実験III　課題Ｆ－２(1)　波の中の浮体の運動

１．実験概要

水上の浮体は浮力で支えられているため水面の変化，すなわち波によって必然的に動揺する。波の波高が大きければ浮体の運動も大きくなるが，浮体の運動応答は波の周波数（=1/周期）によって大きく異なる。一般的に，低周波の波（周期が長く波長も長い波）に対する浮体の上下運動(heaving)の大きさは，ほぼ波高と同じになるが，高周波の波（周期が短く波長も短い波）では大きく揺れない。

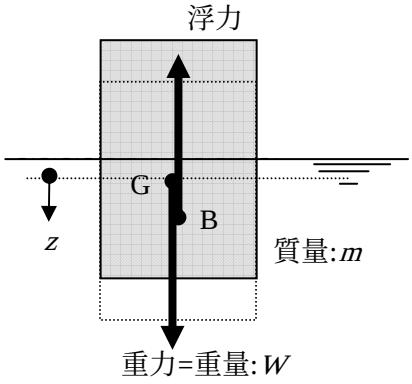
本実験では，水槽に浮かべた浮体に与える波を入力とし，その波に対する浮体の上下運動の応答を計測し，この結果に対する周波数解析（＝スペクトル解析）する方法を習得し，その解析結果から浮体に作用する付加質量などの流体抵抗について考察する。

２．浮体の上下運動

１）静的な釣り合い

下図のように，水線面積 A_w を持つ柱状の浮体が水面に浮かんでいる場合を考えよう。浮体の重心と浮心が鉛直方向に上下方向に一致している場合，上下方向だけの釣り合いになる。浮体が静止している状態では，浮体の重力 W と浮力が釣り合っているので，以下の関係にある。

$$W = mg = \rho g A_w d \tag{1.1}$$



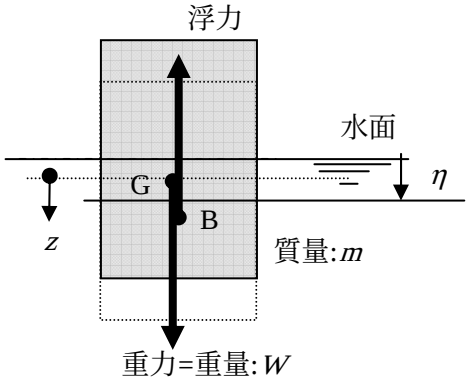
すなわち，浮体の質量 m は $\rho A_w d$ と表され，これが浮体の排水量（排除する水の質量= Δ）になり，$A_w d$ が排水容積(= ∇)である。

ここで，浮体が z だけ沈下した場合を想定すると，浮体の喫水は z 増加するので，浮力は

$$F = \rho g A_w (d + z) \tag{1.2}$$

となり，浮力の増分は $\rho g A_w z$ になる。したがって，この浮体に Δm の荷物(質量)を搭載した場合，喫水の増加は次式で表され，この増加は水の密度と水線面積 A_w の値だけで決まる。

$$\Delta W = \Delta m g = \rho g A_w z$$
$$z = \frac{\Delta m}{\rho A_w} \tag{1.3}$$



２）入力に対する応答

浮体が z 降下し，かつ水面が η 下がったと状態を考えると，排水容積は $A_w(d + z - \eta)$ と浮力は次式となる。

$$F = \rho g A_w \cdot (d + z - \eta) \tag{1.4}$$

したがって，浮体の運動方程式は次式で書き表される。

$$m\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) = W - F = \rho g A_w - \rho g A_w \cdot (d + z - \eta)$$

すなわち，

$$m\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) + \rho g A_w \cdot z = \rho g A_w \cdot \eta \tag{1.5}$$

ここで，t=0 で水面が急激に a_0 下がった場合について解いてみよう。上記の (1.5)式を Laplace 変換すると，

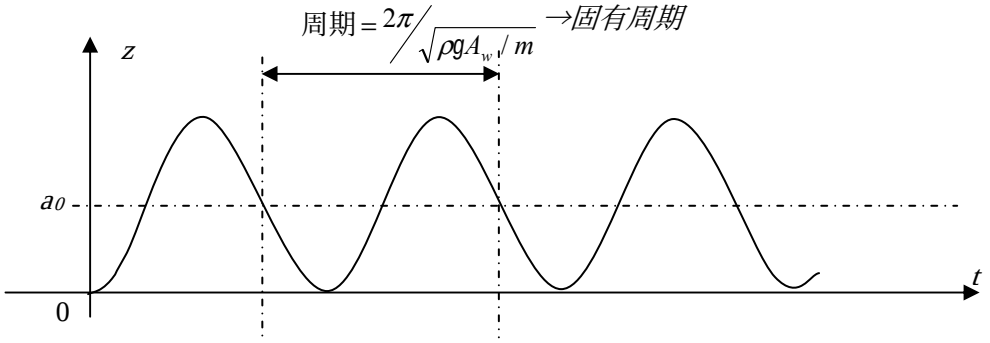
$$ms^2 \mathcal{L}z + \rho g A_w \mathcal{L}z = \rho g A_w \mathcal{L}\eta$$

すなわち，

$$\left(ms^2 + \rho g A_w\right)\mathcal{L}z = \rho g A_w \left(\frac{a_0}{s}\right)$$

これより，$\mathcal{L}z = \dfrac{\rho g A_w a_0}{s(ms^2 + \rho g A_w)} = a_0\left(\dfrac{1}{s} - \dfrac{s}{s^2 + \left(\sqrt{\rho g A_w / m}\right)^2}\right)$ (1.6)

これを逆変換すると，$z = a_0\left(1 - \cos\left(\sqrt{\dfrac{\rho g A_w}{m}}\, t\right)\right)$ となり，浮体の時々刻々の運動が求まる。



３）周波数応答

ここで，伝達関数にη=sinωt という正弦波が入力された場合の応答を考えてみよう。ただし，伝達関数にはブイの運動ではなく，以下の簡単な $G(s)=\left(\dfrac{1}{Ts+1}\right)$ を考える。これを微分方程式で表すと次式となる。

$$T\left(\frac{dz}{dt}\right) + z = \eta \tag{1.7}$$

３－１）微分方程式を直接解法して周波数応答を求める方法

このモデルにη=sinωt という正弦波が入力された場合，入力のラプラス変換は $\dfrac{\omega}{s^2 + \omega^2}$ であるから，この入力に対する応答をラプラス変換で表すと，

$$\mathcal{L}z = \left(\frac{1}{Ts+1}\right)\left(\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}\right) \tag{1.8}$$

これを部分分数にすると，

$$\mathcal{L}z = \left(\frac{\omega}{T^2\omega^2+1}\right)\left\{\frac{T^2}{Ts+1} - \frac{Ts-1}{s^2+\omega^2}\right\}$$
$$= \left(\frac{\omega}{T^2\omega^2+1}\right)\left\{\frac{T}{s+1/T} - \frac{Ts}{s^2+\omega^2} + \left(\frac{1}{\omega}\right)\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right\} \tag{1.9}$$

なんとならば,

$$\left(\frac{1}{Ts+1}\right)\left(\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\right) = \frac{a}{Ts+1} + \frac{bs+c}{s^2+\omega^2}$$
$$= \frac{a\left(s^2+\omega^2\right)+(bs+c)(Ts+1)}{(Ts+1)\left(s^2+\omega^2\right)}$$
$$= \frac{a\left(s^2+\omega^2\right)+(bs+c)(Ts+1)}{(Ts+1)\left(s^2+\omega^2\right)}$$
$$= \frac{(a+Tb)s^2+(b+cT)s+\left(a\omega^2+c\right)}{(Ts+1)\left(s^2+\omega^2\right)}$$

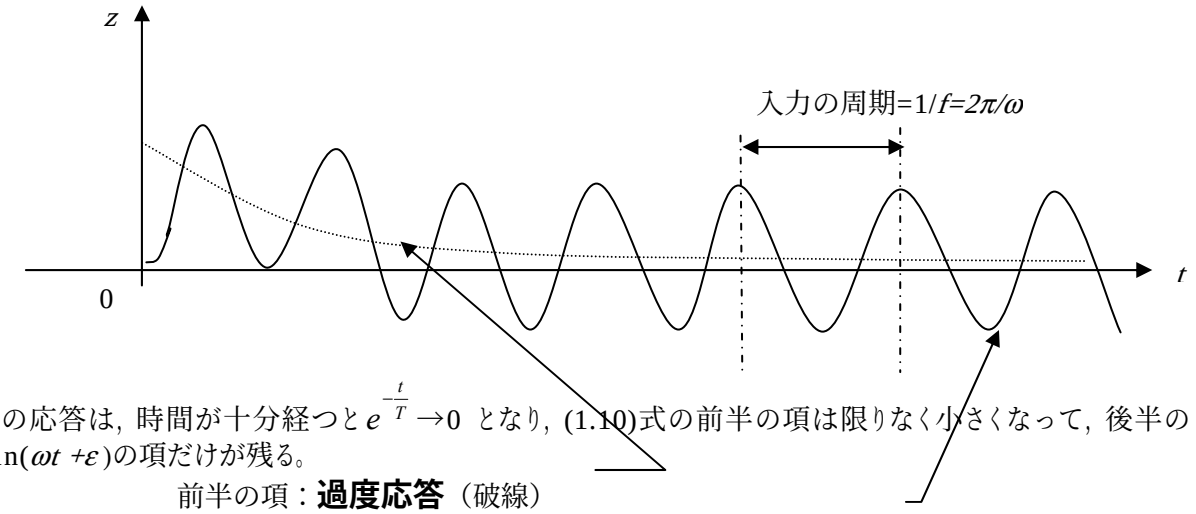
これより, $a = \dfrac{\omega T^2}{T^2\omega^2+1}$, $b = \dfrac{-\omega T}{T^2\omega^2+1}$, $c = \dfrac{\omega}{T^2\omega^2+1}$

上式を Laplace 逆変換すると

$$z(t) = \frac{\omega}{T^2\omega^2+1}\left\{Te^{-\left(\frac{1}{T}\right)t} + \left(\frac{1}{\omega}\right)\sin\omega t - T\cos\omega t\right\}$$
$$= \frac{T\omega}{T^2\omega^2+1}e^{-\left(\frac{1}{T}\right)t} + \frac{1}{T^2\omega^2+1}\left(\sin\omega t - T\omega\cos\omega t\right) \tag{1.10}$$
$$= \frac{T\omega}{T^2\omega^2+1}e^{-\left(\frac{1}{T}\right)t} + \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2+1}}\sin\left(\omega t+\varepsilon\right)$$

ただし, $\varepsilon = \tan^{-1}\left(-T\omega\right) = -\tan^{-1}\left(T\omega\right)$

これが, 周期的に変動する入力の場合の時々刻々の応答である。その時間的な変化は次のようになる。

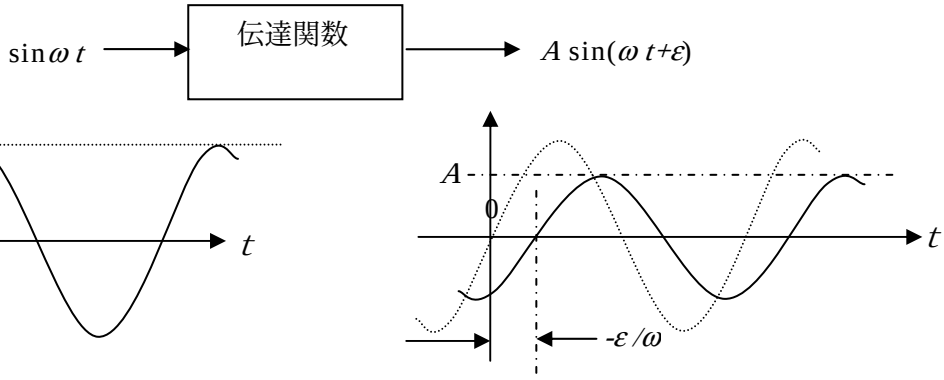


この応答は, 時間が十分経つと $e^{-\frac{t}{T}} \to 0$ となり, (1.10)式の前半の項は限りなく小さくなって, 後半の $\sin(\omega t+\varepsilon)$ の項だけが残る。

