



グラフ理論 #3

第3回講義 4月25日

情報科学研究科

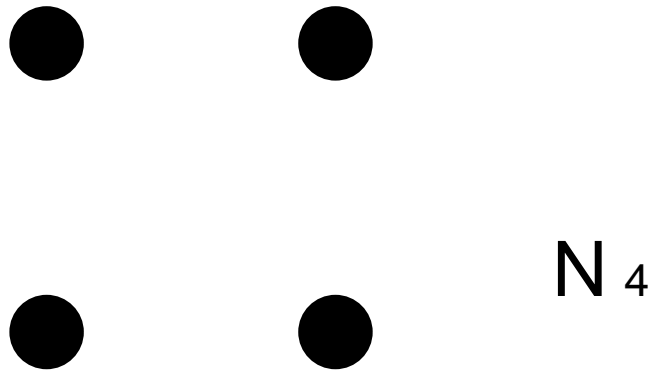
井上純一

http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/



空グラフ

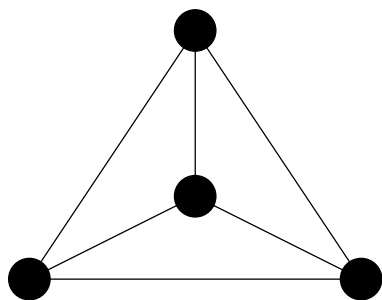
空グラフ (null graph) : 辺集合が空であるグラフ



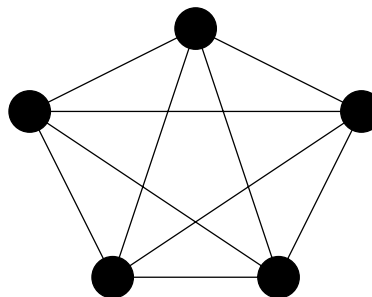
n 点からなる空グラフを N_n と書く

完全グラフ

完全グラフ (complete graph) : 相異なる2つの点が全て隣接しているグラフ



K_4



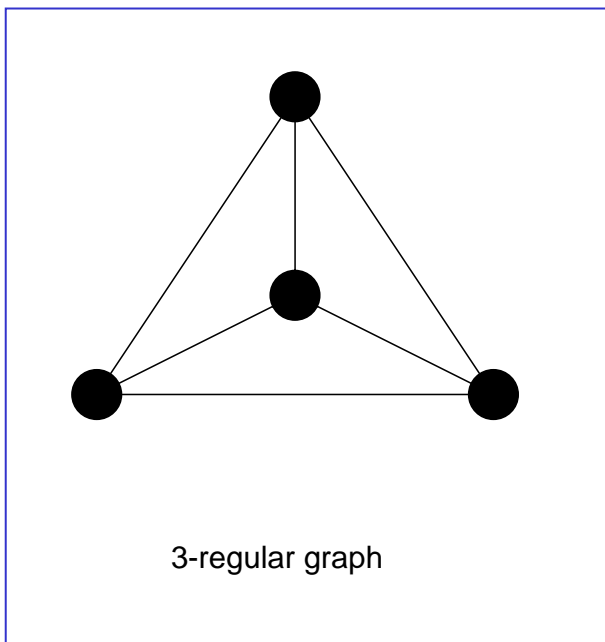
K_5

$${}_n C_2 = \frac{n(n-1)}{2}$$

