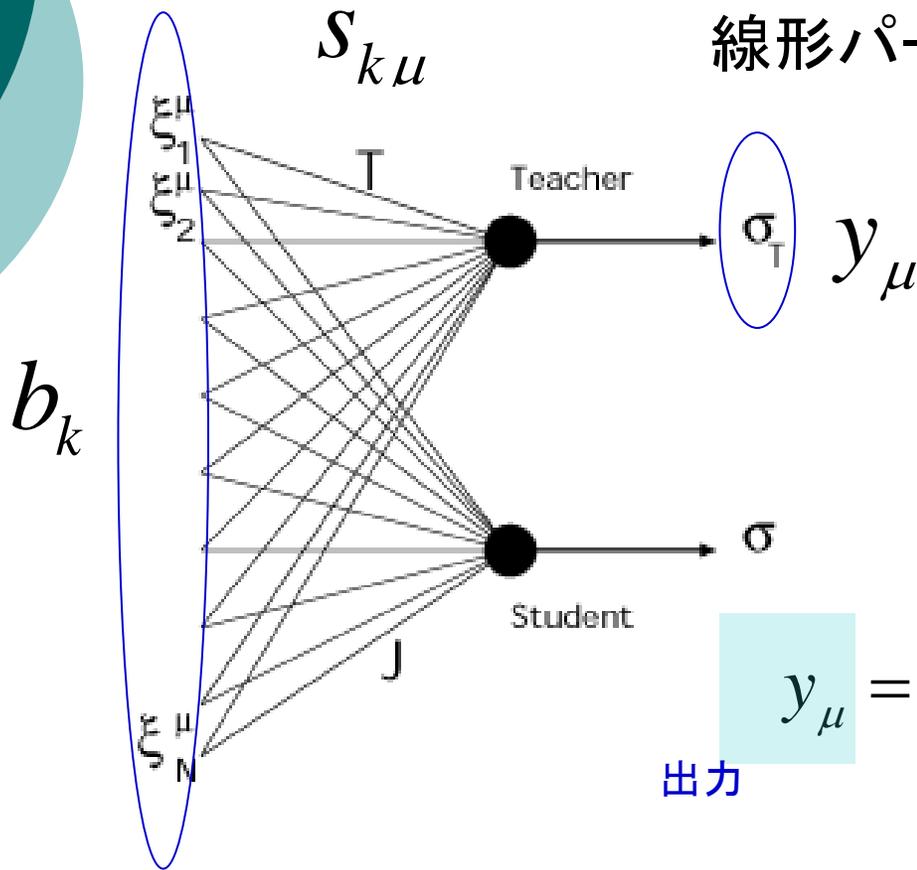
通信路のハイパーパラメータ  
を正しく推定した場合



通信路のハイパーパラメータ  
が正しく推定されていない場合

# 神経回路網との関係

線形パーセプトロンの学習との関係

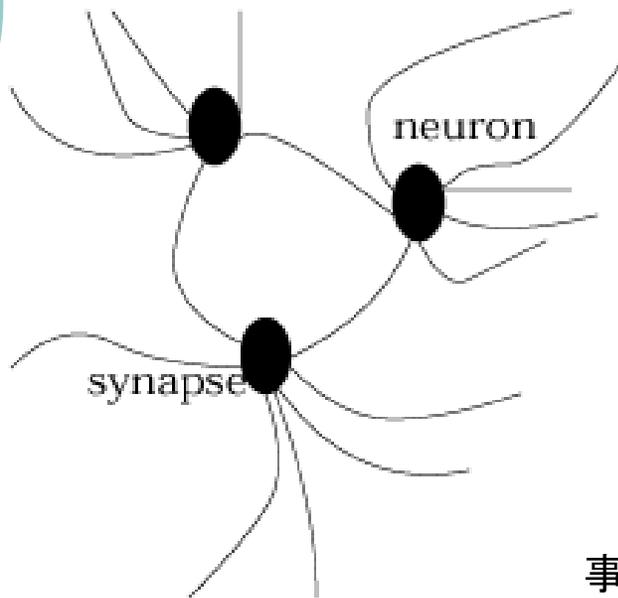


$$y_\mu = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^K b_k s_{k\mu} + \sigma_0 \mathbf{N}(1, 0)$$

出力  $y_\mu$  =  $\frac{1}{\sqrt{N}}$   $\sum_{k=1}^K$   $b_k$   $s_{k\mu}$  +  $\sigma_0 \mathbf{N}(1, 0)$   
結合  
入力

# 神経回路網との関係 #2

CDMAのエネルギー関数



$$E = \frac{1}{N} \sum_{\mu} \sum_{kk'} s_{k\mu} s_{k'\mu} b_k b_{k'} - \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{\mu} \sum_k y_{\mu} s_{k\mu} b_k + \sum_{\mu} y_{\mu}^2$$

ヘブ則での結合加重

回路網の状態

事後確率の指数部

CDMAは線形パーセプトロンの学習、連想記憶双方の数理的側面を持つ

次回(最終回)はゲーム理論をできるところまでやる