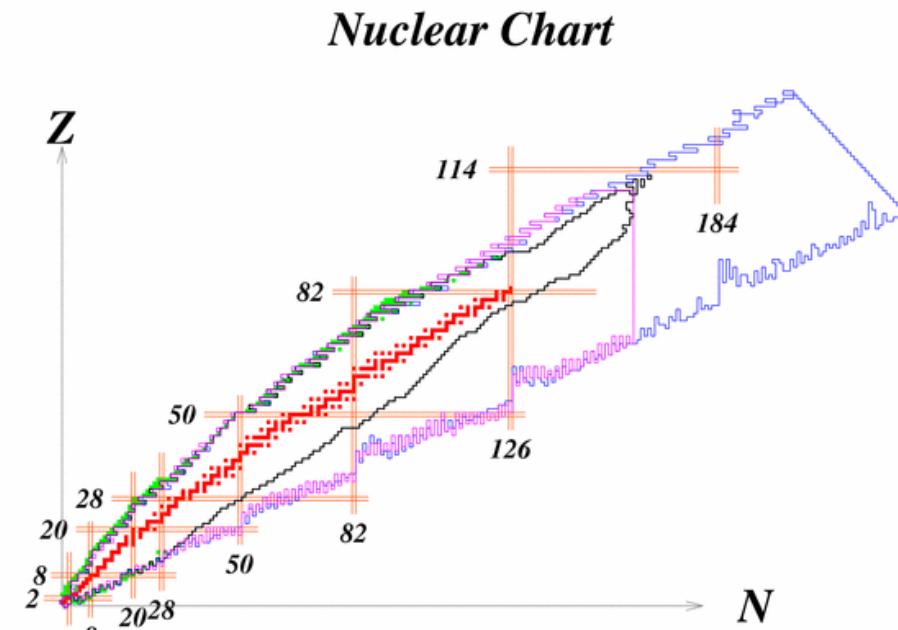
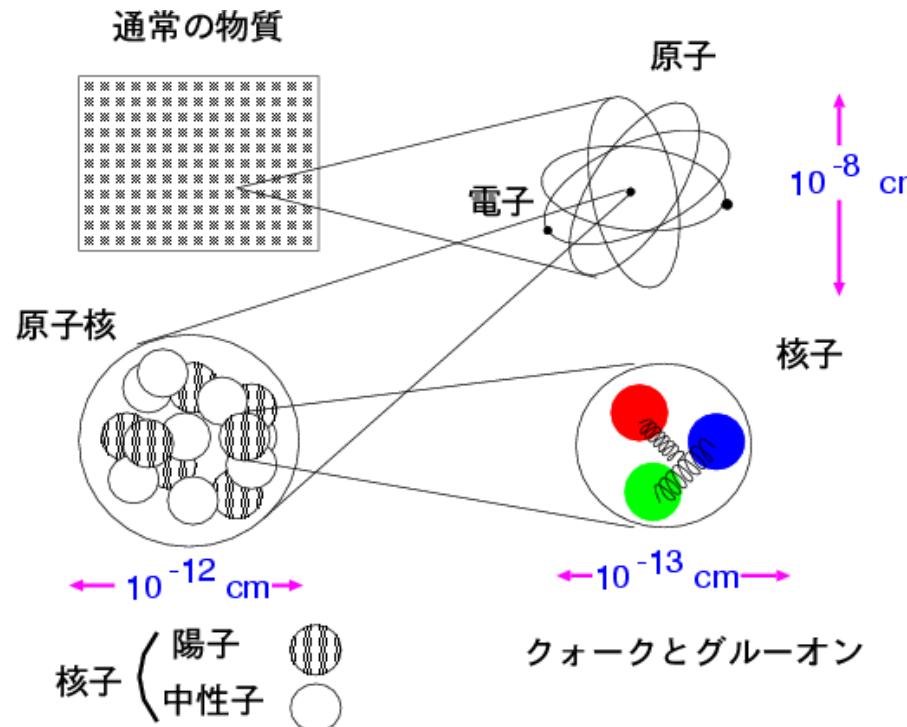