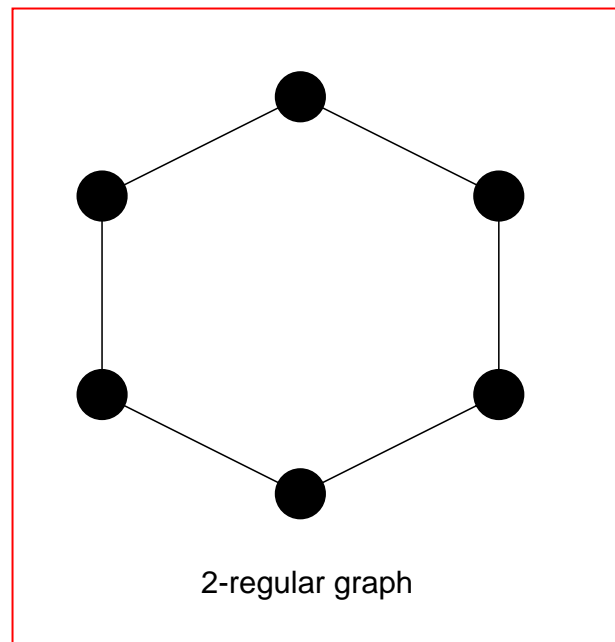
n 点からなる完全グラフ K_n
の辺の本数

正則グラフ

r-正則グラフ (regular graph) : どの点の次数も全て共通にrであるグラフ



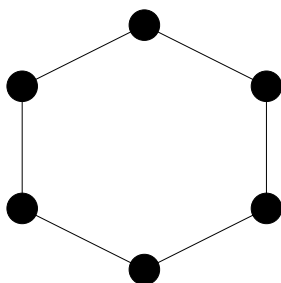
次数3の正則グラフ= 次数4の完全グラフ



次数2の正則グラフ=閉路グラフ

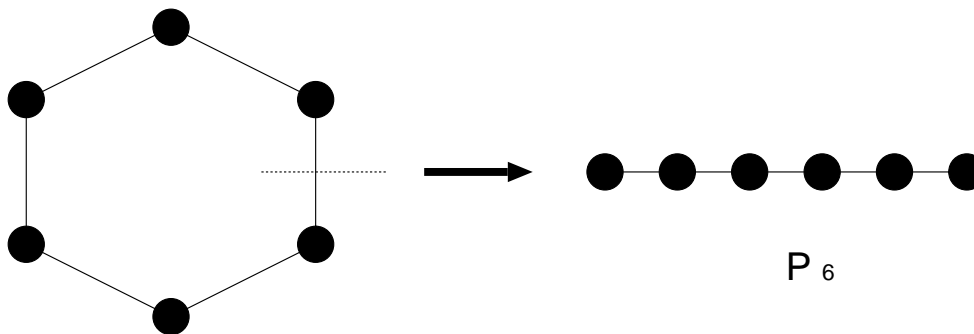
閉路グラフと道グラフ

閉路グラフ (cycle graph) : 次数2の正則連結グラフ



C_6

道グラフ(path graph) : 閉路グラフから一つの辺を除いて得られるグラフ

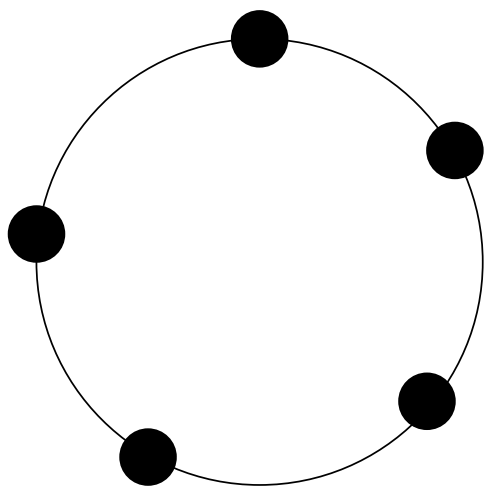


C_6

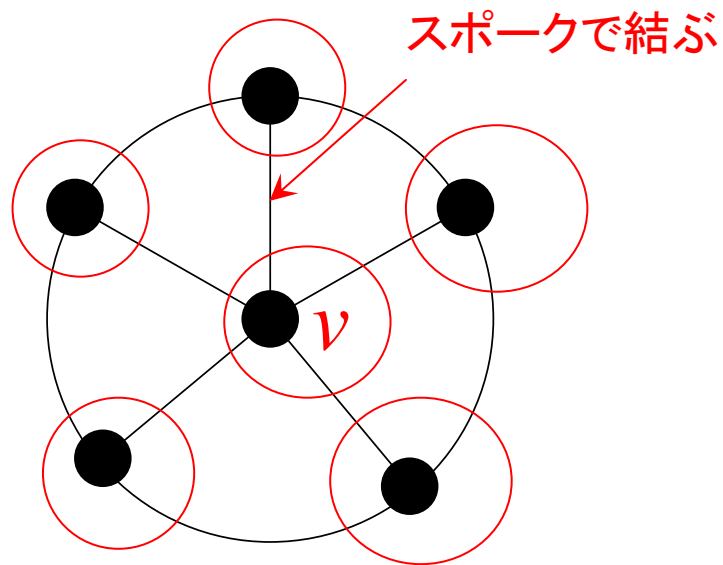
P_6

車輪

