

混沌系工学特論 #7

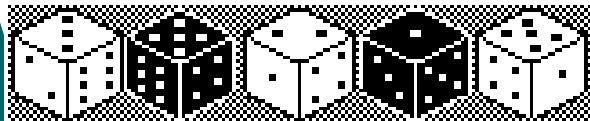
情報科学研究科 井上純一

URL : http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

Mirror : http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html

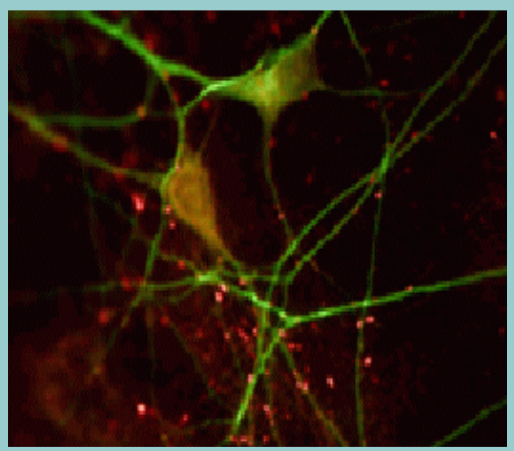
平成17年11月28日 第6回 (最終回) 講義

確率を用いた柔らかな情報処理

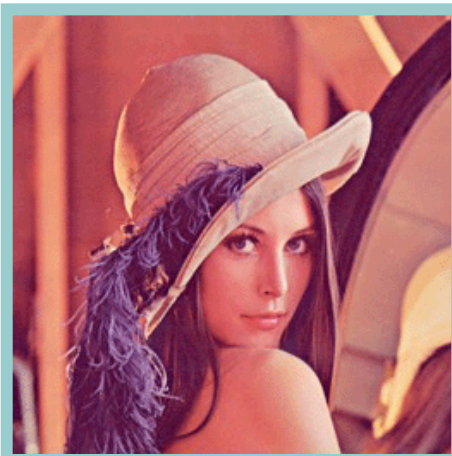


http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

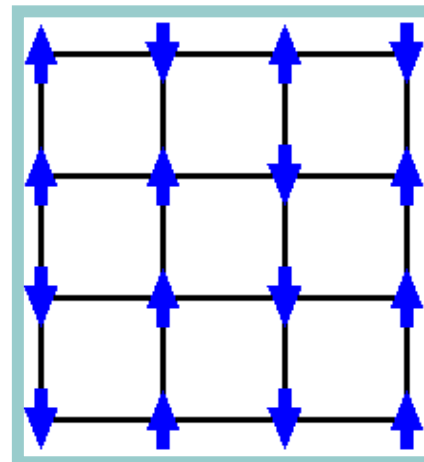
統計力学の方法に基づくアルゴリズムの構築と性能評価



単位：神経細胞
ネットワーク：脳



単位：画素
ネットワーク：デジタル画像



単位：スピン
ネットワーク：磁石

確率的にふるまう要素がネットワークをなして全体が情報処理系を形成している

そのような題材としては・・・

ニューラルネット(連想記憶、学習)、画像修復 / 誤り訂正符号、最適化問題、スペクトル拡散通信、**ゲーム理論**、植物ネットワーク、etc...

最終回の本日はこれを扱う



マイノリティ・ゲーム

売る

買う

市場の情報を用いる

自分の決定が他人に
影響を与え、他人の決定
が自身にフィードバックされる



N人(奇数)のエージェントが
「売り」「買い」を選択する

少数派(minority)に属した者が勝つ

繰り返しゲーム

もともとの問題 : El-Farol Bar の問題

週末に行われる酒場の演奏会では観客が多すぎると楽しめない
「自宅待機」か「酒場」かの選択を強いられて少数派が勝つ

数理モデル化 #1

各トレーダーの入札価格

トレーダ i のゲームラウンド l での入札価格 :

