教職総合演習 (理学部物理学科開講)

この資料は 2001-2003 年度に作成した教職総合演習 (物理) のページを自習用に少し書き換えたものです。教員の E-mail address を <Teacher@server> としてありますが、もちろんこれは正しい address ではありません。メールでのサポート等はなく、"As is" で提供します。

1 演習の目的と目次の Webpage 作成

このコースは、１年生の時に数値計算演習を既に履修しており、教職単位として２回目の履修をする学生のためのものです。数値計算 (Fortran、あるいは C 等) がある程度できること、ホームページ作成なども ある程度経験があることを前提としています。

この演習では

- 計算機の「数値計算機能 (fortran 等)」
- 計算機の「描画機能 (gnuplot, Tgif, PowerPoint 等)」
- 計算機の「文書作成表示機能 (LaTeX, Html, Word 等)」
- 計算機の「ネットワーク機能 (Mail, www server, 等)」

を用いて教育用の資料作成練習 (これは教案作りにもなります) を行ってもらいます。

今回は最初なので、コンピュータの教育利用についての皆さんの意見を述べてもらうとともに、この演習用の皆さんのホームページを作ってもらいましょう。

上記の演習のホームページ (あるいは情報メディア教育研究総合センターのホームページから、「科目」→「理学部」→「数値計算演習 (理学部 16 組)」→「教職総合演習」とたどれます) を参考にして次の課題を提出して下さい。

1.1 今回の課題

- 小学校・中学校・高校での教育において、コンピュータを利用することにより
  - どのような事が可能になるか？
  - どのような点が便利になるか？
  - それを実際に行うためには何が必要か？
  - どのようなデメリットがあると考えられるか？

  の４点について、皆さんの見解・意見を `Teacher@server` までメールして下さい。

  参考までに、私の見方を下に書いておきますが、異なる見解・意見は大歓迎です。

- 今後の演習で、Webpage や プリントを作って行きます。これらへのリンクを張れるように教職総合演習用の Webpage を作って下さい。
- 上の Webpage から今週の課題のページへのリンクを張ってください。今週の課題のページには最初の項目で述べた見解を書いて下さい
- Webpage の作り方は、情報処理で既知とします。(演習の Webpage に簡単な作り方をまとめてあります。)
- 提出課題とはしませんが、各種の Search Engine を使って、高校での物理で Webpage が利用されている例を調べてみて下さい。例えば Google ではキーワードとして「高校」、「物理」とすると、115,000 件ものページの検索結果が示されます。(皆さんのページに Link を作るときは、著者に連絡することが必要な場合があります。注意して下さい。)
- 〆切日はホームページの予定の部分で確認して下さい。

1.2 コンピュータ上の教材作成の意味

- 教える場所・対象・レベルに合わせた教材作りは教育効果を高める上で重要です。また、教える側にとっても頭の整理になります。ところが、毎回の授業で新たな教材を作ろうとすると、その準備のために必要な時間は膨大なものとなります。

- この「労働効率」の観点から考えると、

  - 「再利用・再配布・再加工可能な教材」

  であるコンピュータ上のファイルを

  - 教師のグループで共有して利用

  することが今後有用な手段となるでしょう。

  こうしたコンピュータ上で教材を作るには、手書きに比べて (特になれるまでは) 多くの時間がかかりますが、これらは「再利用・再配布・再加工」が可能です。すなわち、いったん作れば自らも再び (多少の変更を行って) 利用できますし、他の (同じ教育グループの) メンバーも加工して (あるいはそのまま) 利用できます。

- さて、皆さんは理科・数学の教職免許を目指している人が多いと思います。これらの科目では

  - 数式
  - グラフ、概念図、写真などの図

  を取り入れた教材を用意する必要があり、これらを取り入れられるソフトを利用する必要があるでしょう。また、ネットワークにつながっている計算機の特長として、

  - Hyperlink (インターネットにつながっている Webpage 等へのリンク)

  が使えることがあります。これにより、世界中の知恵を教育に利用することが可能となるのです。

- こうした必要性は研究の上でも同じです。例えば、HTML (Hyper Text Makeup Language) は実は、グラフ、概念図、写真などの図を世界中の研究者で回覧・共有して利用できるようにするため、高エネルギー物理の「物理学者」が最初に開発したものです。また、数式を美しく出力できるシステムである TeX は、「数学者」が最初に開発したものです。