車輪(wheel) : C_{n-1} に新しい点 v を加え、 v と他の全ての辺を
結んでできるグラフ

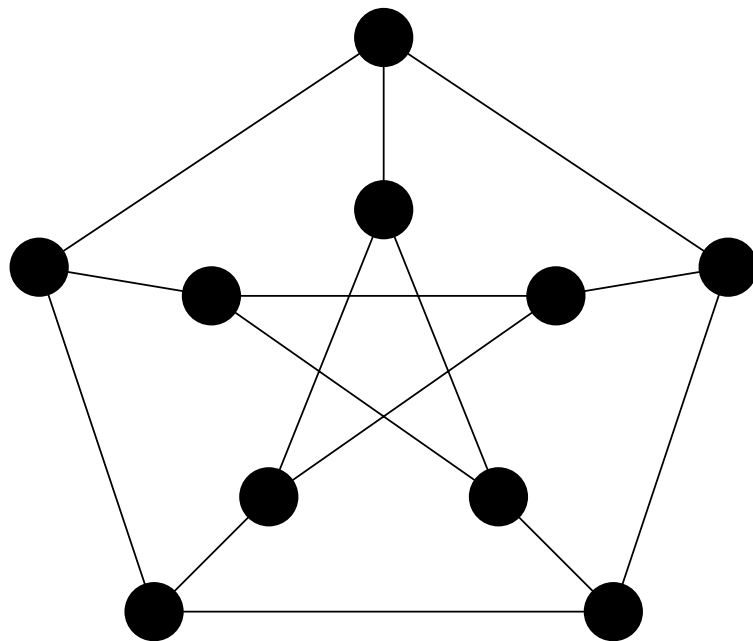


C_5



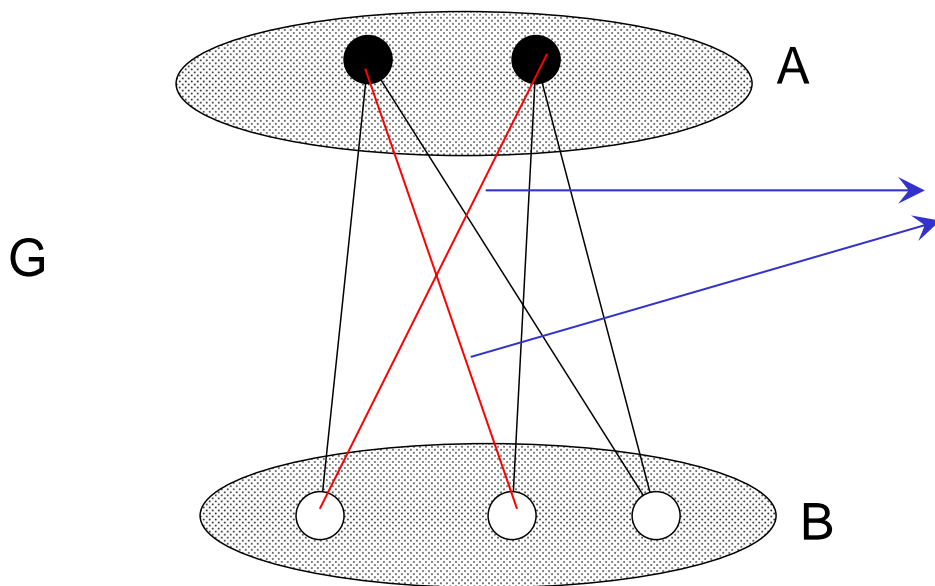
W_6

ピータースン・グラフ



二部グラフ

二部グラフ (bipartite graph) : グラフGの点集合を素な2つの集合A、Bに分割し、Gの全ての辺はAの点とBの点を結ぶようにしてできあがるグラフ

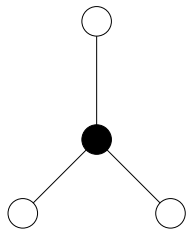


この2本の辺を加えることにより、Aの各点がBの各点とちょうど1本の辺で結ばれるようになる

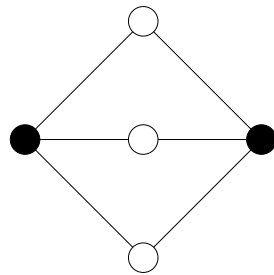
⇒ 完全二部グラフ

完全二部グラフ

完全二部グラフ (complete bipartite graph) : Aの各点がBの各点とちょうど1本の辺で結ばれた二部グラフ