$$b_i(l) \in \mathbb{R}$$

正の値を持つならばその値での「売り」を
負の値を持つならばその値での「買い」を表す

ここでは特別な場合として

$$b_i(l) = \pm 1$$

を採用する

N人からなるゲーム全体の入札価格の総和

$$A(l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N b_i(l)$$

マクロな量

ミクロな量

各ラウンドで各トレーダがどの入札
価格を提示するかは戦略に依存する

後に相入札価格のラウンド数依存性(時間変化)を調べることになる

数理モデル化 #2

情報ベクトル

M次元のベクトル

遡る履歴数

$$\vec{\lambda}(l, A, Z) = \begin{pmatrix} \text{sgn}[(1 - \zeta)A(l-1) + \zeta Z(l,1)] \\ \text{sgn}[(1 - \zeta)A(l-2) + \zeta Z(l,2)] \\ \dots \\ \text{sgn}[(1 - \zeta)A(l-M) + \zeta Z(l,M)] \end{pmatrix}$$

情報ベクトル

総入札価格 ホワイト・ノイズ

$$0 \leq \zeta \leq 1$$

Real memory

Fake memory

情報ベクトルの可能な組み合わせ

$$P = 2^M \text{ 個}$$

ゲームの各ラウンドでこの中の一つが選ばれ、全てのトレーダで共有される

数理モデル化 #3

戦略ベクトルと入札価格

戦略ベクトル : 各トレーダがゲーム開始時に決めて保持する

$$\vec{R}_{\vec{\lambda}(l,A,Z)}^i = \left(R_{\vec{\lambda}(l,A,Z)}^{i1}, \dots, R_{\vec{\lambda}(l,A,Z)}^{iS} \right)$$

各成分は±1をとる

各ラウンドでシステムが選ぶ情報ベクトルに依存

入札価格

$$b_i(l) = \sum_{\vec{\lambda}} \delta_{\vec{\lambda}, \vec{\lambda}(l,A,z)} R_{\vec{\lambda}}^{i\tilde{a}_i(l)}$$

最適戦略

この決め方は自分が少数派になるように決める

各ステップでシステムによって選ばれた情報ベクトルに該当する戦略ベクトルの最適戦略成分

数理モデル化 #4

各トレーダの行動決定式

$$p_{ia}(l+1) = p_{ia}(l) \frac{\tilde{\eta}}{\sqrt{N}} b_i(l) A(l)$$

自分の入札価格

総入札価格

トレーダ i が戦略 a を
とった場合の利得

少数派に入った場合に利得が
増えるように総入札価格と逆符号

$$b_i(l) = \sum_{\vec{\lambda}} \delta_{\vec{\lambda}, \vec{\lambda}(l, A, z)} R_{\vec{\lambda}}^{i\tilde{a}_i(l)}$$

$$\tilde{a}_i(l) = \arg \max_a [p_{ia}(l)]$$

利得を最大にするような戦略が最適戦略として選ばれる

数理モデル化 #5

2戦略系の方程式

$S = 2$ の場合には $q_i(l) = \frac{1}{2}(p_{i1}(l) - p_{i2}(l))$ を導入すると

$$q_i(l+1) = q_i(l) - \frac{\tilde{\eta}}{\sqrt{N}} \sum_{\bar{\lambda}} \delta_{\bar{\lambda}, \bar{\lambda}(l, A, Z)} \xi_{\bar{\lambda}}^i A(l)$$

$$A(l) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_i \sum_{\bar{\lambda}} \delta_{\bar{\lambda}, \bar{\lambda}(l, A, Z)} \left\{ w_{\bar{\lambda}}^i + \text{sgn}[q_i(l)] \xi_{\bar{\lambda}}^i \right\}$$

2戦略系の方程式

$$\xi_{\bar{\lambda}}^i = \frac{1}{2} (R_{\bar{\lambda}}^{i1} - R_{\bar{\lambda}}^{i2})$$

