

グラフ理論 #1

第1回講義 4月10日

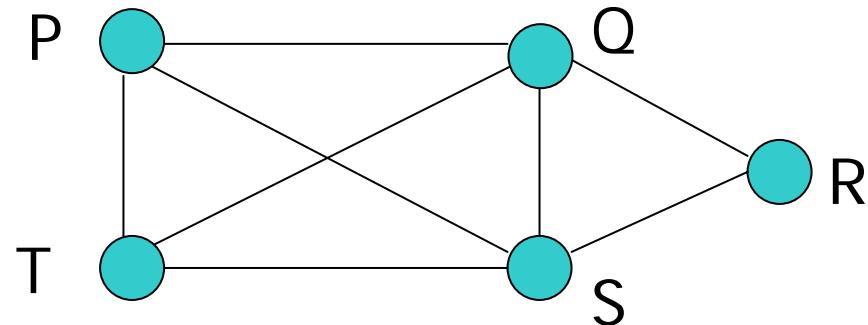
--- ウォーミングアップ ---

情報科学研究科 井上純一

http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/

グラフとは何か？

この講義で学ぶグラフの1例



この講義で学ぶグラフは点(vertex) 及び辺(edge) — からなる

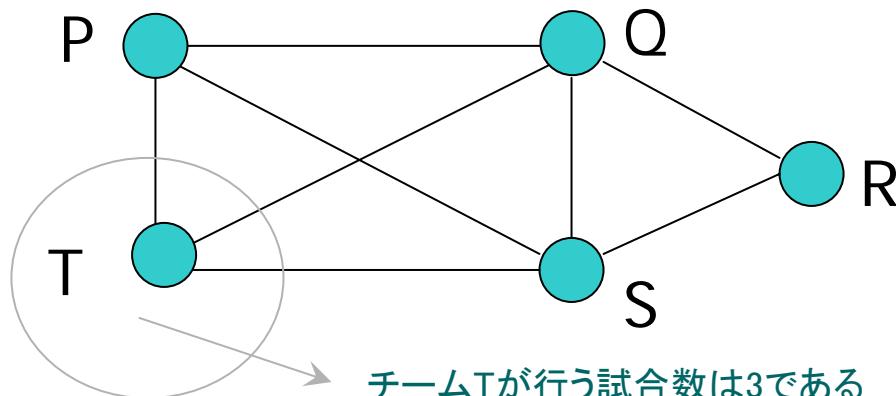
次数 (degree) : ある点を端点とする辺の本数

$$\deg(P) = 3, \quad \deg(Q) = 4$$

考える点を指定してはじめて定義される

グラフに意味を持たせる

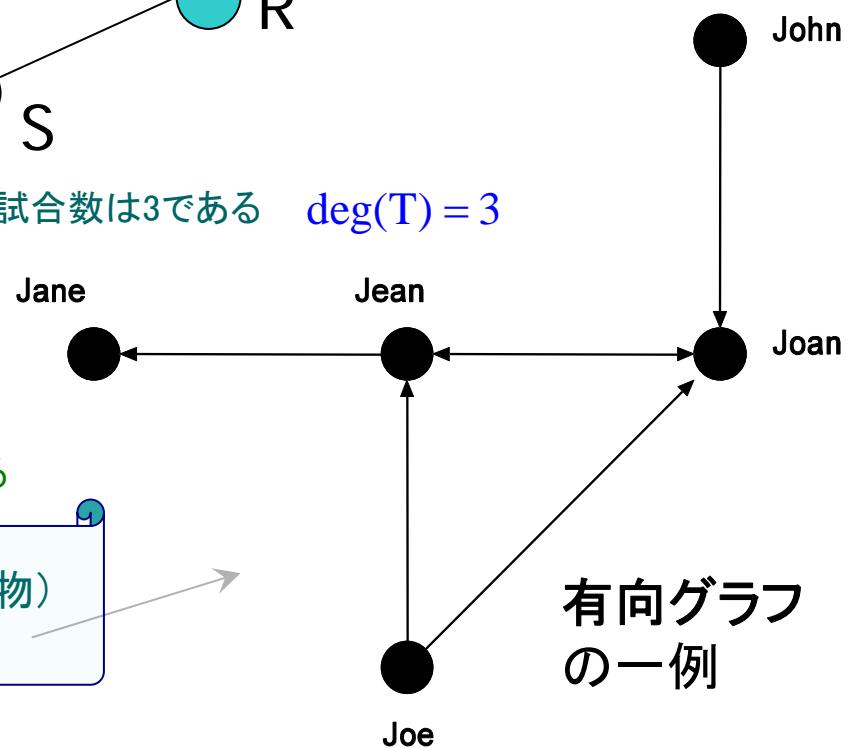
P,Q,R,S,Tはフットボールチームであると考える



例題1.1の(2)