$K_{1,3}$

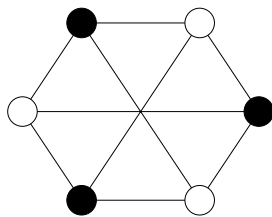


$K_{2,3}$

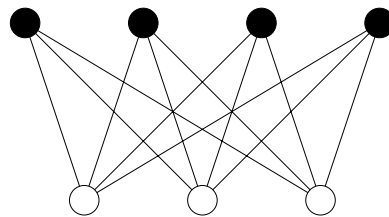
黒 r 個、白 s 個からなる完全二部グラフ

$$K_{r,s}$$

と表記する

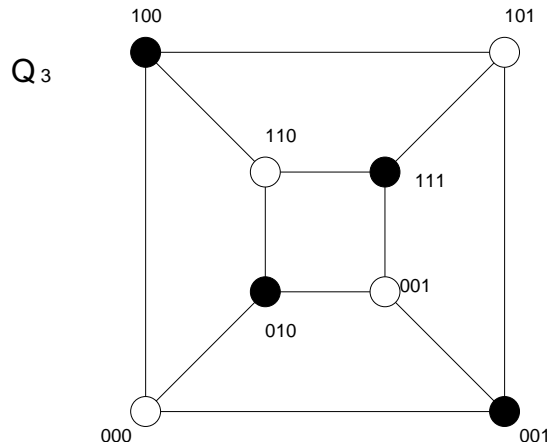
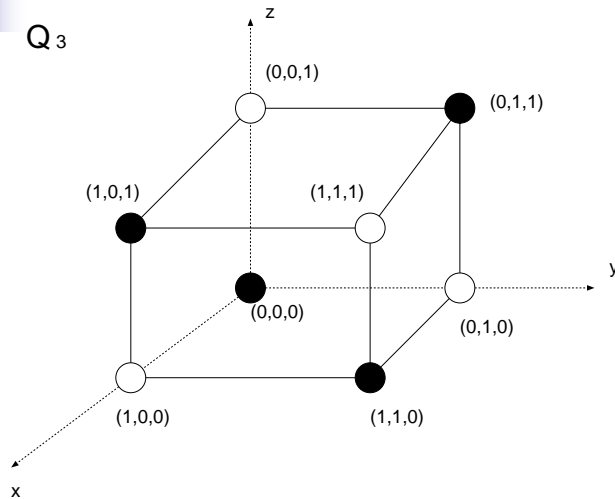


$K_{3,3}$



$K_{4,3}$

k-立方体



k-立方体 (K-cube)

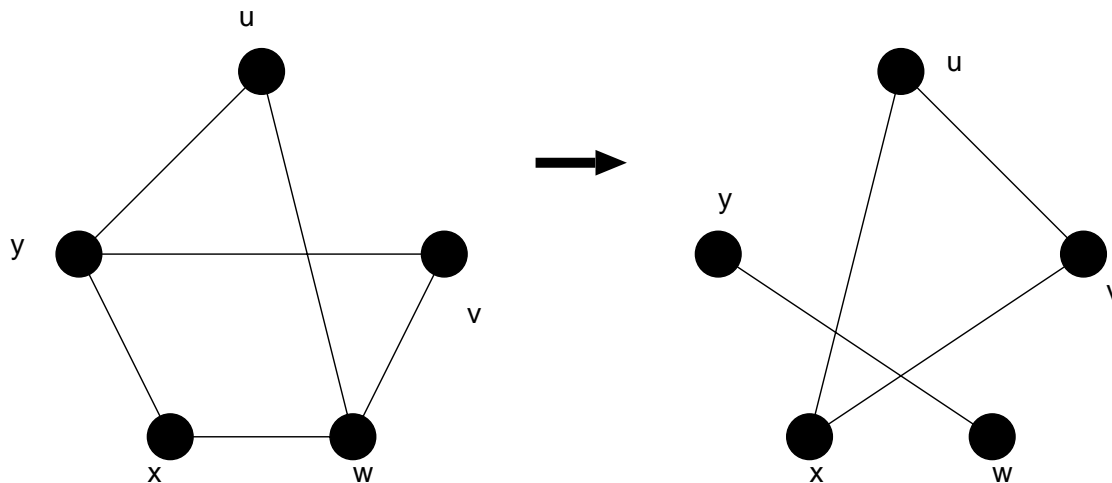
$a_i = 0, 1$ であるような1つの列ベクトル (a_1, a_2, \dots, a_k) に一つの点を対応させ、一つだけ異なる成分を持つ二つのベクトルに対応する二つの点が辺で結ばれるような正則二部グラフ