前半の項：**過度応答**（破線）

後半の項：**定常応答**（過度応答が無くなった状態の応答）

周波数応答とは正弦波入力に対する要素の応答であるが，上記の**定常応答**を指している。



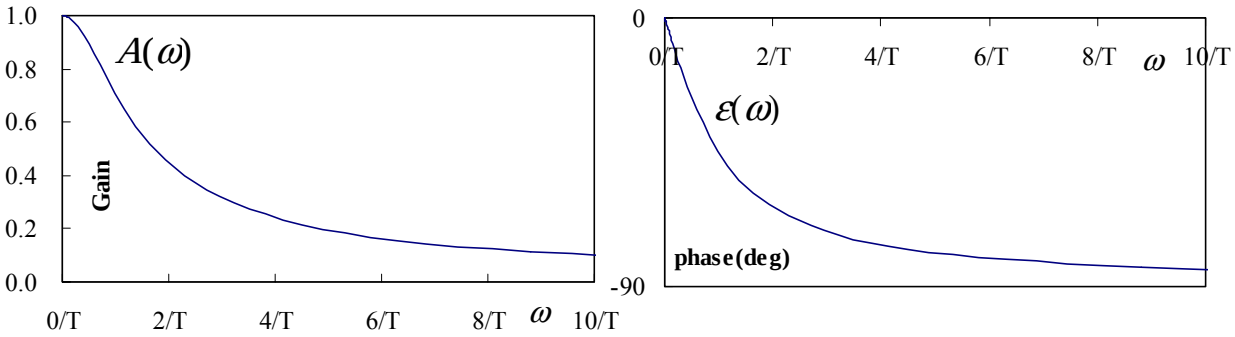
振幅応答（gain） $= A$

位相ずれ（phase）$= \varepsilon$ *（たいていは遅れでマイナス）*

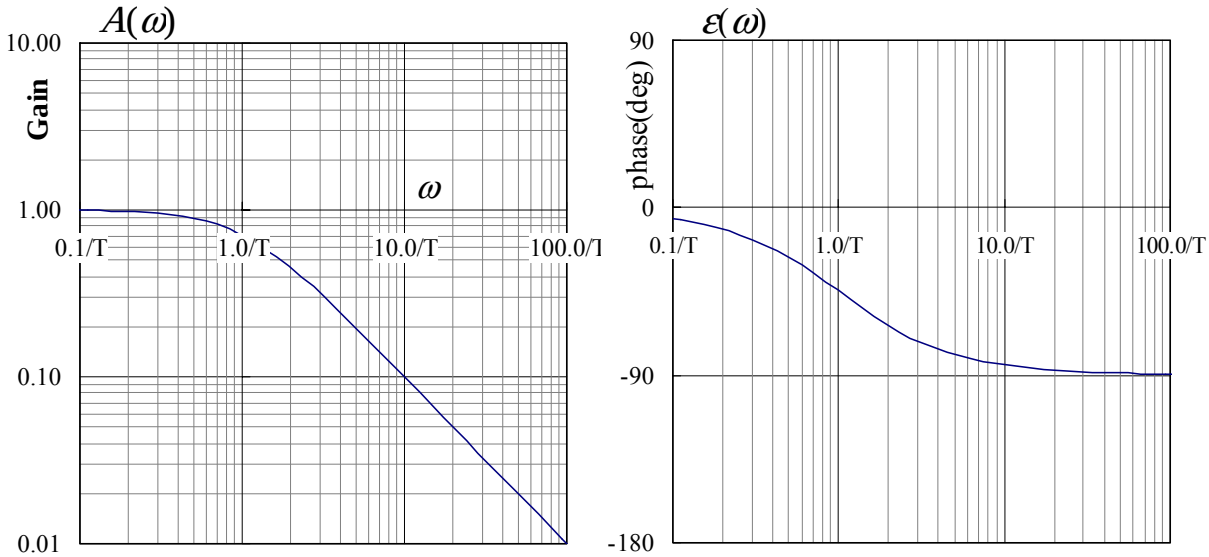
これらは何れも ω（周波数）の関数となる。

したがって，伝達関数 $\left(\dfrac{1}{Ts+1}\right)$ の周波数応答は(1.10)式から，次式となる。

$$\left.\begin{array}{ll} \text{振幅応答（gain）} & A(\omega)=\dfrac{1}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} \\ \text{位相ずれ（phase）} & \varepsilon(\omega)=-\tan^{-1}(T\omega) \end{array}\right\} \qquad (1.11)$$



この周波数応答図は，横軸の周波数と振幅応答の大きさを対数スケールで表現することが多く，下図のようになる。



①ω<<1/Tでは振幅はほぼ 1.0 で，位相の遅れがほとんどない。

②ω=1/T付近を境に振幅が変化し，位相の遅れ 45 ° となる。この周波数を固有周波数にという。

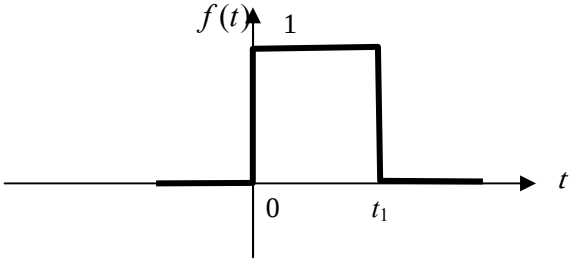
③ω>>1/Tでは位相が-90 ° となり，振幅も減衰し，10 倍のωに対して 1/10 となる。

３－２）フーリエ変換によって求める方法

周波数の応答であるから，入力ηと出力zをそれぞれフーリエ変換し，それぞれの周波数に対して応答を求めるのが正統な方法といえる。

今，(1.7)式の入力ηとして次式を与える。

$$\eta(t)=\begin{cases} 0, & (-\infty<t<0) \\ +1, & (0<t<t_1) \\ 0, & (t_1<t<\infty) \end{cases} \qquad (1.12)$$



この入力に対する応答はラプラス変換などによって次式のように得られる。（各自計算してみよう）

$$z(t)=\begin{cases} 0 & (-\infty<t<0) \\ \left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right) & (0<t<t_1) \\ \left(e^{\frac{t_1}{T}}-1\right)e^{-\frac{t}{T}} & (t_1<t<\infty) \end{cases} \qquad (1.13)$$

入力ηと出力zをそれぞれフーリエ変換し，$H(\omega), Z(\omega)$すると，

$$\begin{aligned} H(\omega)&=\int_0^{t_1}1\cdot e^{-i\omega t}dt \quad =\left[-\frac{1}{i\omega}e^{-i\omega t}\right]_0^{t_1} \\ &=\left(-\frac{1}{i\omega}\right)\left(e^{-i\omega t_1}-1\right) \end{aligned} \qquad (1.14)$$

$$\begin{aligned} Z(\omega)&=\int_0^{t_1}\left(1-e^{-\frac{t}{T}}\right)\cdot e^{-i\omega t}dt+\int_{t_1}^{\infty}\left(e^{\frac{t_1}{T}}-1\right)e^{-\frac{t}{T}}\cdot e^{-i\omega t}dt \\ &=\int_0^{t_1}1\cdot e^{-i\omega t}dt-\int_0^{t_1}e^{-\frac{t}{T}}\cdot e^{-i\omega t}dt+\left(e^{\frac{t_1}{T}}-1\right)\int_{t_1}^{\infty}e^{-\frac{t}{T}}\cdot e^{-i\omega t}dt \\ &=\int_0^{t_1}e^{-i\omega t}dt-\int_0^{t_1}e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}dt+\left(e^{\frac{t_1}{T}}-1\right)\int_{t_1}^{\infty}e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}dt \\ &=\int_0^{t_1}e^{-i\omega t}dt+e^{\frac{t_1}{T}}\int_{t_1}^{\infty}e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}dt-\int_0^{\infty}e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}dt \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&= \left[-\frac{1}{i\omega} e^{-i\omega t} \right]_0^{t_1} + e^{\frac{t_1}{T}} \left[-\frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t} \right]_{t_1}^{\infty} - \left[-\frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t} \right]_0^{\infty} \\
&= \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) + e^{\frac{t_1}{T}} \frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t_1} - \frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} \\
&= \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) + \frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} e^{-i\omega t_1} - \frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} \\
&= \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) + \frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} \left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) \\
&= \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) + \left(\frac{1}{i\omega} \right)\left(\frac{1}{\frac{1}{Ti\omega}+1} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right) \\
&= \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right)\left(1 - \frac{Tj\omega}{1+Ti\omega} \right) = \left(-\frac{1}{i\omega} \right)\left(e^{-i\omega t_1} - 1 \right)\left(\frac{1}{1+Ti\omega} \right)
\end{aligned}
\tag{1.15}
$$

したがって, 周波数応答関数は, 出力÷入力であるから,

$$
G(\omega) = \frac{Z(\omega)}{H(\omega)} = \frac{1}{1+Ti\omega} \tag{1.16}
$$

＜分母が複素数になると実数と虚数に分けられないので分子分母に共役複素数を乗じる＞

$$
= \frac{(1-iT\omega)}{(1+iT\omega)(1-iT\omega)}
$$

$$
= \frac{(1-iT\omega)}{1+(T\omega)^2} = \frac{1}{1+(T\omega)^2} - i\frac{T\omega}{1+(T\omega)^2}
$$

よって,

$$
\mathrm{Re}(\omega) = \frac{1}{1+(T\omega)^2}, \quad \mathrm{Im}(\omega) = -\frac{T\omega}{1+(T\omega)^2}
$$

これより,

$$
\left.
\begin{aligned}
A(\omega) &= \sqrt{\mathrm{Re}^2 + \mathrm{Im}^2} = \frac{1}{\sqrt{T^2\omega^2+1}} \\
\varepsilon(\omega) &= \tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}} \right) = -\tan^{-1}(T\omega)
\end{aligned}
\right\} \tag{1.17}
$$

これらは(1.11)式と全く同じになる。

3－3) ラプラス変換された伝達関数から簡単に求める方法

この周波数応答はもっと簡単な方法で求めることもできる。それは,
伝達関数の入力η にデルタ関数を適用することである。この関数は衝撃関数(impulse)と呼ばれ, ラプラス変換およびフーリエ変換したものも 1 になる。

(1.7)式のインパルスの応答は伝達関数そのものであるから（水産海洋工学テキスト参照）,

$$\mathcal{L}z = \left(\frac{1}{Ts+1}\right) \tag{1.18}$$

これを逆変換すると,

$$z(t) = \frac{1}{T}e^{-\frac{1}{T}t}$$

このインパルス応答をフーリエ変換すると,

$$\begin{aligned} Z(\omega) &= \frac{1}{T}\int_0^\infty e^{-\frac{1}{T}t}\cdot e^{-i\omega t}dt = \frac{1}{T}\int_0^\infty e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}\cdot dt \\ &= \frac{1}{T}\left[-\frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)}e^{-\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)t}\right]_0^\infty \\ &= \frac{1}{T}\frac{1}{\left(\frac{1}{T}+i\omega\right)} = \frac{1}{1+Ti\omega} \end{aligned} \tag{1.19}$$

この場合の入力のフーリエ変換は 1 であったから, (1.19)式が周波数応答関数そのものになる。すなわち, (1.7)式を伝達関数の形にしておいて, s=$i\omega$とするだけで周波数応答関数になる。つまり, ラプラス変換された伝達関数をフーリエ変換に変えるには s=$i\omega$とするだけで(1.16)式となり, (1.17)式が導けることを意味している。

$$G(\omega) = \left[\frac{K}{1+Ts}\right]_{s=i\omega} = \frac{K}{1+Ti\omega} \tag{1.20}$$

なお, デルタ関数について, これをフーリエ変換したものが 1 という意味は, ωの値関わらず(1+i0)と言うことであり, あらゆる周波数成分の振幅関数が 1 で, 位相関数が 0 であることを意味する。この周波数特性（スペクトルの特性）を白色(ホワイト)と呼んでいる。

３－４）浮体（ブイ）の周波数特性

加速度や速度の抵抗を含めた場合の運動方程式は，(1.5)式に抵抗を加えると次式となる。ただし，a: 加速抵抗係数，b: 速度抵抗係数である。

$$(m+a)\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)+b\left(\frac{dz}{dt}\right)+\rho gA_w\cdot z=\rho gA_w\cdot\eta$$

これより，入力（水面）に対する出力（浮体の運動）の伝達関数は，

$$G(s)=\frac{\mathcal{L}z}{\mathcal{L}\eta}=\frac{\rho gA_w}{(m+a)s^2+bs+\rho gA_w}\equiv\frac{1}{T^2s^2+2T\zeta s+1} \tag{1.21}$$