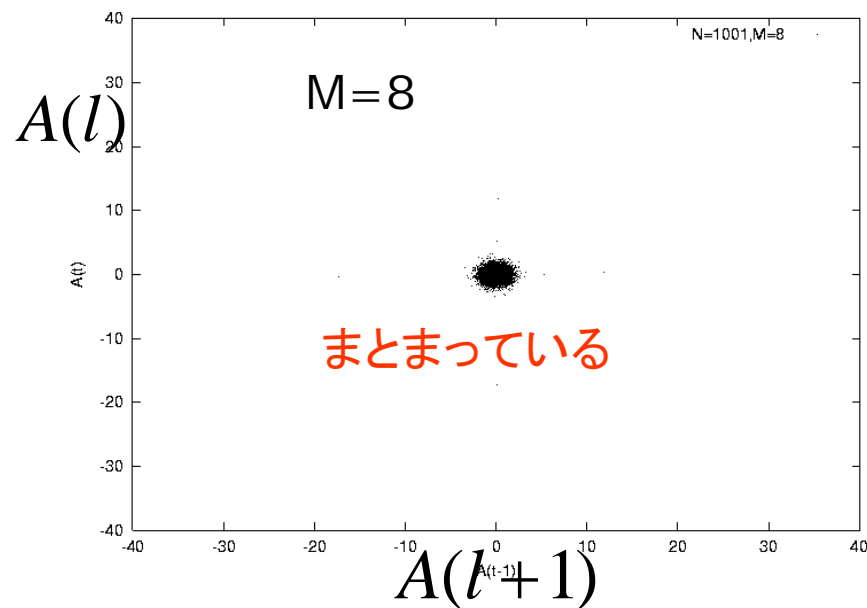
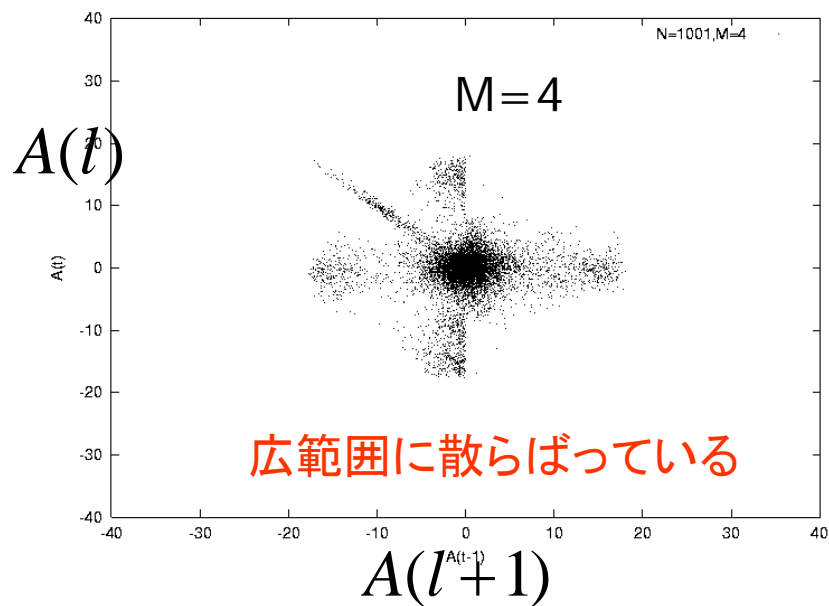
導出は講義ノートを参照

$$w_{\bar{\lambda}}^i = \frac{1}{2} (R_{\bar{\lambda}}^{i1} + R_{\bar{\lambda}}^{i2})$$