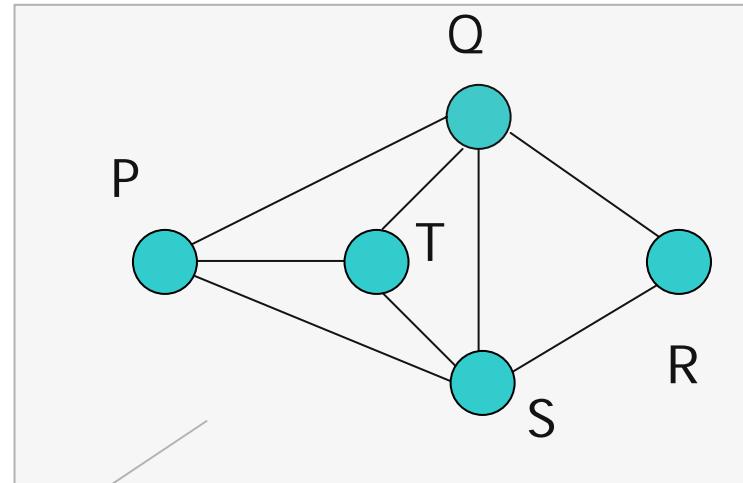
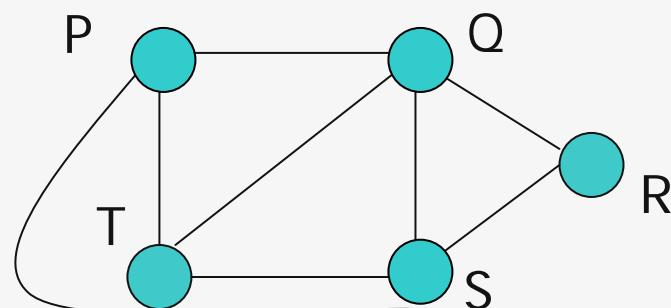
JohnはJoanが好きで、JeanはJaneが好きで、JoeはJeanとJoanが好きで、JeanとJoanは互いに好きである