ここで s =$i\omega$とすると

$$G(\omega)=\frac{1}{T^2(i\omega)^2+2T\zeta(i\omega)+1}=\frac{1}{(1-T^2\omega^2)+i2T\zeta\omega}$$

$$=\frac{\{(1-T^2\omega^2)-i2T\zeta\omega\}}{\{(1-T^2\omega^2)+j2T\zeta\omega\}\{(1-T^2\omega^2)-i2T\zeta\omega\}}$$

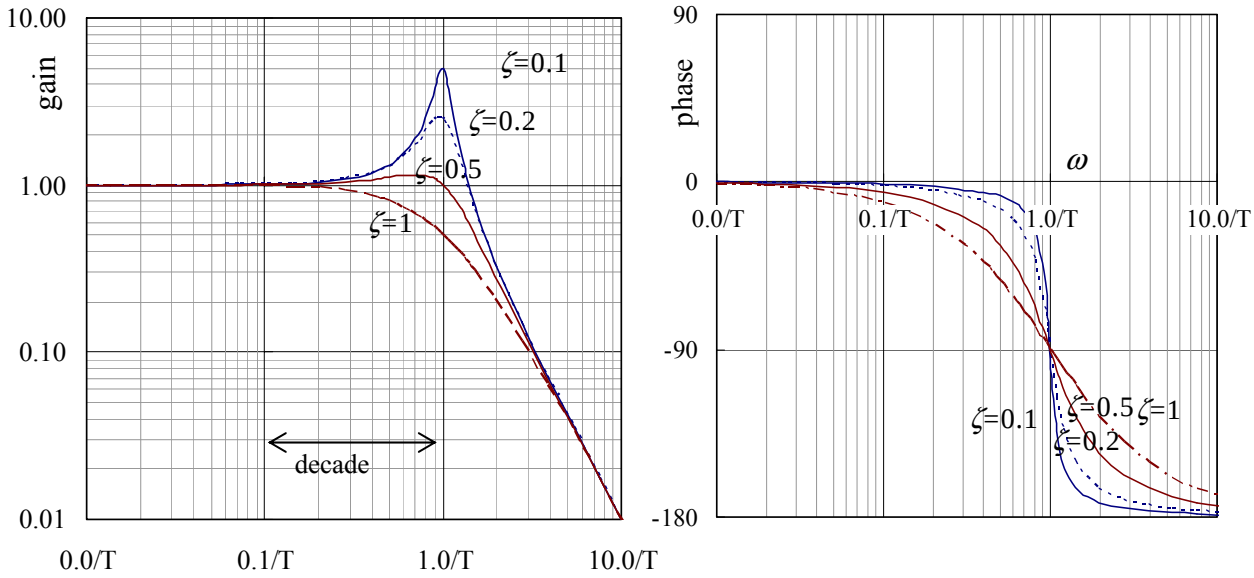
＜分母が複素数になると実数と虚数に分けられないので分子分母に共役複素数を乗じる＞

$$=\frac{(1-T^2\omega^2)-i2T\zeta\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}=\frac{1-T^2\omega^2}{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}-i\frac{2T\zeta\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}$$

したがって，$\mathrm{Re}(\omega)=\dfrac{1-T^2\omega^2}{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}$，　$\mathrm{Im}(\omega)=-\dfrac{2T\zeta\omega}{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}$

これよりブイ上下運動の周波数応答関数は次式となる。

$$\left.\begin{aligned}A(\omega)&=\sqrt{\mathrm{Re}^2+\mathrm{Im}^2}=\frac{1}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2+(2T\zeta\omega)^2}}\\ \varepsilon(\omega)&=\tan^{-1}\left(\frac{\mathrm{Im}}{\mathrm{Re}}\right)=-\tan^{-1}\left(\frac{2T\zeta\omega}{1-T^2\omega^2}\right)\end{aligned}\right\} \tag{1.22}$$



①$\omega<1/T$では振幅はほぼ 1.0 で，位相のずれはほとんどない。
②$\omega=1/T$では位相のずれが 90 ° となる。この周波数を固有周波数という。
③この付近では位相が急激に変化する他，振幅も抵抗係数ζの大きさによって大幅に変化する。
④$\omega>1/T$では位相が 180 ° となり，振幅も大幅に減衰し，10 倍のωに対して 1/100 となる。

３．実験の実施と計測方法

前述の浮体の上下運動の特性と周波数応答の考え方を把握し，波の中の浮体の上下運動を計測することによってその周波数特性を明らかにし，浮体に働く加速抵抗係数，速度抵抗係数の推定を試みる。

(1)　浮体模型

浮体模型は，長さ 0.4m×幅 0.1m×喫水 0.125m の直方体である。質量 m は 5kg。

(2)　実験装置

大型水利実験水槽（長水槽）で波を発生し，時々刻々の波高と浮体の上下運動を計測するため，以下の装置を用いる。

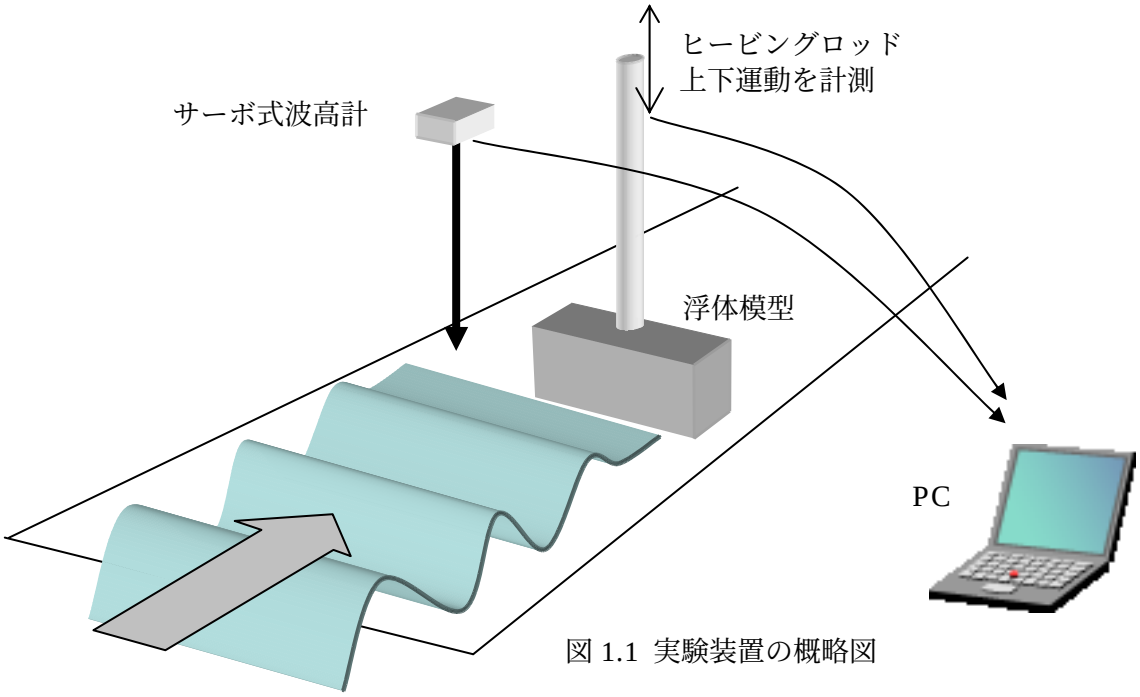


図 1.1　実験装置の概略図

① サーボ式波高系：針先がわずかに水面に接触するよう自動制御して時々刻々変化する水面位置の上下を精密に計測して波高を計測する装置。
② ヒービングロッド：浮体の上下運動を電気的に正確に計測する。また，浮体が波に流れないよう支える役割をする。
③ PC：上記①，②の電気信号を数値に変換する。

(3)　実験方法

実験は2つのグループに分けて行う。各グループにおいて，2名ずつペアとなって，1名が造波スイッチを操作し，もう1名が水槽の電車上で波高と浮体の運動を PC で計測する。

①造波の方法：本学の造波装置は旧式（規則波を作り出すスコチョーク型）で，任意の波形ではなく，規則波（単一の周波数）の発生となるが，造波時間を短くすることによって，インパルスのような波（多くの周波数が混在した波）にすることができる。長い時間造波すると，フーリエ変換が大変になり，また，単一の周波数成分に偏ってしまうので，周波数応答解析が上手くできなくなる。
教員 TA の指導に従って造波板をモータで動かすこと。

②計測の方法：水槽の電車上で計測する。波がおさまっていることを確認してから計測を開始し，直ちに造波開始を合図する。
PC に取り込むサンプリング時間間隔は 0.05 秒（20Hz），計測時間は実験開始から 50 秒とし，計測が完了したら，計測データを Excel ファイルに出力する。

４．解析方法

解析は，各ペアで造波を担当した者が，波形の解析を行い，計測した者が浮体の上下運動を解析する。これら二つの解析をもとに，浮体の上下運動の周波数解析をそれぞれが個別に行いレポートを作成する。

1） 収録データの物理量への変換

計測されたデータは全て単位が電圧[volt]になっているので，これを以下の方法で物理量に変換する。ただし，波高と上下運動は別の計測器で計測しているので，それぞれに対応する変換数値を用いる。

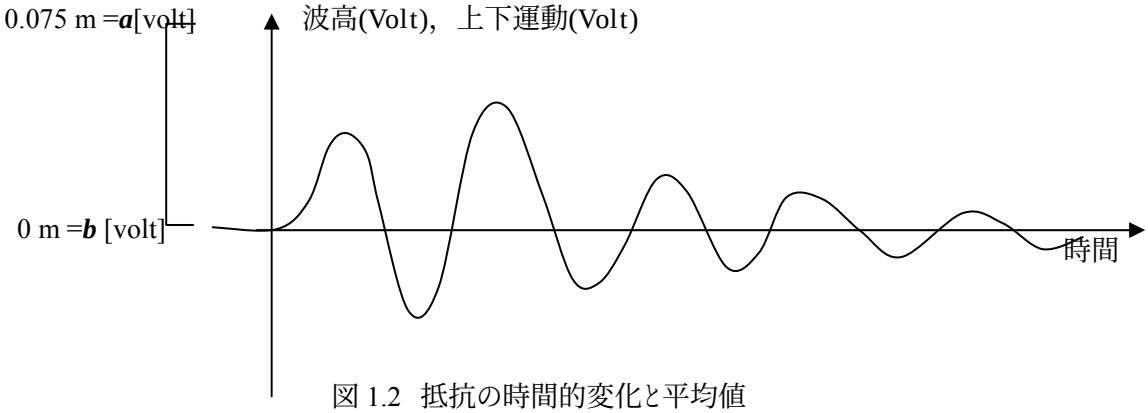


図 1.2　抵抗の時間的変化と平均値

例えば，波高のデータに対しては，0m が b [volt]　0.075m が a [volt]であった時，以下のように物理量に変換する。

$$\eta(t)=\frac{0.075-0}{a-b}\quad[m] \tag{1.23}$$

物理量に変換された実験データは以下のように，横軸を時間，縦軸を波高[m]，浮体の上下運動[m]としてグラフに表示する。この作図には，Excel の標準の作図ツールを使用する。ただし，作図に際しては，目盛りの大きさ，目盛り数値の桁数を最適にして見易くする。不要な小数点以下の桁数は削除する。