- TeX (または LaTeX) の利用は現段階では研究者が中心ですが、大学では教材配布にも多く利用されています。例えば物理学科のホームページからリンクされている講義科目のページには多くの科目の教材が載せられていますが、これらの多くは LaTeX で作られています。(形式が似ているプリントが複数ある理由の一部は「再配布・再利用・再加工」です。)

- 今後、こうした教材の公開や共有は高校や中学の教育現場でも広がっていくものと思われます。そして、その方向へ動かしていくのはコンピュータ利用になれている若い教師 (つまり、あなた達) が中心となるのではないでしょうか ? 数理系の教材を共有する上で可能性の高いのは Microsoft Word、または LaTeX のファイルだと予想します。

- これからの大学生活におけるレポート作成や、卒業論文作成などにも Word や LaTeX は便利なものです。そして大学院での研究においては自らの研究成果を世界に公開する上では Webpage は有効な方法です。

- この演習では、これからいくつかの Webpage やプリント、プログラムを作ってもらいます。自分で作った文書・プログラム・Webpage を保存しておき、「再配布・再利用・再加工」により多いに利用して下さい。(研究者や大学教員も、Webpage や TeX ファイルをいつでも最初から書くのではなく、多くの場合、以前に作ったファイルを編集・再加工して再利用しているのです。) そして教育にたずさわるようになったならば、これらを教育の質向上に役立てて欲しいと思います。

2　数値微分 (教職単位のための 2 回目の受講者用コース)

微分や積分には常に「無限小」の概念が必要となっています。昨年までに数値計算演習を受講した人は、積分において十分 Δx を小さくすれば正確な積分値に近付くことは確かめていますね。今度は微分でどの程度小さければ正確な微分の値に近付くか、数値的に確かめ、それを示す Webpage をつくって下さい。作り方は問いません。式の部分などは、Word の Math Editor などが使えれば、美しくかけます。そうでなければ、HTML を使ってそれなりに見えるようにしてみて下さい。

1. 関数 $f(x)$ と x を適当に与え、それを数値的に微分して、解析的な値と比べるプログラムを作って下さい。
2. これをグラフにして張り付けた Webpage を作って下さい。説明もつけること。
3. Webpage が出来たらどのようにして作ったか、`Teacher@server` までメールで連絡して下さい。

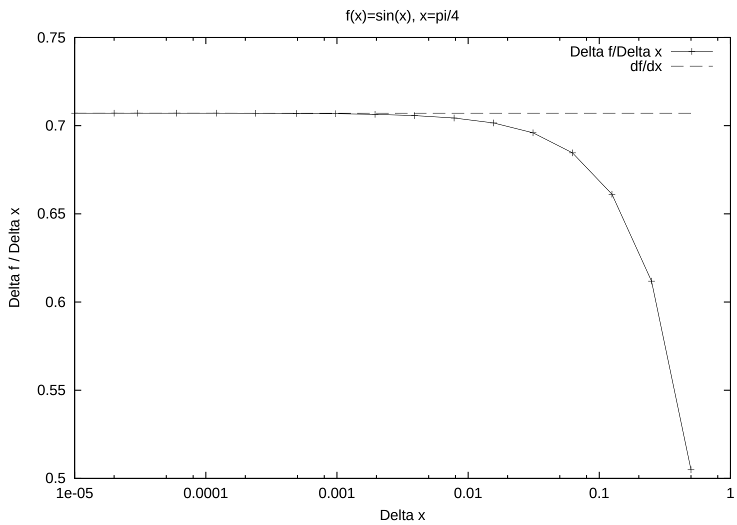
2.1　例

関数の微分の定義は、

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \tag{1}$$

と与えられます。これには「無限小」が定義に入っていますが、実際にはどの程度であれば「無限小」といえるのでしょうか? これを確かめてみましょう。

関数として、$f(x) = sin(x)$、x の値として $x = \pi/4$ をとってみます。下の図に Δx を非常に小さくしていったときに、$(f(x+\Delta x) - f(x))/\Delta x$ がどのように変化したのかを示しています。この場合であれば、$|\Delta x| < 0.001$ であれば、「十分小さい」といえそうですね。



3　積分の可視化 (教職コース)

今週は「積分」が短冊の面積の和の極限であることを図示してみましょう。高校生に説明して分かりやすいと思えるページを作ってみて下さい。

　作り方は問いません。式の部分などは、Windows の mathtype などが使えれば、美しくかけます。そうでなければ、HTML を使ってそれなりに見えるようにしてみて下さい。