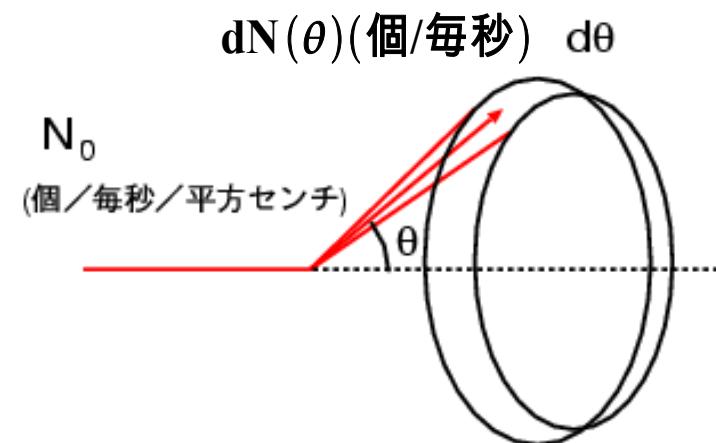
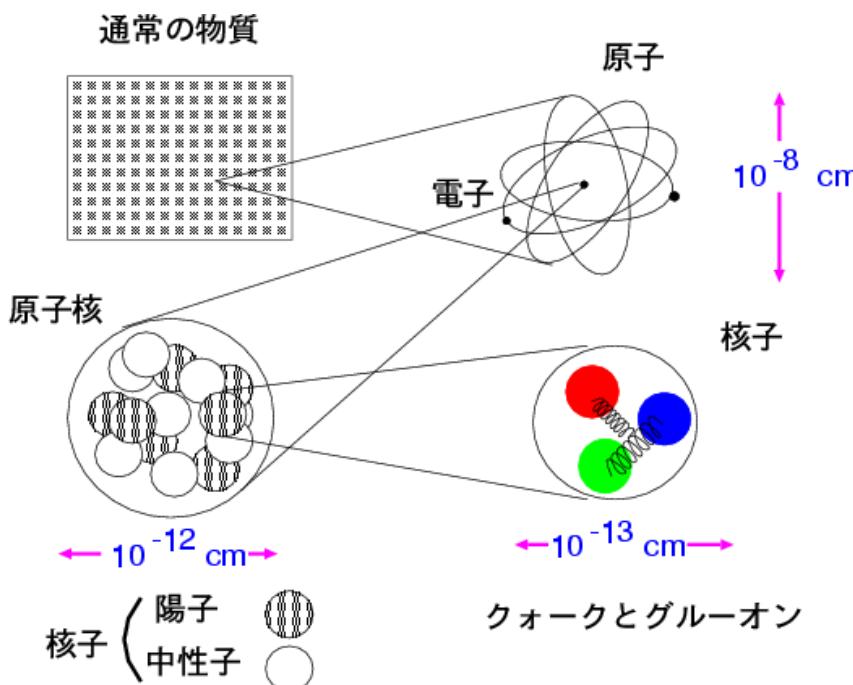
■ 第一回 (11/5): 原子核とはどのようなものか？

- 原子核の大きさ、エネルギー、構造、形、存在領域など、20世紀までに分かってきた原子核の基本的性質について解説します。



原子核の大きさ(1)

- 原子核の大きさ：直径が $(2-16) \times 10^{-13} \text{ cm}$ 程度 $\sim 10^{-12} \text{ cm}$
→ 原子の大きさ $\sim 10^{-8} \text{ cm}$ の 1 万分の 1
- 「目で見えない」小さなものをどうやってみるか？
→ 粒子をぶつけて散乱させて測る
- 散乱断面積 = 単位入射流束当たり、一つの標的で散乱される確率
→ 面積の次元



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{N_0} \frac{dN(\theta)}{2\pi \sin\theta d\theta} \quad \sigma = \int \sin\theta d\theta d\phi \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