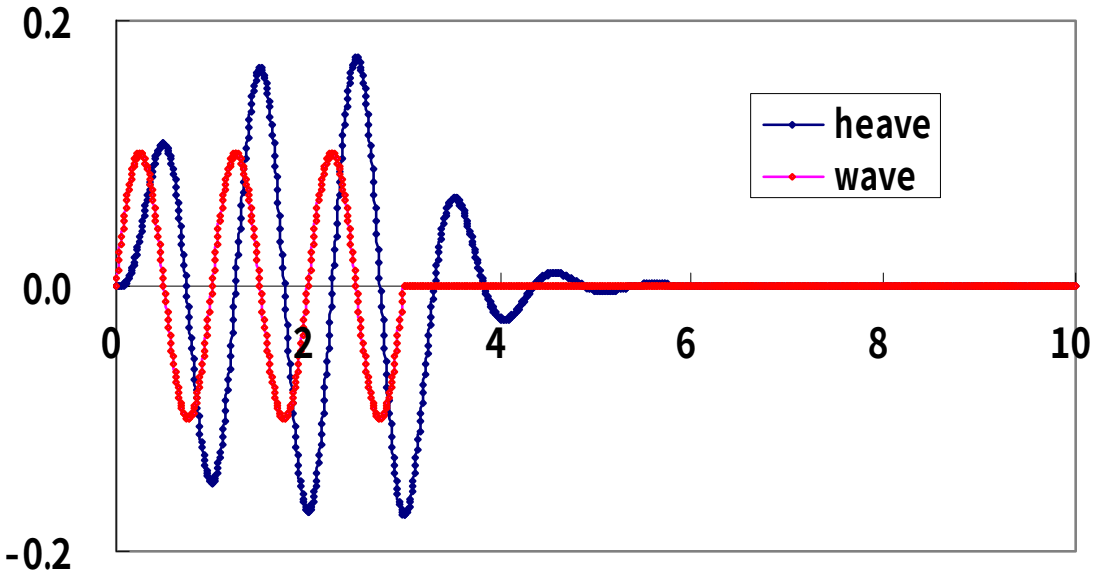


図 1.3　計測されたデータの表示例

2) 計測データのフーリエ変換

物理量に変換されたデータは, 一定時間間隔(0.05秒)でサンプルされた数値(時系列データ)になっており, これをフーリエ変換する。ただし, コンピュータ計算では虚数(i) は存在しないので, $e^{-i\omega} = \cos\omega t - i\sin\omega t$ として以下のように, 実数部と虚数部に分けて計算する。

$$\begin{aligned} F(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}\,at = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)(\cos\omega t - i\sin\omega t)dt \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos\omega t dt - i\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\sin\omega t dt \\ &= A(\omega) - iB(\omega) \end{aligned} \tag{1.24}$$

ただし,

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\cos\omega t dt$$

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\sin\omega t dt$$

なお, 今回の実験では, 実験開始以前は波高, 浮体ともに静止状態であるから, $t < 0$ では双方共に零である。また, 実験は短時間であるから, 波高や浮体の上下運動は計測中にほぼ零に戻るから, 計測時間を t_e とすると, 上式の積分区間は大幅に縮小でき, 以下のようになる。

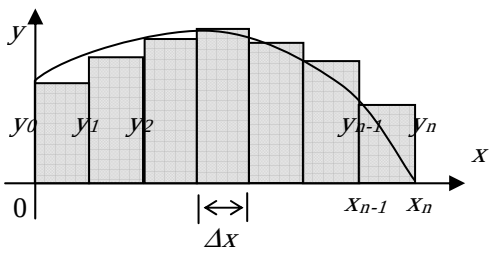
$$\begin{aligned} A(\omega) &= \int_0^{t_e} f(t)\cos\omega t dt \\ B(\omega) &= \int_0^{t_e} f(t)\sin\omega t dt \end{aligned} \tag{1.25}$$

また, 積分は近似的に, 以下のように区分求積法によって計算する。ただし, $t_e = n(\Delta t)$

$$\begin{aligned} A(\omega) &= \int_0^{t_e} f(t)\cos\omega t dt \cong \Delta t \cdot \sum_{j=1}^{n} f_j \cos\omega(j\Delta t) \\ B(\omega) &= \int_0^{t_e} f(t)\sin\omega t dt \cong \Delta t \cdot \sum_{j=1}^{n} f_j \sin\omega(j\Delta t) \end{aligned} \tag{1.26}$$

区分求積法による近似積分

任意の図形は, 縦または横のいずれか一方が非常に小さい微小面積をもつ微小長方形の集合と考えられる。そこでまず各微小長方形の面積をそれぞれ計算し, 次にそれらを全部加算すれば図形の面積が求められる。x_i におけるyの値を y_i とすると, i番目の微少長方形の面積は, $A_i = y_i\Delta x$ であるから面積の近似解は次式で表される。



$$A = \int_0^{x_0} ydx \cong \Delta x \cdot \sum_{i=0}^{n-1} y_i \cong \Delta x \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i$$

この場合, Δx を限りなく小さくすれば, 真の値に近づくことになる。

フーリエ変換する ω は任意に選んで良いが，今回の実験では，以下の 14 個の ω について計算する。

ω(rad/s)=0.5, 1.0, 20., 3.0, 4.5, 6.0, 7.0, 9.0, 10, 12, 14, 16, 18, 20

＜解析シートの例＞

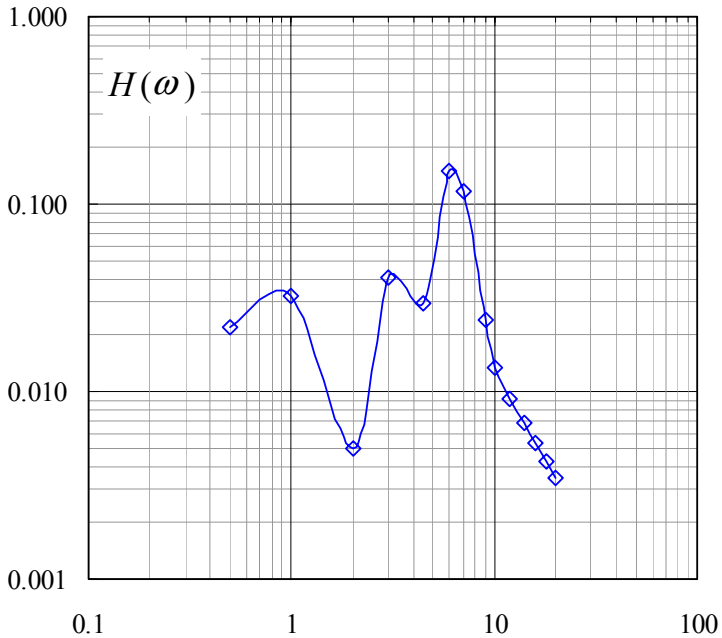
フーリエ変換

		ω	0.5	0.5	1	1	2	2		20	20
計測データ			cos	sin	cos	sin	cos	sin		cos	cos
dt=	0.02		$H(\omega)$	0.021807	$H(\omega)$	0.032535	$H(\omega)$	0.004993		$H(\omega)$	0.003486
			A	B	A	B	A	B		A	B
t	η(t)		0.014864	-0.015956	0.0324531	-0.0023	0.000705	0.004943		-0.00344	-0.00054
0	0		0	0	0	0	0	0		0	0
0.02	0.012533		0.012533	0.0001253	0.0125308	0.000251	0.012523	0.000501		0.011544	0.004881
0.04	0.024869		0.024864	0.0004973	0.0248491	0.000994	0.024789	0.001987		0.017326	0.01784
0.06	0.036812		0.036796	0.0011042	0.0367462	0.002207	0.036548	0.004407		0.013339	0.034311
0.08	0.048175		0.048137	0.0019265	0.0480213	0.00385	0.04756	0.007675		-0.00141	0.048155
0.1	0.058779		0.058705	0.0029377	0.0584849	0.005868	0.057607	0.011677		-0.02446	0.053447
0.12	0.068455		0.068332	0.0041048	0.0679624	0.008195	0.066493	0.016272		-0.05048	0.046239
0.14	0.077051		0.076863	0.0053892	0.0762975	0.010752	0.074051	0.021294	・・・	-0.0726	0.025811
0.16	0.084433		0.084163	0.0067474	0.0833544	0.013452	0.080147	0.02656		-0.08429	-0.00493
0.18	0.090483		0.090116	0.0081325	0.0890208	0.016199	0.084682	0.031875		-0.08114	-0.04004
0.2	0.095106		0.094631	0.0094947	0.0932099	0.018895	0.087598	0.037036		-0.06217	-0.07198
0.22	0.098229		0.097635	0.0107834	0.0958612	0.021436	0.088873	0.041839		-0.03019	-0.09347
0.24	0.099803		0.099085	0.0119476	0.0969421	0.023723	0.088524	0.046087		0.008733	-0.09942
0.26	0.099803		0.098961	0.0129378	0.0964483	0.025657	0.086611	0.04959		0.046759	-0.08817
0.28	0.098229		0.097268	0.0137071	0.0944033	0.027146	0.083225	0.052178		0.076183	-0.06201
0.3	0.095106		0.094038	0.0142124	0.0908579	0.028106	0.078494	0.053701		0.091318	-0.02657
0.32	0.090483		0.089327	0.0144155	0.0858894	0.028463	0.072576	0.054036		0.089866	0.010546
0.34	0.084433		0.083216	0.0142845	0.0795994	0.028157	0.065653	0.053091		0.073406	0.041719
0.36	0.077051		0.075806	0.0137945	0.0721121	0.027143	0.057928	0.050806		0.046874	0.061153
0.38	0.068455		0.067223	0.0129283	0.0635715	0.025391	0.049618	0.04716		0.0172	0.066259
0.4	0.058779		0.057607	0.0116775	0.0541386	0.022889	0.040951	0.042165		-0.00855	0.058153
0.42	0.048175		0.047117	0.0100426	0.0439884	0.019644	0.032155	0.035873		-0.02502	0.041171
					・						
					・						
					・						
19.94	0		0	0	0	0	0	0		0	0
19.96	0		0	0	0	0	0	0		0	0
19.98	0		0	0	0	0	0	0		0	0
20	0		0	0	0	0	0	0		0	0

＜作図の例＞

上記で解析した $A(\omega)$, $B(\omega)$ から，振幅関数を $H(\omega)=\sqrt{A(\omega)^2+B(\omega)^2}$ で計算し，横軸を ω に対してグラフ表示する。ただし，下図のような両対数グラフとする。

ω	$H(\omega)$
0.5	0.0218
1	0.0325
2	0.0050
3	0.0403
4.5	0.0294
6	0.1489
7	0.1161
9	0.0244
10	0.0135
12	0.0091
14	0.0068
16	0.0053
18	0.0043
20	0.0035



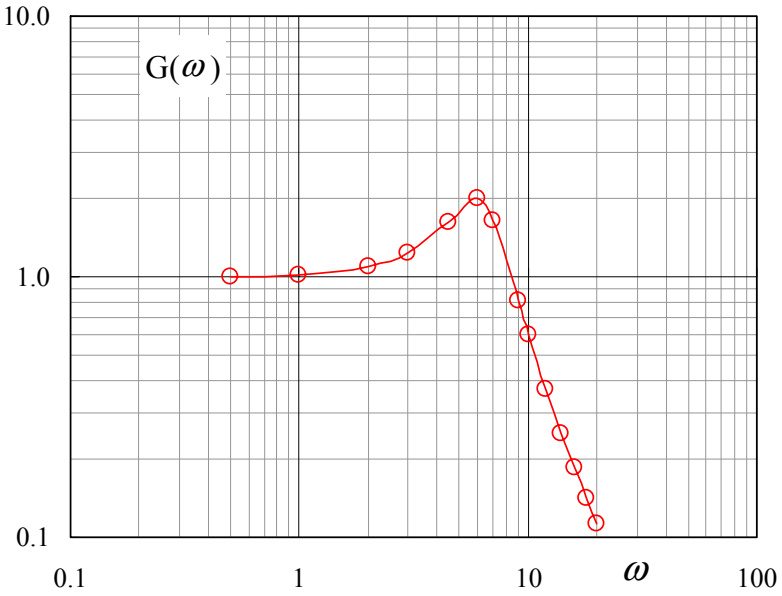
3） 周波数応答解析

波高データ，浮体の上下運動共に同じ ω についてフーリエ変換し，波高に対する浮体の上下運動の周波数応答関数（振幅のみ）を計算する。（もちろん，位相の解析もできるが，今回は省略する。）

$$G(\omega)=\frac{Z(\omega)}{H(\omega)} \tag{1.27}$$

＜応答関数の解析例＞

ω	$H(\omega)$	$Z(\omega)$	$G(\omega)$
0.5	0.0218	0.0219	1.005
1	0.0325	0.0332	1.022
2	0.0050	0.0054	1.092
3	0.0403	0.0494	1.226
4.5	0.0294	0.0473	1.609
6	0.1489	0.2955	1.985
7	0.1161	0.1907	1.642
9	0.0244	0.0197	0.809
10	0.0135	0.0081	0.598
12	0.0091	0.0033	0.368
14	0.0068	0.0017	0.252
16	0.0053	0.0010	0.184
18	0.0043	0.0006	0.142
20	0.0035	0.0004	0.112