1. 関数 $f(x)$ を適当に与え、それを適当な区間・間隔で $(x, f(x))$ を出力するプログラムを作って下さい。
2. この出力結果を「短冊」と「曲線」でグラフにしてください。`gnuplot` を使う場合には `with boxes` で短冊を描いてくれます。
3. これをグラフにして張り付けた Webpage を作って下さい。説明もつけること。
4. Webpage が出来たらどのようにして作ったか、`Teacher@server` までメールで連絡して下さい。

3.1　例

関数の積分は、関数と x 軸で囲まれた面積で与えられます。これは、領域を N 個に分割して、その中点での値に短冊の幅 $\Delta x = (b-a)/N$ を掛けて足し合わせ、$N \to \infty$ の極限をとったものとしても表せます。

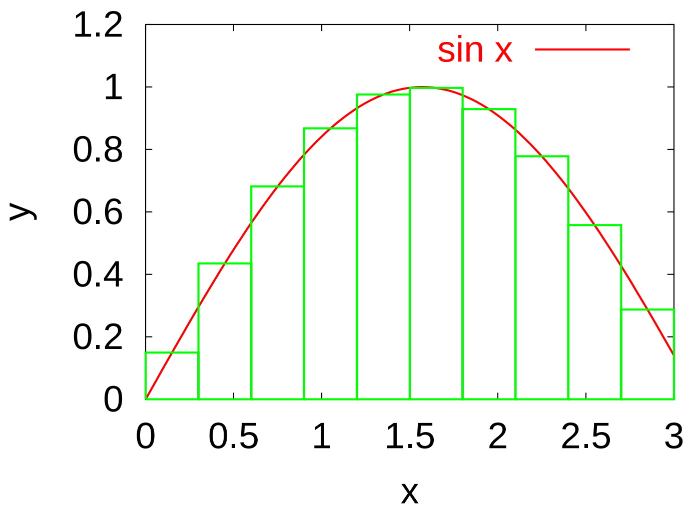
$$\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} f(x_n)\Delta x\ ,$$

$$x_n = a + \Delta x\ (n - \frac{1}{2})$$

　さて、下のグラフでは $[0, 3]$ の 区間を 10 分割して $\sin x$ の積分を短冊の面積の和と比べています。関数の値と分割した区間の中点の値は異なっていますが、上下の差が大体打ち消していることが分かりますね。この場合には、結果として

$$\begin{array}{lcl} \text{関数の積分値} & = & 1.9899925 \\ \text{短冊の面積の和} & = & 1.9974746 \end{array}$$

となっており、有効数字 2 桁程度で一致しています。



4　微分方程式の解き方の説明のプリント作り (教職コース)

前回までは、学生に説明する Webpage を作ってもらいました。今回は変数分離型の微分方程式の解き方を説明する「プリント」を作ってもらいます。高校生に微分方程式の解き方を説明することはないかも知れませんが、各自、自分の知識をまとめるつもりで作って下さい。

プリントを作るには手書きの他に、Microsoft Word、一太郎などの様々なソフトを利用する方法があります。これらについては情報処理で学んでいると思いますので、ここでは少し LaTeX について少し説明しておきます。

LaTeX は、複雑な式が頻繁に出て来る文書を比較的簡単に (かつ美しく) 出力するための、文書作成システムであり、数物、情報系の分野でよく使われています。LaTeX は多くの Unix システムや Microsoft Windows 上で利用できます。LaTeX の文書は次のような形式です。

```
\documentstyle{article}
\begin{document}
\title{微分方程式の解き方}
\author{数野一平 \\ 北海道大学}
\date{\today}
\maketitle
\section{変数分離型}
次のような形をもつ微分方程式を解いてみよう。
\[
{dy \over dx} = f(x) g(y)
\]
この微分方程式の特徴は、右辺が $x$ の関数と $y$ の関数の積で
表されていることであり、「変数分離型」と呼ばれます。

変数分離型の微分方程式は、...

\end{document}
```

LaTeX で式を書くには、次のような「約束」を知っておく必要があります。

- 改行する式は、 \[... \] で、文中の式は $ ... $ で囲む。
- 分数: $\dfrac{a}{b}$ → `{a \over b}`
- 積分記号: $\displaystyle\int_a^b$ → `\int_a^b`
- 極限: $\displaystyle\lim_{N\to\infty}$ → `\lim_{ N \to \infty }`
- ギリシャ文字: $\alpha\beta\gamma ... \Delta\Psi$ → `\alpha\beta\gamma ...  \Delta \Psi`
- 添字: x_i^n → `x^n_i`