Q_k

2^k 個の点と $k2^{k-1}$ 本の辺を持つ

単純グラフの補グラフ

単純グラフGの補グラフ (complement) : 単純グラフGの点集合を持ち、2点が隣接するのは、Gにおけるそれらの2点が隣接していないとき、かつ、そのときに限るグラフ

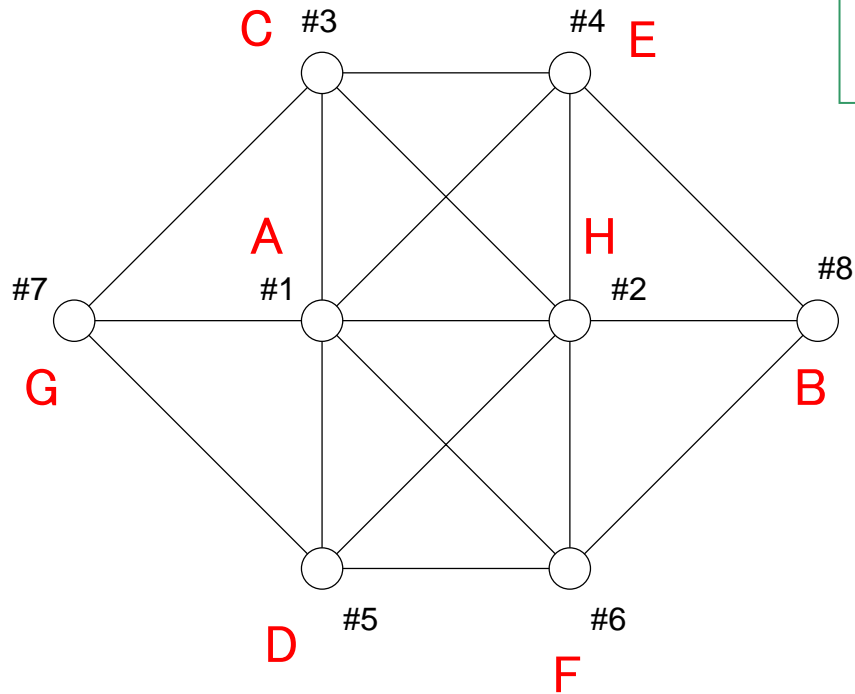


例)