5．考察

上記の解析結果から，振幅がピークになる周波数 ω が F2(1)-8 頁の図から $\frac{1}{T}$ に相当し，かつピークの大きさは(1.20)式から，

$$G(\omega=\frac{1}{T})=\frac{1}{2\zeta} \tag{1.28}$$

となるので，ζ の大きさも求めることができる。（上記の解析結果では，$\frac{1}{T}=6$，$\xi=0.25$ となる）

ここで T と ζ は，8 頁の(1.19)式から，

$$\left.\begin{aligned} T&=\sqrt{\frac{m+a}{\rho g A_w}} \\ \xi&=\frac{b}{2}\sqrt{\frac{1}{\rho g A_w (m+a)}} \end{aligned}\right\} \tag{1.29}$$

であったから，この浮体に作用した加速抵抗係数(付加質量)a と抵抗係数 b が次式で求まる。すなわち，

$$\left.\begin{aligned} a&=T^2\rho g A_w - m=\left(\frac{1}{6}\right)^2\times 1000\times 9.8\times(0.4\times 0.1)-5.0=5.89 \\ b&=2\zeta\times\sqrt{\rho g A_w (m+a)}=2\times 0.25\times\sqrt{1000\times 9.8\times(0.4\times 0.1)\times(5.0+5.89)}=32.7 \end{aligned}\right\} \tag{1.30}$$

これらの解析結果を踏まえて，これらの抵抗係数がどのような特徴をもっているかについて考察を行う。

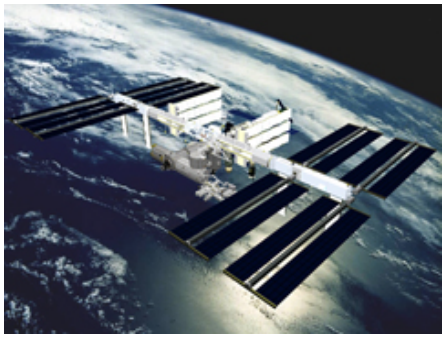
実験Ⅲ　課題Ｆ－２(2)　抵抗の少ない船型の製作

１．実験概要

船が水上を航走する場合，船体には船の速度（船速）に応じて抵抗が発生する。この抵抗が大きいとプロペラ推進器の推力も大きくする必要があり，エンジン（主機）馬力が大きくなって，より多くの燃料が必要になる。逆に，船体抵抗が少ないと燃費が良く，経済性に優れる他，エンジンの CO_2 排出量も少なくなり環境保全にも役立つ。

１）形状と流体抵抗の性質

宇宙のような真空中を移動する人工衛星や宇宙ステーション（図 1.1）では，物体に働く抵抗（物体の移動を止めようとする力）はほとんど無く，その形状は構造的な要件で決まり，制約をほとんど受けない。音速の数十倍で飛行する人工衛星がキャシャな太陽電池パネルを大きく広げられるのも，こうした理由による。しかし，大気圏の中では空気，あるいは海の中では水という流体が存在し，これが物体に大きな力を与えることになる。



制限資料

図 1.1　国際宇宙ステーション（宇宙航空研究開発機構(JAXA)より）

流体が物体に働く力は，流体の密度（単位体積あたりの質量）・物体の面積，物体の移動速度の2乗に比例する他，その形状に大きく依存することが知られている。水の密度は空気の約 800 倍もあるので，形状が同じなら 800 倍の力を受けることになり，その分，物体の速度が遅くなる。ちなみに，時速 900km で飛行する旅客機が，もし水の中を潜水艦のように動けたとすると，その速度は $1/\sqrt{800}$ になり，およそ時速 32km（=16.4 ノット）といった普通の貨物船くらいの速さになる。したがって，海の中を行動する海洋生物はもちろん，水上を航行する船も，この力ができるだけ小さく（したがってエネルギーも少なく）なるよう形状が工夫されていると言える。

速く移動して獲物を捕獲する，あるいは捕獲から逃げる魚にとっては，図 1.3 に示すように，魚体の形状ができるだけ流線型（図 1.2 のように流体の流れに沿った形状で抵抗が少ない）であることが必要になる。

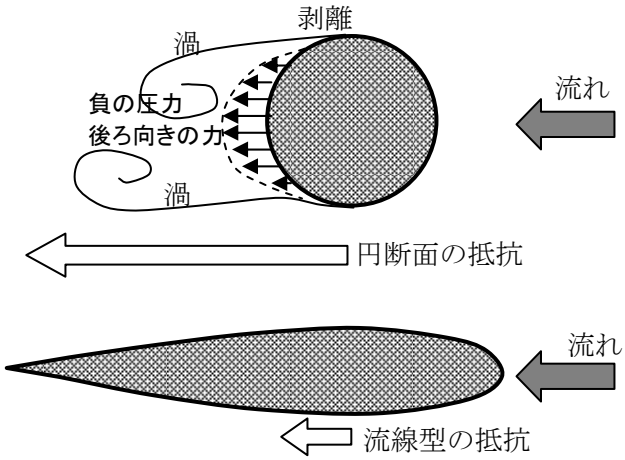


図 1.2　形状の違いによる抵抗

図 1.3　魚の形状

‡:このマークが付してある著作物は、第三者が有する著作物ですので、同著作物の再利用、
同著作物の二次的著作物の創作等については、著作権者より直接使用許諾を得る必要があります。

２)水上を航走する船の抵抗の詳細

流体(水)から受ける抵抗はまず次の摩擦抵抗と形状抵抗の2つに大別される。

①摩擦抵抗

物体が流体(水)中を走ると，その物体表面には水の粒子が付着しているから，摩擦抵抗が発生する。この抵抗は，流体(水)との接触面積(浸水表面積)に比例する他，相対流速および流体(水)の粘性に大きく依存する。同じ接触面積と相対流速でも，粘性が小さい流体では摩擦抵抗は小さく，粘性が大きくなるほど抵抗も大きくなる。

この摩擦抵抗：R_f は次式のように表現され，その抵抗係数：C_f は流体の動粘性係数：ν ニュー)と相対流速：V をパラメータとしたレイノルズ数：Re で表される。

$$R_f = C_f(R_e)\left(\frac{\rho}{2}\right)SV^2 \tag{2.1}$$

ただし，$R_e = \left(\frac{VL}{\nu}\right)$

S: 浸水表面積[m^2], V: 相対流速[m/s], ρ: 流体の密度(kg/m^3)

②形状抵抗

前頁の円柱周りの流れを観測すると，円柱の側面から流線が剥離し（はがれ）後方に大きな渦が発生している。この時，円柱の後方には大きな負の圧力が発生し，物体には大きな抵抗が発生する。これを形状抵抗と言う。

この抵抗は流体の密度（単位体積あたりの質量）・物体の正面投影面積（断面積），物体の移動速度の2乗に比例し，この抵抗係数を C_p と表記する。

$$R_p = C_p\left(\frac{\rho}{2}\right)S_pV^2 \tag{2.2}$$

ただし，S_p: 物体の正面投影面積[m^2]

ここで，船が海洋生物や航空機と異なる点は，水面上を航走することにある。物体が水面を航走すると多かれ少なかれ波が発生する。この波が大きければ大きい程，船が損失するエネルギーも大きい。その結果，波を造ることによる抵抗が発生する。すなわちこれを造波抵抗と呼ぶ。波の大きさは水の重力に依存するので，この場合のパラメータには重力加速度が入ることになる。

③造波抵抗

この造波抵抗：R_w は次式のように表現され，その抵抗係数：C_w は重力加速度：g と相対流速：V をパラメータとしたフルード：Fn で表される。

$$R_w = C_w(F_n)\left(\frac{\rho}{2}\right)SV^2 \tag{2.3}$$

ただし，$F_n = \frac{V}{\sqrt{Lg}}$

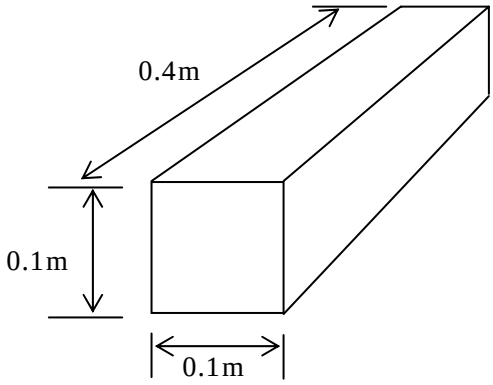
２．実験の方法

前述の抵抗の特徴を把握し，船体抵抗を小さくする船型を各自模索し，この模型船を製作する。ただし，船体抵抗の性質から浸水表面積を限りなく零に近づければ限りなく抵抗が下がるので所定の積み荷(質量 **0.8kg**)を乗せることを条件とする。

製作した船型は，続いて**実験３**で抵抗試験を行い，模型速度 0.8m/s（ﾌﾙｰﾄﾞ数=約 0.4）における抵抗値が最小にする競技を行う。ここで船体抵抗が最小となった学生を最優秀と評価する。

３．模型船製作方法

長さ 0.4m, 幅, 深さがそれぞれ 0.1m の直方体形状の発泡硬質ウレタンを切削し, 船体船を製作する。2名がペアとなり, 1隻の模型を製作する。その際の注意点を以下に記す。



① 工具の取扱い：模型を切削する刃物類に取り扱いを含め十分注意すること。
② 服装　　：切削に際して, ウレタンの粉塵がでるので, マスク･ゴーグルをすること。マスクとゴーグルは供与する。特に, コンタクトレンズを使用している人は粉塵が目に入らないよう注意すること。
服装は汚れても差し支えない作業服が望ましい。
③ 片づけ　　：多量の切削クズが出るので, 電気掃除機等できれいに室内を片づけること

(1) 模型船の形状

基本的に製作者の自由。ただし, 以下の点に留意する。

①表面形状をできる限り3次元的に滑らかに仕上げる。
表面の凸凹が大きいと摩擦抵抗･形状抵抗が大きくなる。造波抵抗は船の長さが長い程有利。

②発泡ウレタンの重量は小さいので, 積み荷 1kg を支えるための浮力を発生させる容積は少なくとも **$0.001\mathrm{m}^3$ (=40cm×10cm×2.5cm)程度**を確保する必要がある。
この容積を念頭に置いて形状を決めること。 一つの目安は喫水(水に浸かる深さ)を 5cm 程度とし, 容積がほぼ半分程度になるよう前後, 左右を削る。

(2) 積み荷 0.8kg の搭載

模型船ができる限り水平に浮かぶ位置（浮心）に積み荷を搭載する。ただし, 模型の上面に乗せるだけでは, 転覆する。**実験Ⅰ, Ⅱ**で学習した船の復原性を塾考し, 積み荷の前後, 深さ（高さ）を決定する。（どのように決めれば良いか各自知恵を出して検討すること。）

浮体の復原モーメント

＝(傾斜による復原モーメント)－(重力による転倒モーメント)

$$= W\left(BM\sin\phi - BG\sin\phi\right)$$

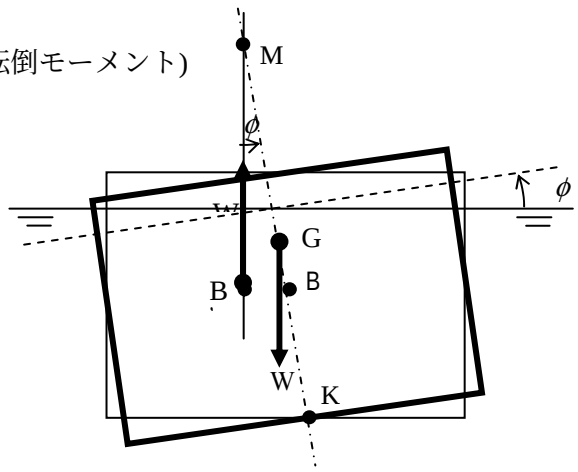
$$= W(GM)\sin\phi$$

となるから，浮体が安定に浮く条件は，

GM>0

ただし，水平面が幅 B の矩形の場合，

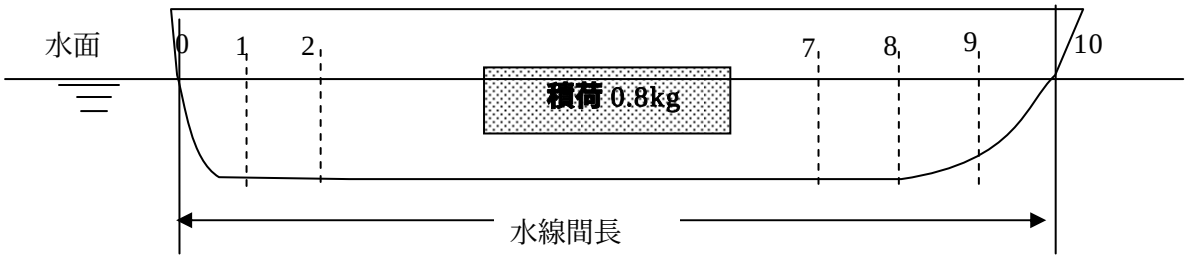
$$BM = \frac{I}{V} = \frac{BB'}{\sin\phi} = \frac{B^2}{12d}$$