原子核の大きさ(2) – ラザフォード散乱

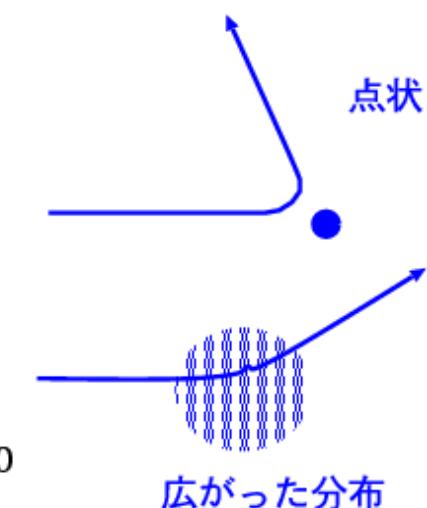
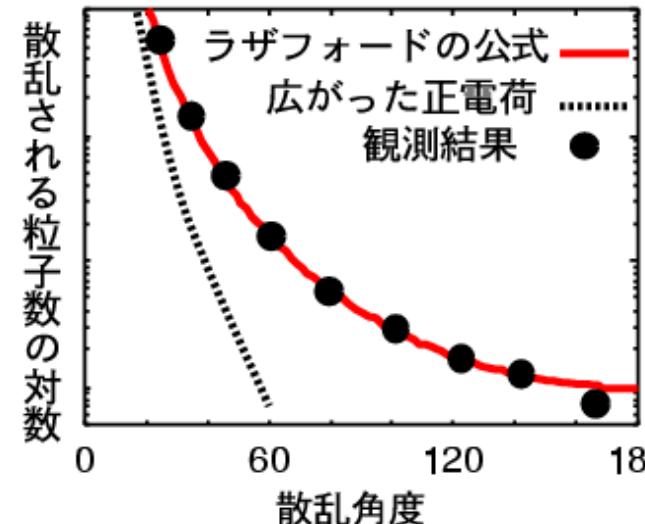
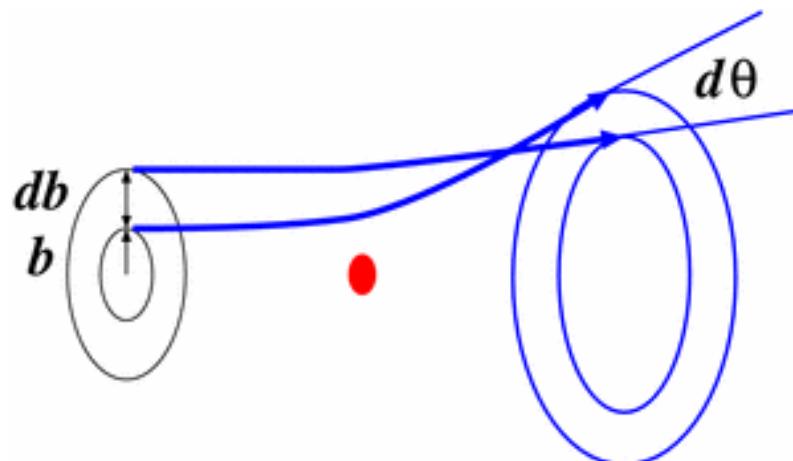
クーロンポテンシャルでの散乱

- エネルギーと衝突係数 (b) を決めると散乱角 (Θ) が決まる
- 一つ一つの α 粒子の衝突係数は分からぬが、面内に一様に入射すると散乱角度分布が決まる

ラザフォードの公式

- 正電荷が一点に集まっているとしたときの荷電粒子の散乱角分布

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi b db}{2\pi \sin \theta d\theta} = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{d\Theta(b)}{db} \right|^{-1} \propto \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$



原子核の大きさ(3) — ガイガー・マースデンの観測

■ ガイガー・マースデンの観測

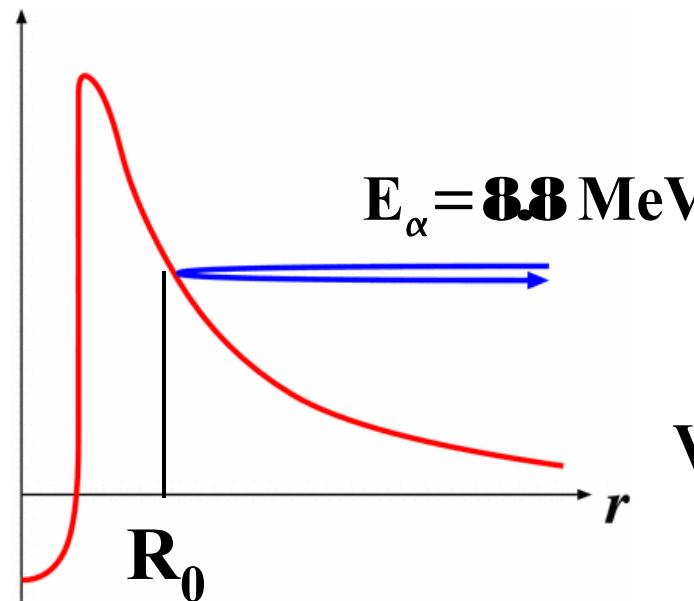
- 放射性原子から出てくる α 粒子を金箔に当てて散乱角の分布を測る
- ラザフォードの公式と一致
→ 原子の有核模型(ラザフォード模型)の成立

著作権処理の都合で、この場所に挿入
されていた図を省略させて頂きます。

原子核の大きさ(4) – 原子核に触れるには？

- 演習問題：ガイガーマースデンの実験で、 α 粒子は原子核に「触れて」いたか？

- α 線のエネルギーを 8.8 MeV 、 $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ として、最接近距離 R_0 を求めよ。(金の原子番号は 79 である。)
- 原子核の半径は $R \sim 1.1 A^{1/3} (\text{fm})$ と表せる。 α 粒子は、原子核に触れていたか？(金の原子量は $A=197$ である。)
- 触れていないとすると、原子核に触れるにはどうすればよいか？