こうした点に注意して、説明の LaTeX file、`teach04.tex` を作成し、プリント (PDF file) を作り、これにリンクする Webpage を作成して下さい。

PDF file 作成方法などについては Homepage にて。

5　微分方程式の解き方の説明のプリント作り、その 2 (教職コース)

プリント作りの一つの難しい点に、分かりやすい図を載せることがあります。今回は「立体図」をのせたプリントを作ってもらいます。

変数分離型の微分方程式は、(x, y) のある関数の F の全微分が 0 と表すこともできます。

$$\frac{dy}{dx} = f(x)\,g(y) \to \frac{dy}{g(y)} - f(x)dx = 0 \to dF = 0$$

ここで、関数 $F(x, y)$ は

$$F(x,y) = \int^y \frac{dy'}{g(y')} - \int^x f(x')dx'$$

です。よって、微分方程式の解は関数 F が一定の軌跡とみなせるのです。

このような「ある関数の値が一定の軌跡」を書かせるのに `gnuplot` では `splot` (surface plot) というコマンドがあります。lesson04 の微分方程式の例では $F(x,y) = \log y - \frac{1}{2}\log x$ が一定となるので、この関数の等高線が微分方程式の解です。この等高線のグラフを `prog04-3.ps` という PostScript file に描かせてみましょう。

```
gnuplot> set contour both
gnuplot> set xrange [1:10]
gnuplot> set yrange [1:5]
gnuplot> f(x,y)=log(y)-log(x)/2
gnuplot> splot f(x,y)
gnuplot> set term post
gnuplot> set out "prog04-3.ps"
gnuplot> quit
```

最初の行の `set contour both` は等高線を描かせるための設定です。

LaTeX で図を載せるには、`psfig` というパッケージを使うと便利です。これを使うためには `\documentstyle` の行で指定しておき、`\psfig{figure=....,width=....}` という形式で PostScript file の図を取り込めます。

```
\documentstyle[psfig]{article}
\begin{document}
\title{微分方程式のもう一つの見方}
\author{数野一平 \\ 北海道大学}
\date{\today}
\maketitle
....

\section{微分方程式のもう一つの見方}

......

\psfig{figure=prog04-3.ps,width=12cm}

\end{document}
```

こうした点に注意して、説明図を取りこんだ LaTeX file、`teach05.tex` を作成し、PostScript file、および PDF file を作りましょう。今回は Unix コンピュータ上で LaTeX ファイル作成を行って下さい。

6　単振り子の問題 (教職コース)

今回も図を載せたプリントを作りましょう。ただし、そろそろ「物理の問題」に入ります。

　今回扱うのは単振り子です。長さ ℓ の質量が無視できるたるまない糸の先につけた質量 m の質点の運動を考えます。垂線からの振り子の角度を x (rad.) とすると、運動方程式は

$$m\ell\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\sin x$$

となります。高校では小さい角度のみを考え、$x \ll 1$ として $\sin x$ の近似式

$$\sin x \simeq x$$

を使って運動方程式を簡単にします。

$$m\ell\frac{d^2x}{dt^2} = -mgx$$

そうするとこれはバネ定数が mg/ℓ のバネ振り子と同じ運動方程式になるので、次のように解くことが出来ます。

$$x = Acos(\omega t + \delta)\ , \quad \omega = \sqrt{g/\ell}$$

すなわち、糸の長さが等しければ最初の角度によらず同じ周期の振動運動をするのです。

　このことは歴史的にも重要な「発見」だったのですが、皆さんは高校生のとき、「この近似はどの程度正しいのだろうか ?」と思ったことはありませんか ? 高校生のこうした疑問には、「数値計算」を使って答えましょう。

　これ以降、初期条件が $t = 0$ において $x = x_0(> 0), v = dx/dt = 0$ である場合を考えます。また、$m = 1, \ell = 1, g = 9.8$ として下さい。

- 位置 (実際は角度) x の関数として速度 (実際は角速度) $v = dx/dt$ を求める式を作って下さい。答えは次の通りですが、これは $\sin x \simeq x$ と近似した場合と比べて大きくなりますか、それとも小さくなりますか ?