☆ 完全グラフの補グラフは空グラフ

☆ 完全二部グラフの補グラフは2つの完全グラフの和である

8つの円の配置問題



問題: #1～#8にA～Hの8つの文字を
アルファベットで隣り合う文字が隣接しない
ように置け

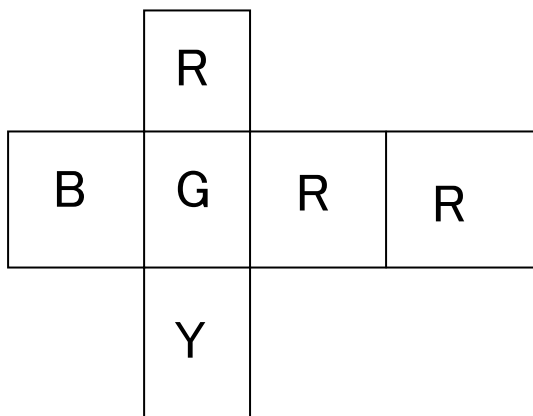
着眼点

- ☆ AとHの配置の仕方は易しい
- ☆ #1、#2の円への配置が最も難しい

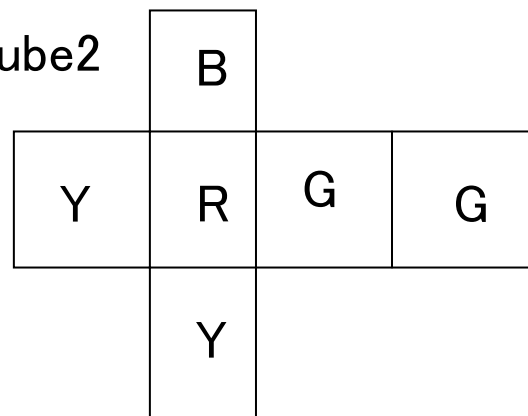


4つの立方体パズル

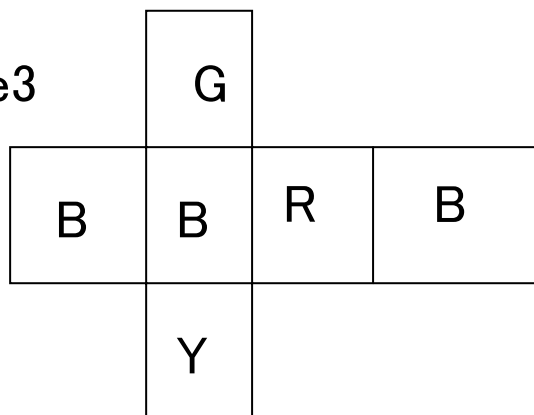