(好意を持っている人物)→(好意を持たれている人物)
と矢印をつける約束を決める



グラフの同型性

同型な2つのグラフ：任意の点と点、辺と辺の関係が同じであるグラフ

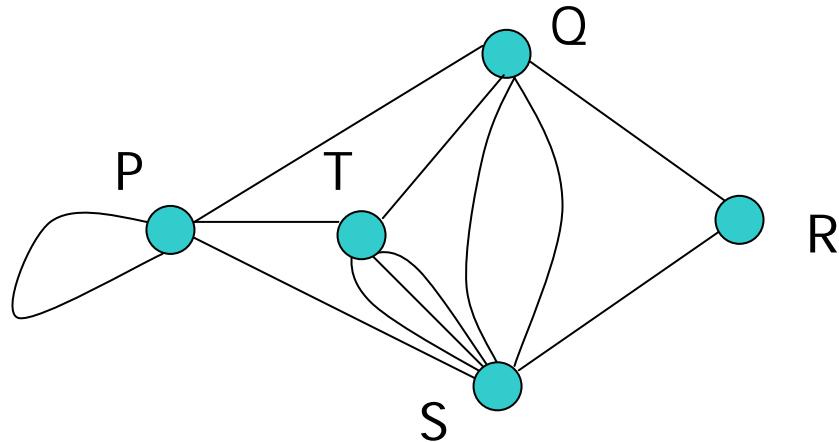


これら2つは互いに同型である

※ より正確には後に見る「同型写像」の存在を調べることにより判定する

実問題をグラフで表現する際には、調べたい関係が見やすく、扱いやすいものを選ぶことが肝要である

多重辺、ループ、単純グラフ



多重辺 (multiple edges) : 任意の2点を2本以上の辺が結んでいる場合

⇒ 図のTS,QS

ループ(loop) : 任意の点からそれ自身に戻る辺

⇒ 図のPP

単純グラフ (simple graph) : 多重辺やループを含まないグラフ

有向グラフ

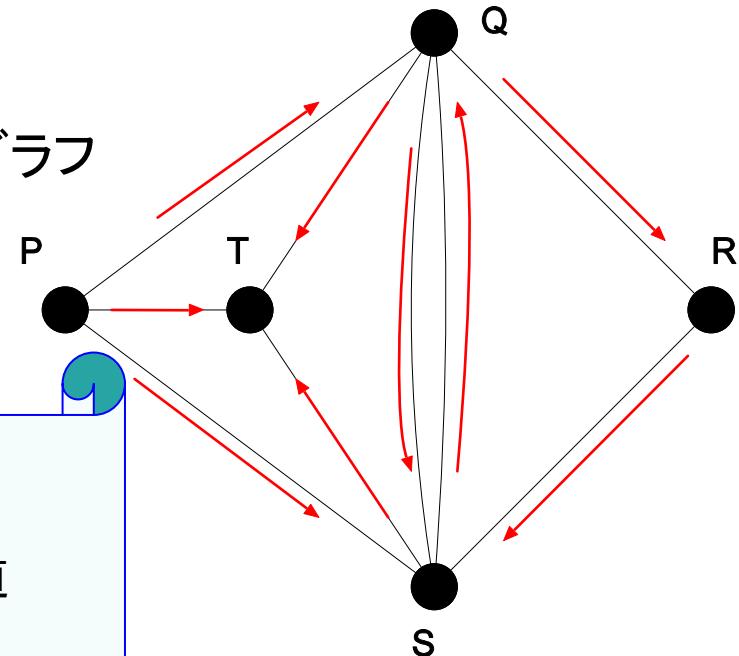
有向グラフ (digraph) : 辺に向きが与えられたグラフ

有向グラフに関するいくつかの概念

歩道(walk) : 連結した辺の列

道(path) : どの点も高々一度しか訪れない歩道

閉路 (cycle) : 閉じた歩道



有向グラフの一例。各辺に向きを持たせることにより、任意の2点間の関係性に意味を持たせることができる

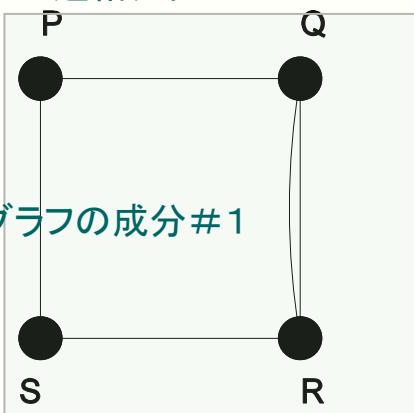
連結グラフと非連結グラフ

「全部つながっているか」「つながっていないか」でグラフを分類できる

非連結グラフ

連結グラフ

非連結グラフの成分 #1



非連結グラフの成分 #2

連結グラフ

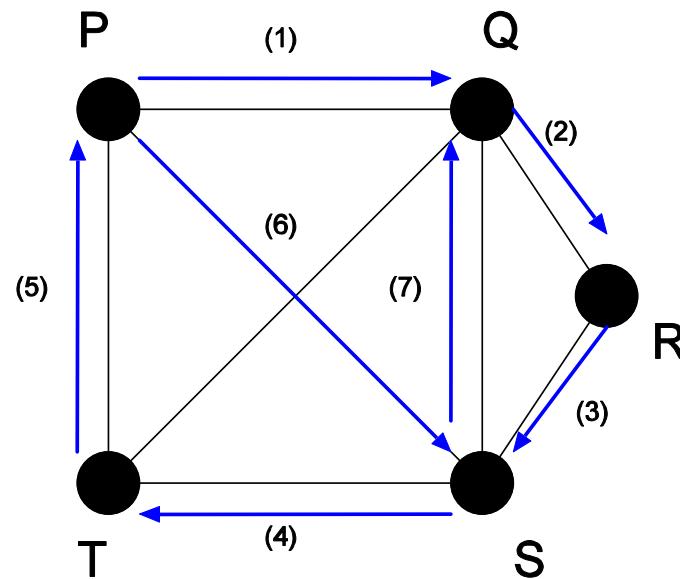
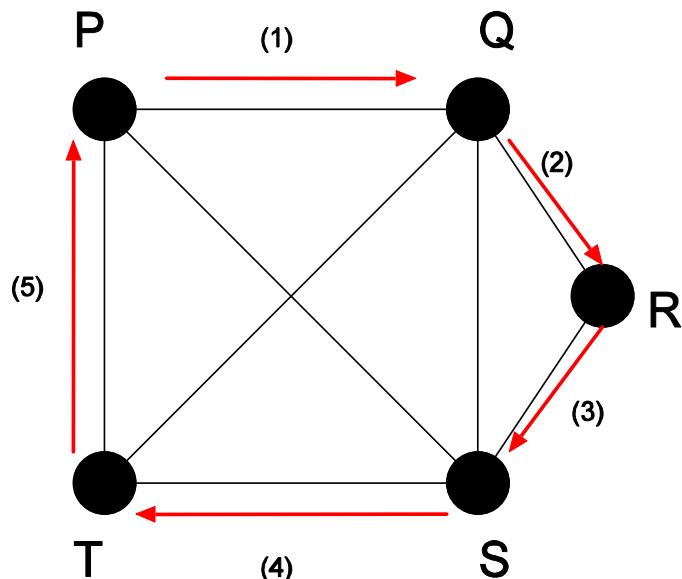
連結グラフ (connected graph) : どの2点も結ばれているグラフ