$$v(x) = \sqrt{\frac{2g}{\ell}\ (\cos x - \cos x_0)}$$

- 周期 $T(x_0)$ を求める式を作って下さい。答えは次の通りですが、なぜそうなるかを説明して下さい。

$$T(x_0) = 4\sqrt{\frac{\ell}{g}}\int_0^{x_0}\frac{dx}{\sqrt{2\,(\cos x - \cos x_0)}}$$

  この周期は近似した場合とくらべて大きくなりますか、それとも小さくなりますか ? $v(x)$ の大小から説明して下さい。

- 具体的に数値積分を行って $T(x_0)$ を $0 < x_0 \leq \pi/2$ の範囲で求めるプログラムを作って下さい。
  上の積分の被積分関数は両端で発散を含みます。ですから、台形公式やシンプソン公式などの「区間の端点」を含む公式はそのままでは使えません。単純には中点公式を用いれば良いのですが、精度を上げるには工夫が必要となります。

- 周期がどの程度 $2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ からずれるかをグラフにして下さい。

- 上で作ったグラフを張り付けた説明のプリントを作って下さい。また、このプリントへのリンクをつけた Webpage を作成して下さい。

7 空気抵抗がある場合の物体の落下 (教職コース)

さて、Webpage 作成に一旦戻ります。理科・数学の学習資料をコンピュータ上で作る上で「数式」、「計算結果のグラフ」、「概念図」の 3 つが難しい点といえるでしょう。前の 2 つについてはこれまでの課題で行ってもらったので、今回は「概念図」をいれたページを作ってもらいます。

7.1 空気抵抗がある場合の落下の運動方程式

説明してもらうのは「数値計算コース」の Lesson07 の演習問題 (2) です。この場合の運動方程式は

$$m\frac{dv}{dt} = -\gamma a^2 v^2 + mg$$

となります。この運動方程式は解析的に解くことが出来ますが、微分方程式・指数関数・対数関数などの知識が必要となり、高校生に教えることは困難です。しかし、定性的な振る舞いは運動方程式の形から理解できます。

- 初速が 0 の場合、短い時間では v が小さいので自由落下で近似できる。($v(t) \simeq gt$)
- 加速度は段々と小さくなってゆき、ある速度 ($v_0 = \sqrt{mg/\gamma a^2}$) へと収束する。

7.2 今回の課題

今回の課題は、上の 2 点「概念図」を使って説明する Webpage を作ることです。

1. 上の 2 点を説明する「概念図」の画像ファイル (`fig1.gif` または `fig1.png`) を作って下さい。
2. この画像を張り付けた説明の Webpage を作って下さい。

7.3 概念図の作り方

「概念図」を作るには、Windows 上では paint (スタート → プログラム → アクセサリー → ペイント) や Microsoft Word、Power Point の中の作図機能 (図形描画を選択して、下の隠れている部分からオートシェイプを選ぶ) を使う方法がなどがあります。(もちろん、他にも様々な市販ソフトがありますが。) また、Machintosh では (お絵書きソフトとして多分もっとも有名な) MacDraw が使えます。

- Microsoft Word を使うのであれば、
  図形描画 → オートシェイプ
- Microsoft Power Point を使うのであれば、
  オートシェイプ (下にボタンがあります。)
- Windows があればいつでも使えるのが paint です。
  スタート → プログラム → アクセサリー → ペイント
- Unix で作る場合、通常は Unix のお絵描きソフトは tgif なのですが、センターの端末から使いにくいようです。

今回は Power Point の「オートシェイプ」を利用して概念図を作って下さい。

空気抵抗がある場合の物体の落下 (説明例)

物体の重力自由落下の運動方程式は鉛直下向き方向を速度の正の方向として

$$m\frac{dv}{dt} = mg$$

となり、これを積分して

$$v(t) = gt + v_i$$

となることは勉強しましたね。(質量を m、重力加速度を g、初速度を v_i としています。) この自由落下では「物体の質量や大きさに関係なく」運動が決まります。

しかし、実際の落下においては空気抵抗があるため、質量や大きさに依存して落ちる速さは変化します。ここでは速さの 2 乗に比例する空気抵抗がある場合を考えましょう。物体の形として球を考えると、空気抵抗は半径の 2 乗にも比例するので、運動方程式は

$$m\frac{dv}{dt} = -\gamma a^2 v^2 + mg$$

となります。この運動方程式に従う物体の速度はどのように変化するのでしょうか?