cube1



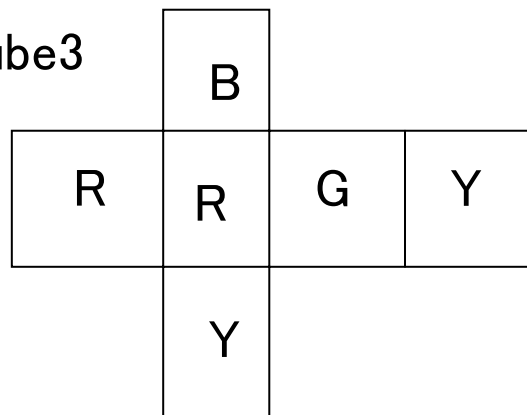
cube2



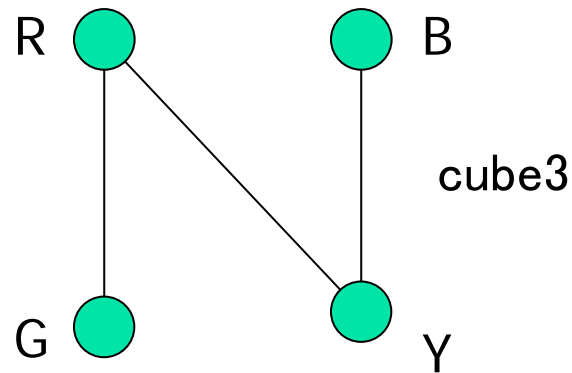
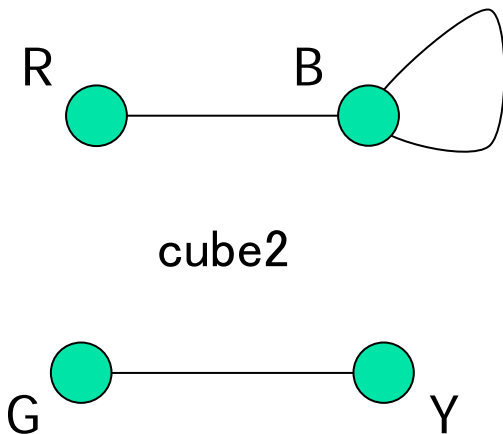
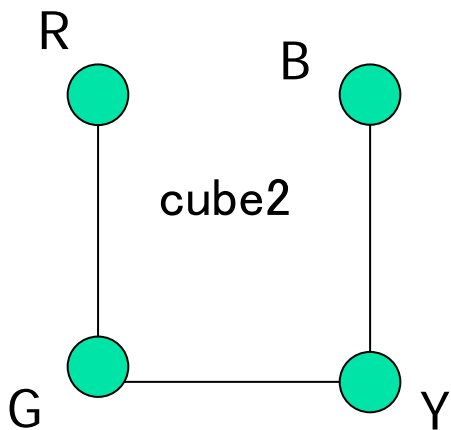
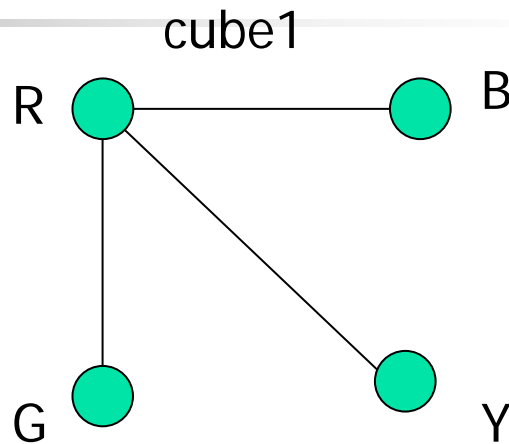
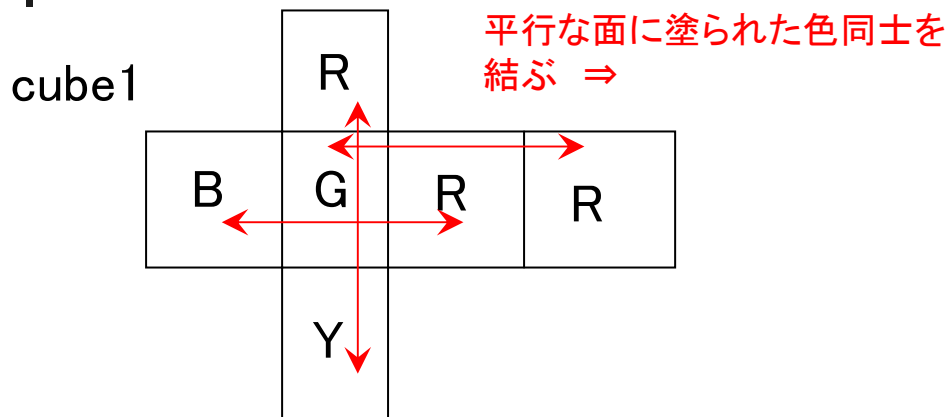
cube3