４．模型船の主要目の計測

模型船が完成したら, 抵抗試験解析に必要な模型船の以下の主要目を計測する。単位は SI 単位系(国際単位系)で表記する。

(1) 模型船を浮かべて, 水面が模型のどの深さになっているか印を付ける。水に浸かった部分の上面が喫水線になるので, 模型全周に喫水線を表示する。



(2) 上図の水線間長を求める（船側に沿った長さではなく, 船の中心線に平行な直線の長さ）ただし, 船首, 船尾の垂線は浸かっている部分の最前端と最後端である。
（喫水より上部は全く考慮しない）

(3) 上記の水線間長を 10 等分して模型船に印をつけ, 上図のように番号をつける。

(4) 上記の等分した箇所に 1～9 の垂線を模型船につける。

(5) 0～10 の各垂線における模型船の水面下の立体的長さガース長さを糸･メジャーで計測する。

(6) 次式の台形積分公式で浸水表面積を求める。

$$S = (\text{垂線間長} : L)\sum_{1}^{11} \text{係数}(\text{ガース長}) \tag{2.4}$$

表 2.1 製作した模型船の要目

船名			
製作者			
製作日			
垂線間長(m)			
船幅　　(m)			
中央喫水(m)			
質量　(kg)			
浸水表面積(m^2)		係数	
0	ガース長(m)	0.05	
1	〃	0.1	
2	〃	0.1	
3	〃	0.1	
4	〃	0.1	
5	〃	0.1	
6	〃	0.1	
7	〃	0.1	
8	〃	0.1	
9	〃	0.1	
10	〃	0.05	

５．レポートと模型船の提出

製作した模型船と模型船の主要目の計測を終了したら，下記内容のレポートを作成し，模型船とともに提出する。2人共同作業であるが，レポートは各自作成のこと。

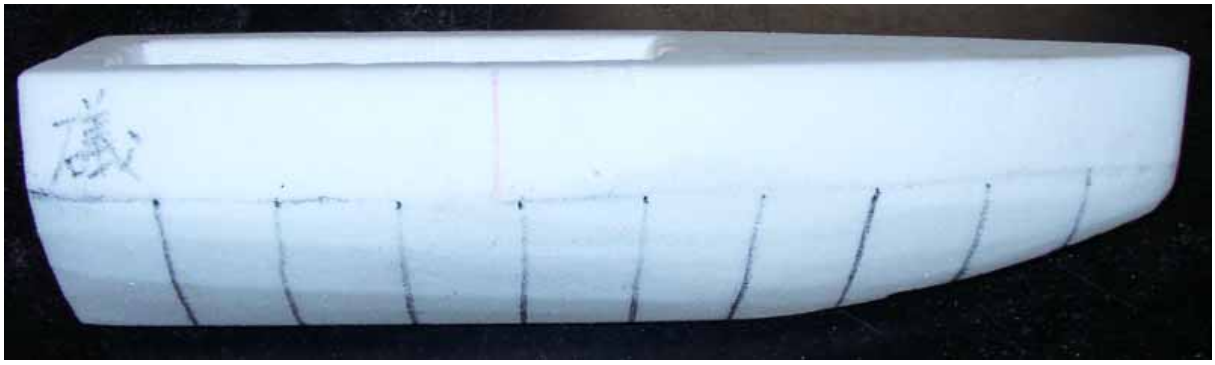
本課題は模型の製作が主体であり，通常の実験レポートとはやや異なるが，以下の内容を記載すること。

1) 船型考案の基本方針（どのような考え方で船型を決めたか等）
2) 完成した模型船の要目と写真（TA がデジタルカメラで撮影し，フロッピーにして渡す）
3) 製作･計測で苦心した点

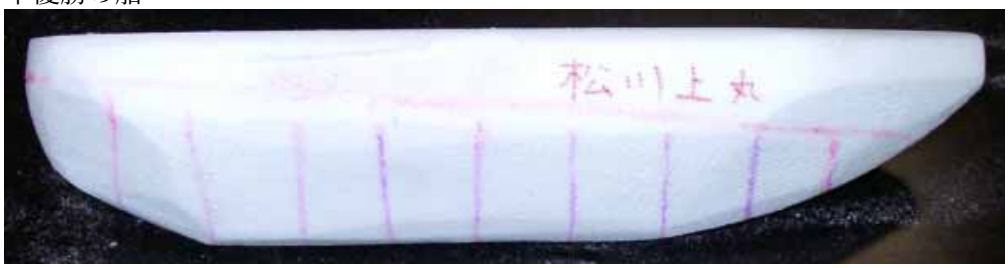
なお，模型船ができる限り水平に浮かぶ位置（浮心）に積み荷 0.8kg を安定して搭載できない場合は，再製作を行う。

＜H19 年度の作品＞

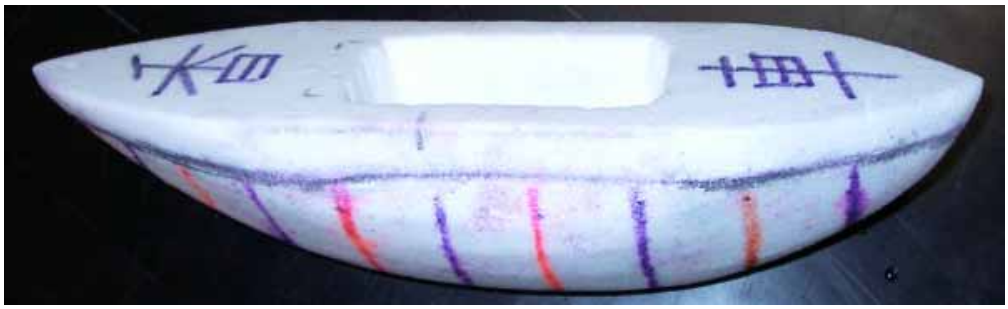
最優秀船



準優勝の船



最下位の船



実験III　課題Ｆ－２(3)　回流水槽による抵抗試験と実船馬力の推定

１．実験の目的

課題Ｆ－2(2) で製作した模型船について，回流水槽で抵抗試験を行い，その解析を行って，実船相当の有効馬力を推定する。また，模型速度 0.8[m/s]において，抵抗値が最小にする競技を行い，ここで船体抵抗が最小となった学生を最優秀と評価する。

２．実験の実施と計測方法

回流水槽に積み荷（質量）0.8kg を搭載し，歪みゲージ式精密検力計で模型船の抵抗を計測する。模型船を検力計につなぎ，種々の速度に対する模型船の抵抗を計測する。

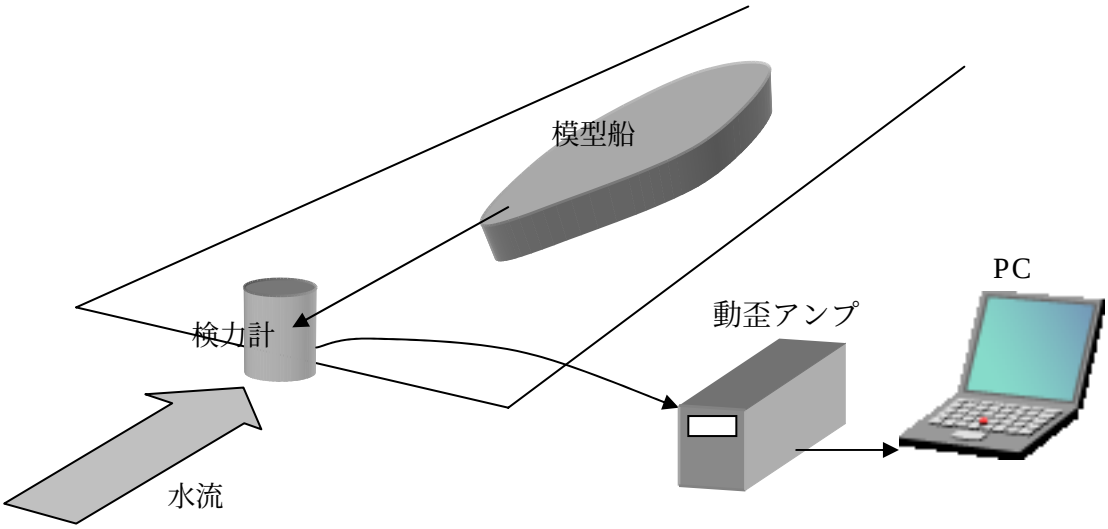


図 3.1　実験の配置

計測される模型船の抵抗値は流速が整定した場合でも，流速は時間的に変動し，また模型船の姿勢の時間的変化，その他のノイズで必ずしも一定値ではない。そこで，動歪アンプの出力を連続的にパソコンに取り込み，下記のように時間平均をして抵抗値を求める。

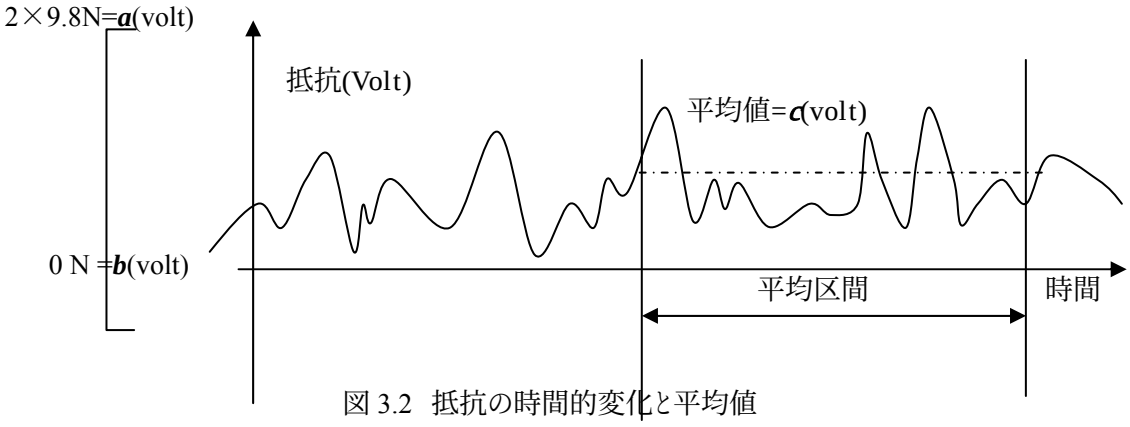


図 3.2　抵抗の時間的変化と平均値

また，**検力計に表示される出力値は力(N)ではなく**，この力に比例した単なる電圧なので，模型船を取り付ける前に必ず検力計に付属の較正器の電圧 *a,b* を計測しておき，次式で抵抗を算出する。

$$R_t = \frac{c-b}{a-b}(2\times 9.8) \quad [N] \tag{3.1}$$

＜計測手順＞

(1) 回流水槽内の水の撹拌
(2) 水温計測→水の動粘性係数の決定に必要
(3) 流速の設定
(4) 流速の整定
(4) 抵抗値の計測
(5) 平均値の読み取り
(6) 流速と平均抵抗値の記録, 抵抗係数の計算とプロット

流速の変更

表 3.1 **抵抗試験の記録（うしお丸模型船の例）**

模型船名	*うしお丸*		検力計の較　正電圧	
実験者	**, **		0　[N]	***b***
実験日	*2003,12,***		(2×9.8)[N]	***a***
水温(℃)	*9.6*			
密度	*999.11*			
動粘性係数:ν	*1.3215*	×10^{-6}		
垂線間長(m)	*0.4*			
浸水表面積 (m3)	*0.06*			

計測した全抵抗(N)を $\frac{\rho}{2}SV^2$ で除す

実験番号	流速[m/s]	計測電圧	全抵抗[N]	全抵抗係数
NO	*V*	volt	*Rt*	*Ct×1000*
1	*0.4*	c_1	*0.0510*	*10.59*
2	*0.5*	c_2	*0.0853*	*11.31*
3	*0.6*	c_3	*0.1294*	*11.99*
4	*0.7*	c_4	*0.1862*	*12.66*
5	*0.8*	c_5	*0.2685*	*14.00*