初速が 0 の場合を考えると、短い時間では速さが大きくないので空気抵抗は無視できるはずであり、自由落下と同様に変化します。

$$v(t) \simeq gt \quad (t \ll \sqrt{m/\gamma a^2 g})$$

一方、速度が大きくなってくると重力と空気抵抗がつりあって速度は一定の値に近付きます。釣合の条件からこの値を求めることができて、t が大きいときには

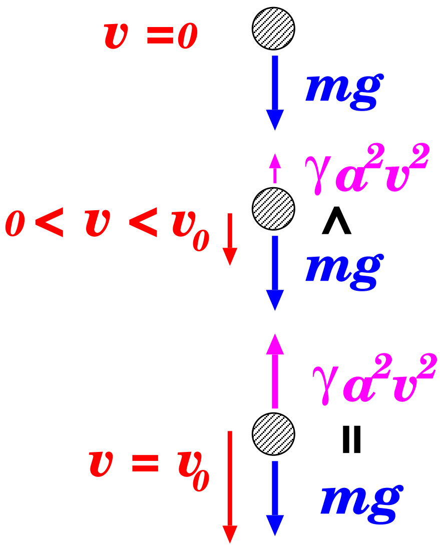
$$v(t) \simeq v_0, \qquad v_0 = \sqrt{\frac{mg}{\gamma a^2}} \quad (t \gg \sqrt{m/\gamma a^2 g} = v_0/g)$$

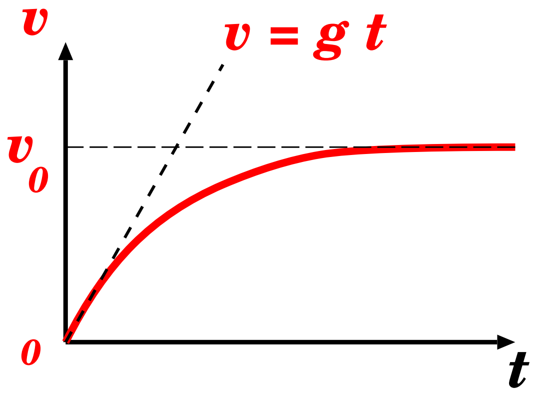
となります。

実際にこの運動方程式を解いてみると、

$$v(t) = v_0 \tanh\frac{gt}{v_0}$$

となり、上の定性的な理解が正しいことが分かります。





8 円運動と振動運動の関係 (教職コース)

さて、最後の課題です。数式や概念図の入ったプリントと Webpage を作ってもらいます。最後の課題なので、これまでのように「全体のお手本」をつけることはしません。

8.1 円運動と振動

高校生に物理を教える上での大きな制限の一つに「微積分を使わずに」という点があります。このためバネ振り子の運動方程式を書くことは出来ても、これを直接解いて振動していることを示すことは出来ません。

それではどのように説明できるのでしょうか？ 高校のときに習ったことを思い出しながら、次の流れにしたがって説明して下さい。

- まず xy 平面内の等速円運動を考える。物体の質量を m、半径を r、角速度を ω とする。このときの運動方程式を与えなさい。この解は三角関数を用いて与えることが出来る。
- この円運動の x 軸方向への射影を考えて、(r、y を含まない) x に関する運動方程式を与えなさい。
- この運動方程式がバネ振り子の運動方程式と同じであることを説明し、解を与えなさい。

8.2 今回の課題

今回の課題は、実際に高校生に説明するつもりで資料を作って下さい。

1. バネ振り子の運動方程式の解を円運動の射影として説明する「教案」を練って下さい。
2. この教案にそって教えるために必要な「概念図」をコンピュータ上で作成して下さい。方法 (どのソフトを使って作るか) は問いません。
3. この概念図をはりつけた説明のプリントを作って下さい。
4. 概念図をはりつけた説明の Webpage を作って下さい。この Webpage から上のプリントへのリンクもつけておくこと。

8.3 気をつけること

- 数式を入力する場合に、
  - LaTeX を使うのであれば教職コースの 3 回目を参照して下さい。ω は `\omega` です。
  - Microsoft Word を使うのであれば教職コースの Homepage を参照して下さい。
    挿入 → オブジェクト → Microsoft Math
- 概念図をプリントに張り付ける場合、
  - LaTeX の場合には、postscript (ps, eps) に変換する必要があります。convert コマンドで変換してみましょう。
  - Microsoft Word の場合には、Internet Explorer から drag and paste で張り付けられます。