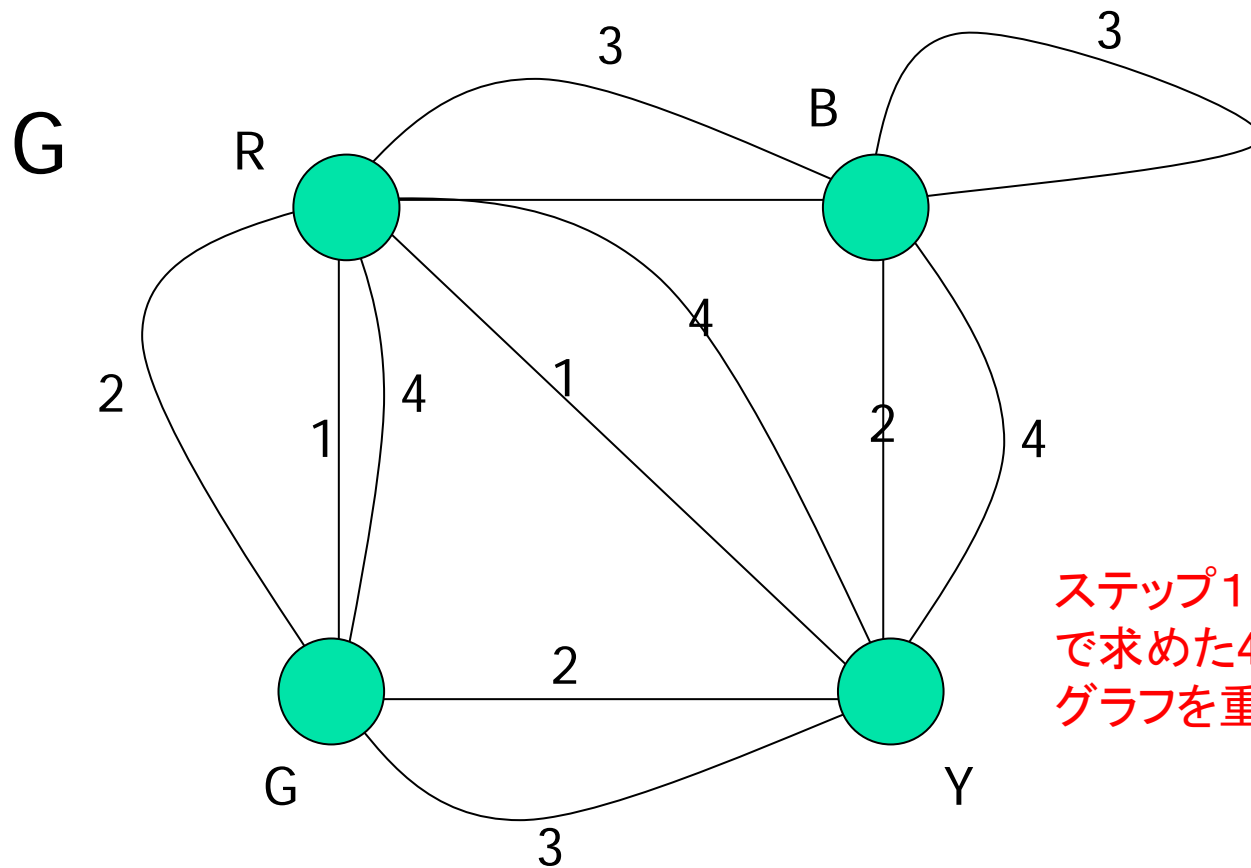
cube3



解法のステップ1



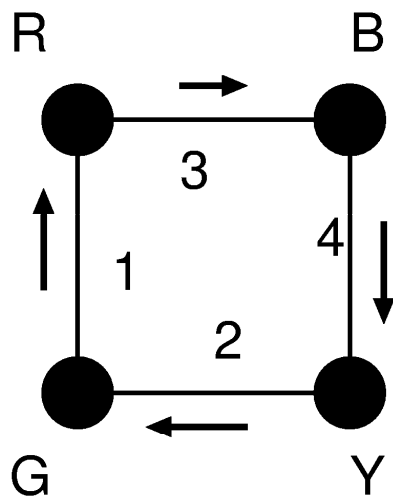
解法のステップ2



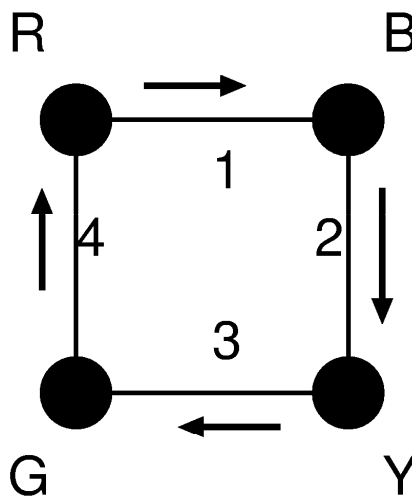
ステップ1
で求めた4つの
グラフを重ね合わせる

解法のステップ3

各cubeの辺を1本ずつ含み、共通な辺が無く、次数2の正則グラフとしてGの部分グラフH1、H2を選ぶ

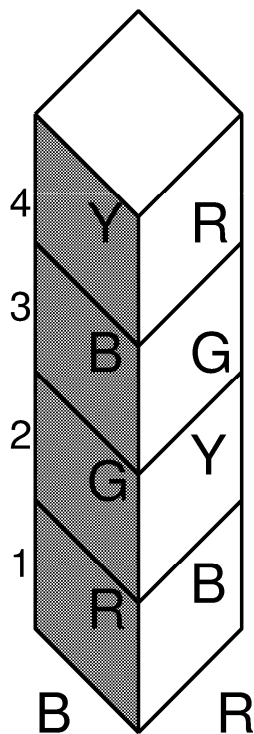
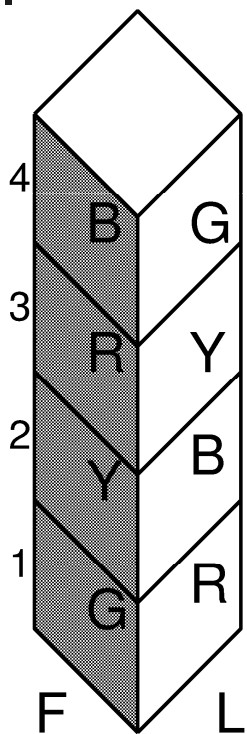


H_1



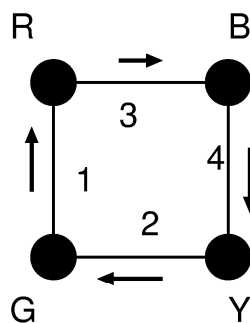
H_2

解法の最終ステップ

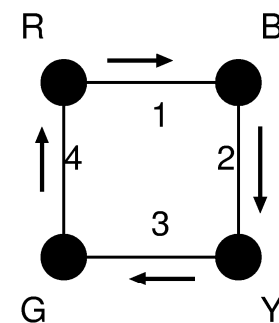


$H_1(FB), H_2(LR)$

を用いて、cube1、cube2、cube3、cube4
を積み上げる



H_1



H_2