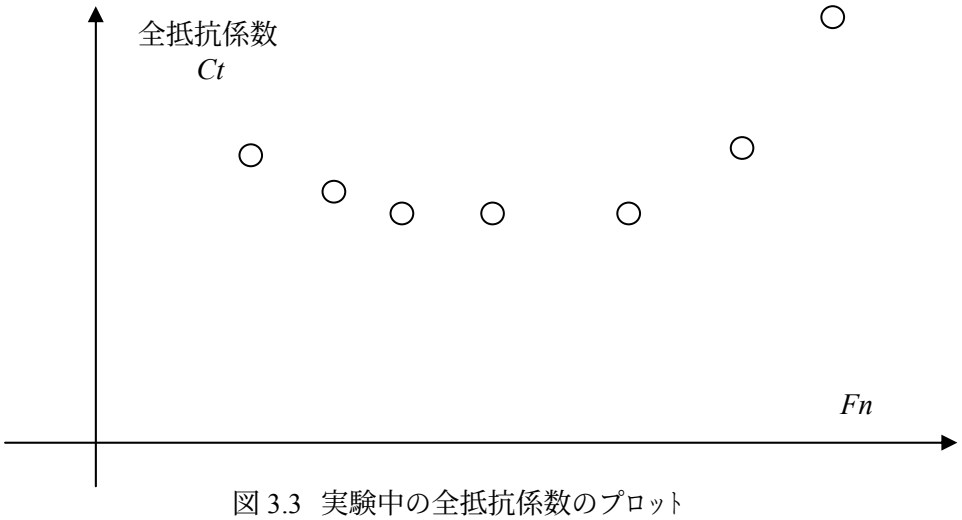


図 3.3　実験中の全抵抗係数のプロット

３．実験結果の解析と実船有効馬力の推定

１）模型船の抵抗成分の分離

船の抵抗は**実験課題 F** (2)の冒頭に記したように，摩擦抵抗，形状抵抗，造波抵抗の3種類に分類できる。すなわち，

①摩擦抵抗：この抵抗 R_f は次式で表され，その抵抗係数 C_f は流体の動粘性係数□と相対流速 V をパラメータとしたレイノルズ数 Re だけで決まり，船体形状には全く依存しないと取り扱う。（ただし，この Re を実船と同一にした実験は原理的に不可能）

$$R_f = C_f(R_e)\left(\frac{\rho}{2}\right)SV^2 \tag{3.2}$$

ここに，$R_e = \left(\frac{VL}{\nu}\right)$，$S$: 浸水表面積[m^2]，$V$: 相対流速[m/s]，　ρ: 流体の密度[kg/m^3]

②形状抵抗：この抵抗 R_p は次式で表され，その抵抗係数：C_p は形状のみに依存し，船の速力に関係なく一定となる。

$$R_p = C_p\left(\frac{\rho}{2}\right)SV^2 \tag{3.3}$$

③造波抵抗：この抵抗 R_w は次式で表され，その抵抗係数：C_w は重力加速度：g と相対流速：V をパラメータとしたフルード：F_n と船型できまり，実船と相似形状な模型船では，同一 F_n で実船と模型船で同じ係数となる。

$$R_w = C_w(F_n)\left(\frac{\rho}{2}\right)SV^2 \tag{3.4}$$

ただし，$F_n = \dfrac{V}{\sqrt{Lg}}$

以上のように計測された船体抵抗は3つの成分に分離でき，これらの総和が船の全抵抗となっている。すなわち，

$$R_t = R_f + R_p + R_w \tag{3.5}$$

この両辺を $\frac{\rho}{2}SV^2$ で除して，(3.1)式～(3.3)式を代入すると次式となる。この関係を図 3.4 に示す。

$$C_t = C_f(R_e) + C_p + C_w(F_n) \tag{3.6}$$

したがって，実験中に求めた Ct は(3.5)式のように分離することができ，具体的には以下の手順で抵抗係数を分離する。

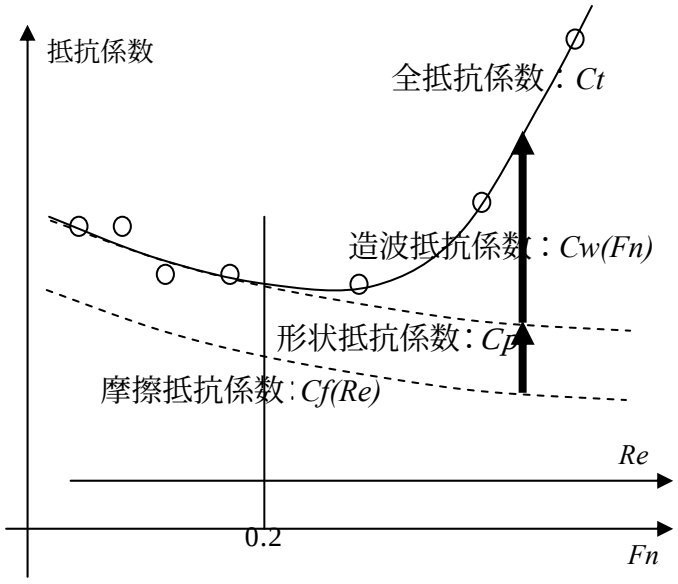


図 3.4 模型船の抵抗係数の構成

(1) **全抵抗係数から摩擦抵抗係数の削除**

摩擦抵抗係数は近似的に次式のレイノルズ数 Re の関数で与えられ，これを計測された模型船の全抵係数 Ct から差し引く。すなわち，残りは(形状抵抗係数 C_p)+(造波抵抗係数 C_w)となる。(これを剰余抵抗係数 C_r と呼ぶ)

$$C_f = 0.463\left(\log_{10} R_e\right)^{-2.6} \tag{3.7}$$

各実験の R_e は速度 V を用いて，$R_e = \left(\dfrac{VL}{\nu}\right)$ で求められる。

(2) **形状抵抗係数 C_p の決定**

船速が十分低い(F_n<0.2)場合，造波抵抗はほとんど無視できる程小さいので，低速時(Fn<0.2)の上記剰余抵抗係数(形状抵抗係数 C_p＋造波抵抗係数 C_w)から C_p が求まる。すなわち，

$$C_p = \left(C_t - C_f\right)_{Fn<0.2} \tag{3.8}$$

ただし，低速時は船体抵抗が極めて小さく，全抵抗係数 C_t がバラつく傾向にあり，低速時の船体抵抗は相当注意して精度よく計測する必要がある。

(3) **造波抵抗係数 C_w の決定**

計測された模型船の全抵係数 Ct から(3.7)式の摩擦抵抗係数と(3.8)式の形状抵抗係数を差し引いた残りが造波抵抗係数 C_w となる。これはフルード数 F_n の関数となる。

表 3.2 抵抗試験結果の解析(うしお丸模型船の例)

模型船名	
実験者	**, **
実験日	*2003,**
水温(℃)	*9.6*
密度	*999.11*
動粘性係数	*1.3215*
垂線間長(m)	*0.4*
浸水表面積(m3)	*0.06*

=101.95×9.8 ×10^{-6}

表 3.1 **より**　(3.7)**式**　(3.7)**式**　(3.8)**式**

実験番号	**流　速** (m/s)	**全抵抗**(N)	**全抵抗係数**	**ﾌﾙｰﾄﾞ数**	**ﾚｲﾉﾙｽﾞ数**	**摩擦抵抗係数**	**形状抵抗係数**	**造波抵抗係数**
No.	*V*	*Rt*	*Ct×1000*	*Fn*	*Re*10^{-6}*	*Cf×1000*	*Cp×1000*	*Cw×1000*
1	*0.4*	*0.0510*	*10.59*	*0.202*	*0.1211*	*6.755*	*3.839*	*0.000*
2	*0.5*	*0.0853*	*11.31*	*0.252*	*0.1513*	*6.432*	***以下同じ値***	*1.044*
3	*0.6*	*0.1294*	*11.99*	*0.303*	*0.1816*	*6.183*		*1.968*
4	*0.7*	*0.1862*	*12.66*	*0.354*	*0.2119*	*5.983*		*2.837*
5	*0.8*	*0.2685*	*14.00*	*0.404*	*0.2421*	*5.817*		*4.344*

2）船の長さが 32m 実船の全抵抗と有効馬力の推定

実船の船体抵抗係数は**1）**と逆の操作を行う。ただし，実船のレイノルズ数は模型船とは異なり相当大きくなるので，この部分だけが異なる。形状抵抗係数は模型船と変わらない。造波抵抗係数は模型船と同じフルード数であれば同じになる。すなわち，

$$C_t = C_f\left(R_e\text{実船}\right) + C_p + C_w\left(F_n\right) \tag{3.9}$$

模型船と実船の抵抗係数の関係を図その仕組みを図 3.5 に示す。実船ではレイノルズ数が大きくなる分，摩擦抵抗係数が減少するので，実船の全抵抗係数は全体に小さくなる。

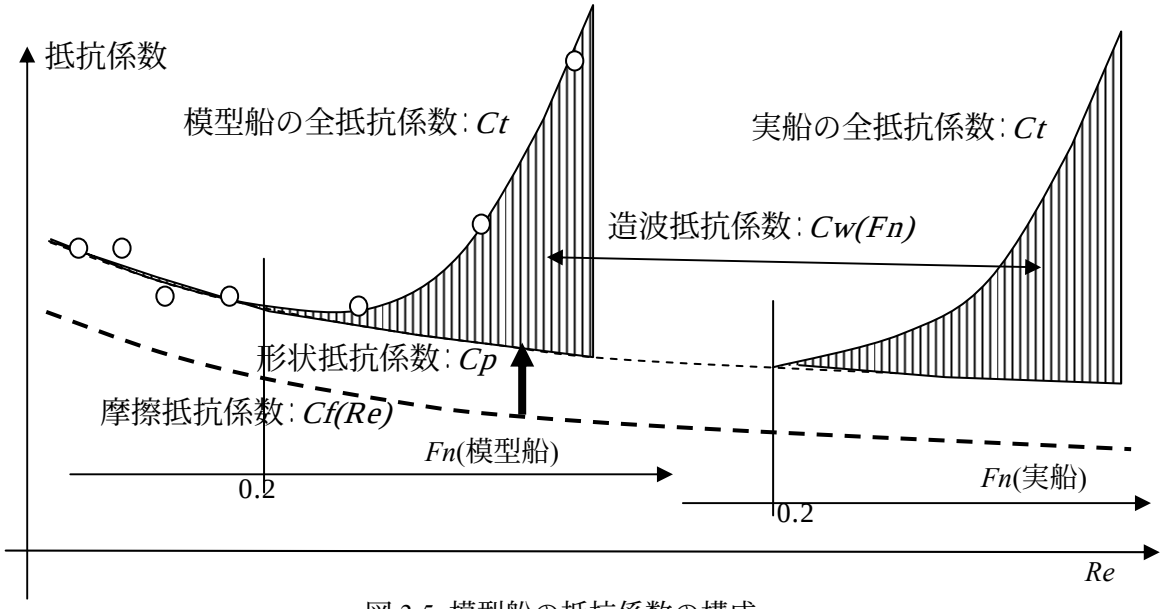


図 3.5 模型船の抵抗係数の構成

実船の垂線間長を 32m（本学の小型調査船「うしお丸」に略相当）とし，実船の抵抗と有効馬力を計算する。実船の浸水表面積は縮率の自乗で大きくなる。
実船の船体抵抗の値は，得られた全抵抗に実船寸法の$(\rho/2)SV^2$を掛けることで求められる。
ただし，実船では海水になるので，密度は 15℃の海水の値を用いる。また，実船の速度は模型船のフルード数に対応することとなり，それぞれ次式となる。

$$R_{t\,\text{実船}} = C_{t\ \text{実船}}\left(\frac{\rho_{\text{海水}}}{2}\right)S_{\text{実船}}V_{\text{実船}}^2 \tag{3.10}$$

$$S_{\text{実船}} = S_{\text{模型船}}\left(L_{\text{実船}} / L_{\text{模型船}}\right)^2 \tag{3.11}$$

$$V_{\text{実船}} = F_n\sqrt{L_{\text{実船}}g} \tag{3.12}$$

また，実船の有効馬力 *EHP* は次式で求められる。

$$EHP = R_{t\,\text{実船}}V_{\text{実船}}/1000 \quad \text{(kW)} \tag{3.13}$$

有効馬力は船速(knot)（1knot=1852m/3600sec=0.5144m/s）に対して図 3.6 のようなグラフで表示する。

表 3.3　実船有効馬力の計算表（うしお丸の例）

実船 垂線間長	*32*	m
実船 浸水面積	*384*	m^2
動粘性係数	*1.18831*	×10^{-6}

表 3.2　(3.7)式　(3.6)式　(3.9)式

実験番号	**ﾌﾙｰﾄﾞ数**	**船速** (m/s)	*(knots)*	**ﾚｲﾉﾙｽﾞ数**	**摩擦 抵抗係数**	**形状 抵抗係数**	**造波 抵抗係数**	**全 抵抗係数**	**有効馬力**
NO	*Fn*	*Vs*		*Re ×10^{-6}*	*Cf ×1000*	*Cp ×1000*	*Cw ×1000*	*Ct ×1000*	*EHP(kW)*
2	*0.202*	*3.578*	*6.96*	*96.34*	*2.088*	*3.839*	*0.000*	*5.927*	*53*
3	*0.253*	*4.472*	*8.69*	*120.43*	*2.024*	*3.839*	*1.044*	*6.907*	*122*
4	*0.303*	*5.367*	*10.43*	*144.52*	*1.973*	*3.839*	*1.968*	*7.780*	*236*
5	*0.354*	*6.261*	*12.17*	*168.60*	*1.932*	*3.839*	*2.837*	*8.607*	*415*
6	*0.404*	*7.155*	*13.91*	*192.69*	*1.897*	*3.839*	*4.344*	*10.080*	*726*