非連結グラフ (disconnected graph) : 連結グラフでないグラフ

オイラー・グラフとハミルトン・グラフ

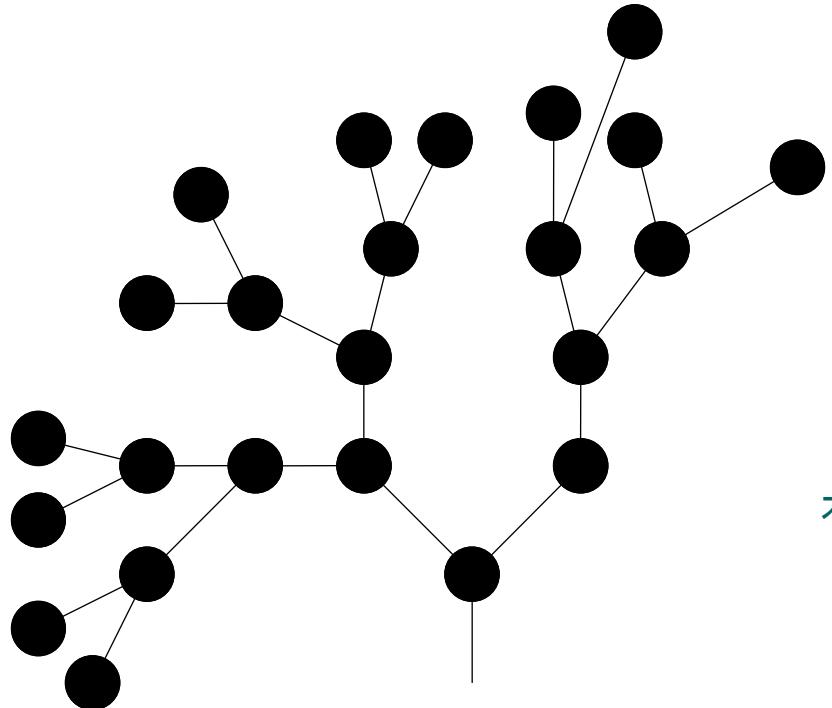
オイラー・グラフ (Eulerian graph) : 全ての辺をちょうど1回ずつ通って出発点に戻る歩道を含むグラフ

ハミルトン・グラフ (Hamilton graph) : 全ての点をちょうど1回ずつ通って出発点に戻る歩道を含むグラフ



ハミルトン・グラフではあるが、オイラー・グラフではない一例

木



木の一例

木 (tree) : どの2点の間にも道が1本しかない連結グラフ

※ ワークステーションのファイルシステム、生物進化の系統図などは木構造をもつ。

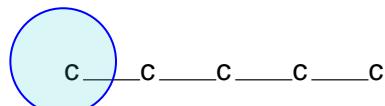
例題1.1(1)

化学式 C_5H_{12} で表される有機物の構造異性体を全て挙げよ

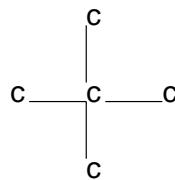
Cの並べ方を決めればHは
自動的に決まる

A

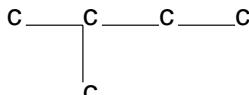
炭素の次数は4



B

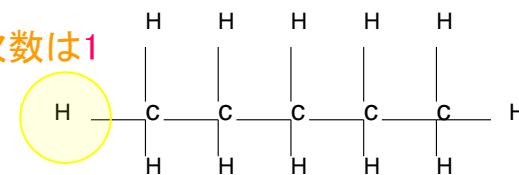


C



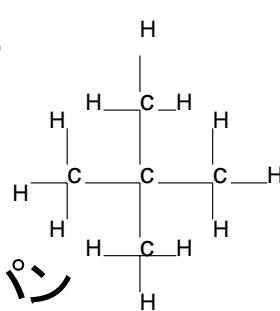
A

ペンタン



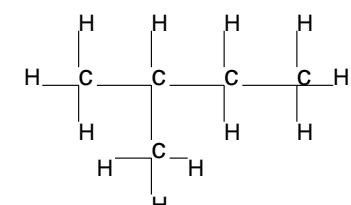
水素の次数は1

B



2-2-ジメチルプロパン

C



2-メチルブタン

いくつあるのか？



ケイリーの公式（「木」の回で詳しく見る）
(ラベル付きの木の場合)