計算機シミュレーションによりマクロな量としての
総入札価格の時間変化を追ってみる

総入札価格の時間変化

$$N = 1001$$

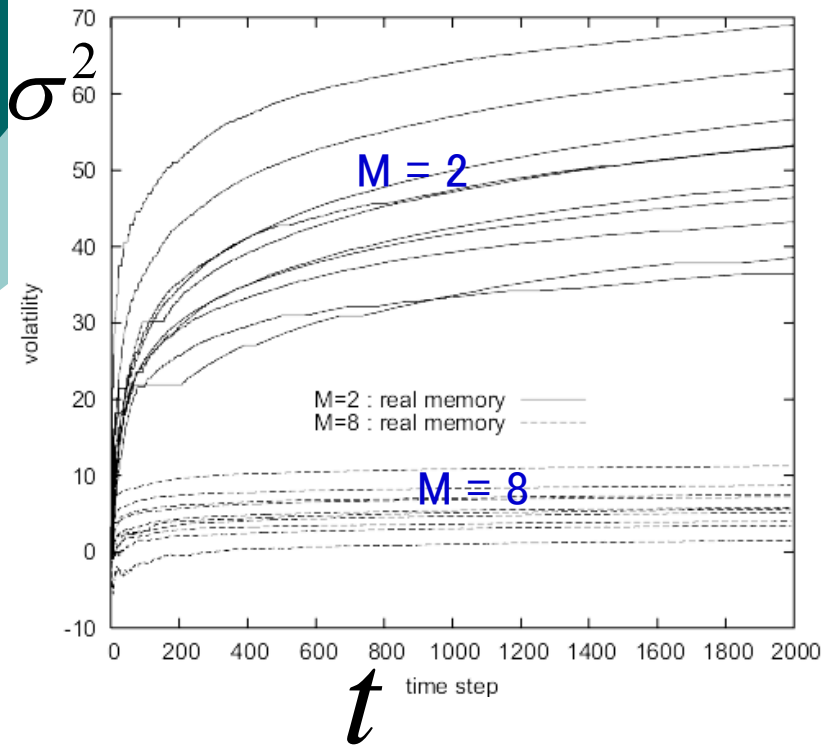


総入札価格の「揺らぎ」に着目すべき

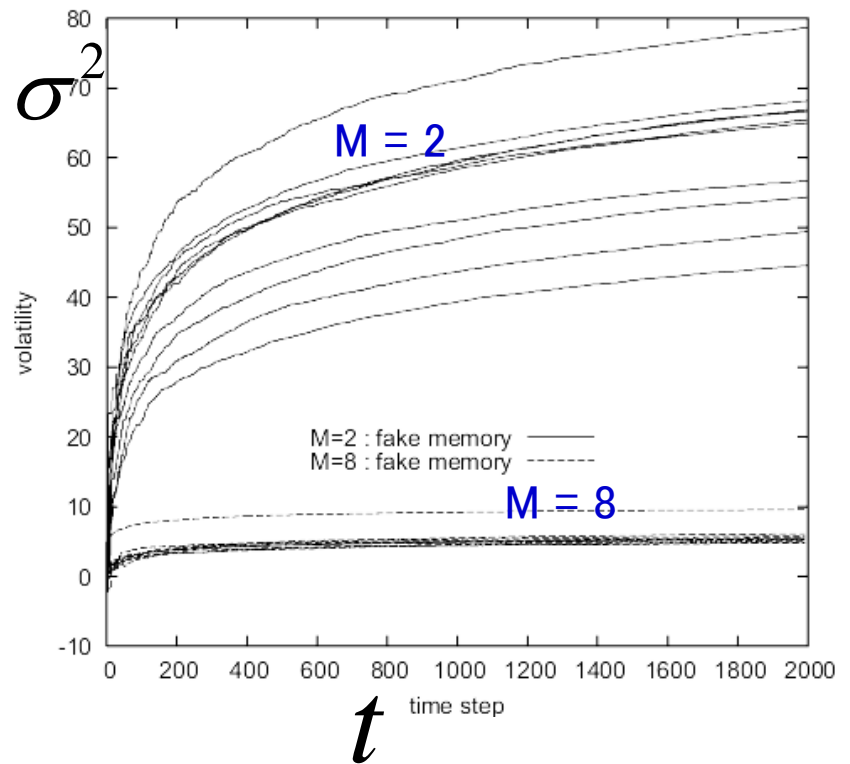
$$\sigma^2(L) = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L A(l)^2 - \left\{ \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L A(l) \right\}^2$$

ボラティリティ

ボラティリティの時間変化



Real Memory



Fake memory