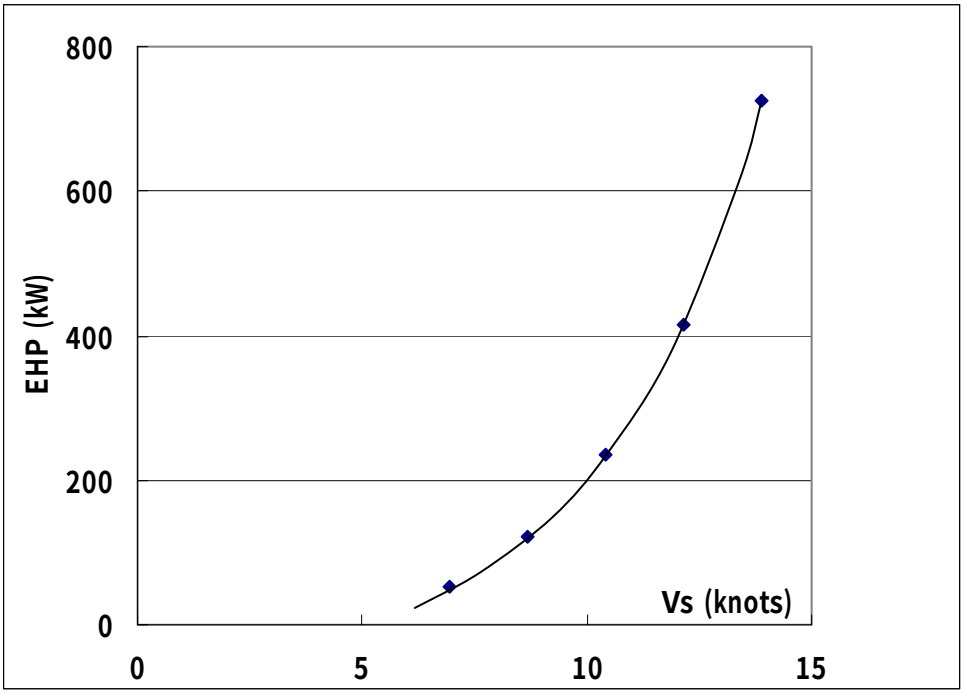


図 3.6　実船の有効馬力特性

４．レポートの作成と提出

回流水槽での抵抗試験で模型船の抵抗の計測を終了したら，下記の要領でレポートを作成する。2人共同作業であるが，レポートは各自作成のこと。

レポート内容には必ず以下の内容を記載すること。

1. 計測結果（表 3.1）
2. 抵抗試験の解析方法（本テキスト参照）と解析結果（表 3.2 と図 3.4）
3. 船の長さ 32m の実船の馬力推定方法と推定結果（表 3.3 と図 3.6）
4. 考察
   テキストには本学練習船「うしお丸」の模型試験結果を例として挙げているので，各自製作した船について計算した EHP と比較して考察を加えること。

参考：【有効馬力について】

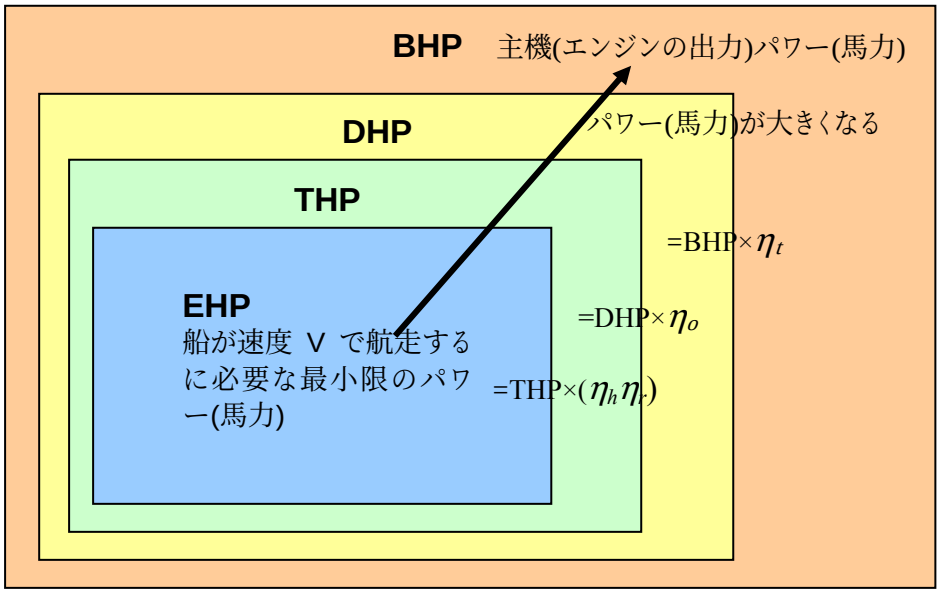
船を所定の速度で進ませるには，（船の抵抗）×（速度）の**仕事率**が必要である。これは SI 単位系ではワット(W)で表される(馬力に換算するにはこの数値を 0.735 で除す)。船のエンジン（主機）の馬力はこれ以上無いと，その速度で進むことはできない。

これに対し，主機の出力馬力は BHP(Brake Horse Power)と呼ばれ，この馬力でプロペラを回して船を推進させることになるが，プロペラの推進力は残念ながら，これを 100%発揮することはできない。

主機の馬力は，これを伝えるプロペラ軸の機械抵抗（防水にする必要があるから）でまず減少する。続いて回転馬力を推力に変換する推進器（プロペラ）では，プロペラ面の流体抵抗や回転によるロスがあって，馬力は大幅に減少する（35~50%）。また，船体の形状によっても推力が変化する。したがって，これらの関係は次式で表される。

$$BHP \times \eta_T \times \eta_P \times \eta_H = EHP$$

η_T：軸伝達効率(=0.97)
η_T：プロペラ効率(=0.5~0.65)
η_T：船体効率(=1.~1.2)



これから，実際主機の馬力 BHP は有効馬力 EHP の 1.5～2 倍程度が必要になる。なお，参考までに「うしお丸」の主機馬力は 809kW(=1,100 馬力)で最大 12 ノットまで出せるようになっている。さて，君達の船はどうだろうか？

【付録：密度と動粘性係数】

■清水の密度[kg/m^3]

Mass Density of Fresh Water

℃	ρ	℃	ρ	℃	ρ
1	999.9	11	999.6	21	998.0
2	1000.0	12	999.5	22	997.8
3	1000.0	13	999.4	23	997.5
4	1000.0	14	999.2	24	997.4
5	1000.0	15	999.1	25	997.1
6	1000.0	16	999.0	26	996.9
7	999.9	17	998.8	27	996.6
8	999.9	18	998.6	28	996.3
9	999.8	19	998.4	29	996.0
10	999.7	20	998.2	30	995.7

■ 清水の動粘性係数（ν）(単位[m^2/s] 数値は全て 10^6 倍しているので、下表を 10^6 で除すこと)

Kinematic Viscosity of Fresh Water

℃	+0.0	+0.1	+0.2	+0.3	+0.4	+0.5	+0.6	+0.7	+0.8	+0.9
0	1.78667	1.78056	1.77450	1.76846	1.76246	1.75648	1.75054	1.74461	1.73871	1.73285
1	1.72701	1.72121	1.71545	1.70972	1.70403	1.69836	1.69272	1.68710	1.68151	1.67594
2	1.67040	1.66489	1.65940	1.65396	1.64855	1.64316	1.63780	1.63247	1.62717	1.62190
3	1.61665	1.61142	1.60622	1.60105	1.59591	1.59079	1.58570	1.58063	1.57558	1.57057
4	1.56557	1.56060	1.55566	1.55074	1.54585	1.54098	1.53613	1.53131	1.52651	1.52173
5	1.51698	1.51225	1.50754	1.50286	1.49820	1.49356	1.48894	1.48435	1.47978	1.47523
6	1.47070	1.46619	1.46172	1.45727	1.45285	1.44844	1.44405	1.43968	1.43533	1.43099
7	1.42667	1.42238	1.41810	1.41386	1.40964	1.40543	1.40125	1.39709	1.39297	1.38882
8	1.38471	1.38063	1.37656	1.37251	1.36848	1.36445	1.36045	1.35646	1.35249	1.34855
9	1.34463	1.34073	1.33684	1.33298	1.32913	1.32530	1.32149	1.31769	1.31391	1.31015
10	1.30641	1.30268	1.29897	1.29528	1.29160	1.28794	1.28430	1.28067	1.27706	1.27346
11	1.26988	1.26632	1.26277	1.25924	1.25573	1.25223	1.24874	1.24527	1.24182	1.23838
12	1.23495	1.23154	1.22815	1.22478	1.22143	1.21809	1.21477	1.21146	1.20816	1.20487
13	1.20159	1.19832	1.19508	1.19184	1.18863	1.18543	1.18225	1.17908	1.17592	1.17278
14	1.16964	1.16651	1.16340	1.16030	1.15721	1.15414	1.15109	1.14806	1.14503	1.14202
15	1.13902	1.13603	1.13304	1.13007	1.12711	1.12417	1.12124	1.11832	1.11542	1.11254
16	1.10966	1.10680	1.10395	1.10110	1.09828	1.09546	1.09265	1.08986	1.08708	1.08431
17	1.08155	1.07880	1.07606	1.07334	1.07062	1.06792	1.06523	1.06254	1.05987	1.05721
18	1.05456	1.05193	1.04930	1.04668	1.04407	1.04148	1.03889	1.03631	1.03375	1.03119
19	1.02865	1.02611	1.02359	1.02107	1.01857	1.01607	1.01359	1.01111	1.00865	1.00619
20	1.00374	1.00131	0.99888	0.99646	0.99405	0.99165	0.98927	0.98690	0.98454	0.98218
21	0.97984	0.97750	0.97517	0.97285	0.97053	0.96822	0.96592	0.96363	0.96135	0.95908
22	0.95682	0.95456	0.95231	0.95008	0.94786	0.94565	0.94345	0.94125	0.93906	0.93688
23	0.93471	0.93255	0.93040	0.92825	0.92611	0.92397	0.92184	0.91971	0.91760	0.91549
24	0.91340	0.91132	0.90924	0.90718	0.90512	0.90306	0.90102	0.89898	0.89695	0.89493
25	0.89291	0.89090	0.88889	0.88689	0.88490	0.88291	0.88094	0.87897	0.87702	0.87507
26	0.87313	0.87119	0.86926	0.86734	0.86543	0.86352	0.86162	0.85973	0.85784	0.85596
27	0.85409	0.85222	0.85036	0.84851	0.84666	0.84482	0.84298	0.84116	0.83934	0.83752
28	0.83571	0.83391	0.83212	0.83033	0.82855	0.82677	0.82500	0.82324	0.82148	0.81973
29	0.81798	0.81624	0.81451	0.81279	0.81107	0.80936	0.80765	0.80596	0.80427	0.80258
30	0.80090	0.79922	0.79755	0.79588	0.79422	0.79256	0.79090	0.78924	0.78758	0.78592

■海水（15℃）

ρ= 1025.0 [kg/m^3]

ν= 1.18831×10^{-6} [m^2/s]