$1 \text{ eV} = \text{素電荷に } 1\text{V の電圧をかけて得られるエネルギー}$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm}$$

$$V(r) = \frac{Z_\alpha Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 1.44 \frac{2Z_T}{r}$$

補足

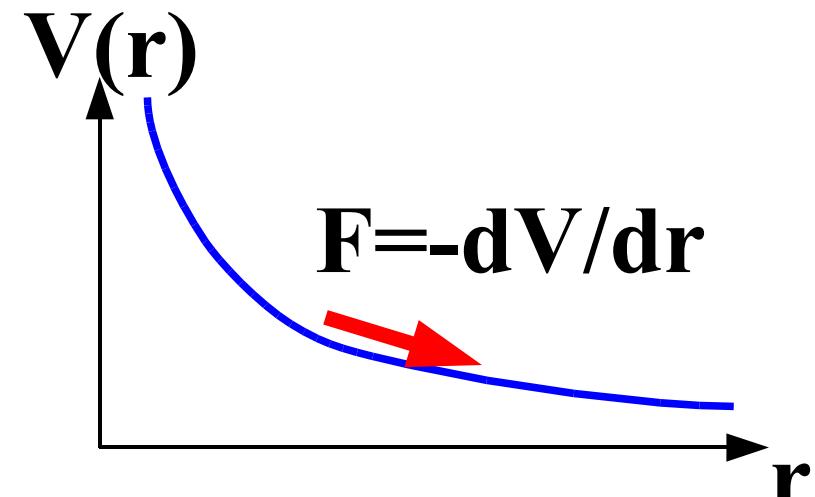
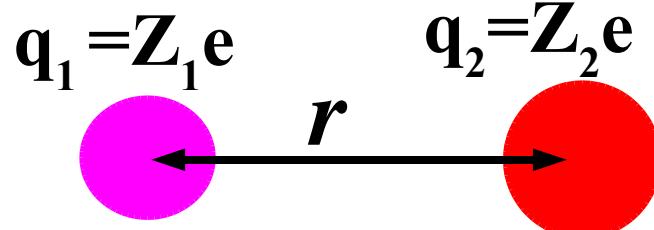
- 距離 r 離れた電荷 q_1 と q_2 の間には、クーロン力 F が働き、 F はクーロンポテンシャル V の微分で表せる。

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = -\frac{dV}{dr} \rightarrow V = k \frac{q_1 q_2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

(大学では、クーロン定数を $k=1/4\pi\epsilon_0$ と書くことが多い。)

- 原子番号 Z_1 の原子核と Z_2 の原子核の間のクーロンポテンシャル
→ $Z_1 e$ と $Z_2 e$ の電荷の間のポテンシャルを考えるとよい。
 $e^2/4\pi\epsilon_0 = 1.44 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ を使うと ϵ_0 を使わずに計算可。

$$V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{r} \simeq 1.44 (\text{MeV} \cdot \text{fm}) \frac{Z_1 Z_2}{r}$$



原子核の大きさ(5) – 原子核の密度分布

■ エネルギーを少し上げたときの散乱断面積

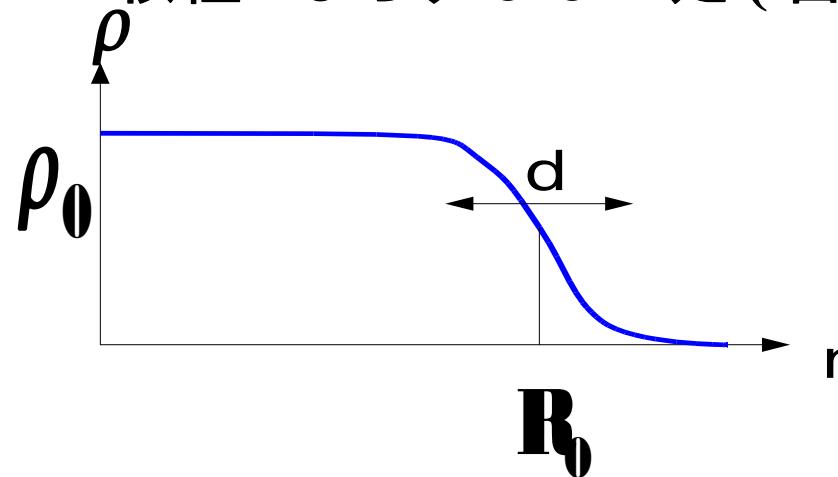
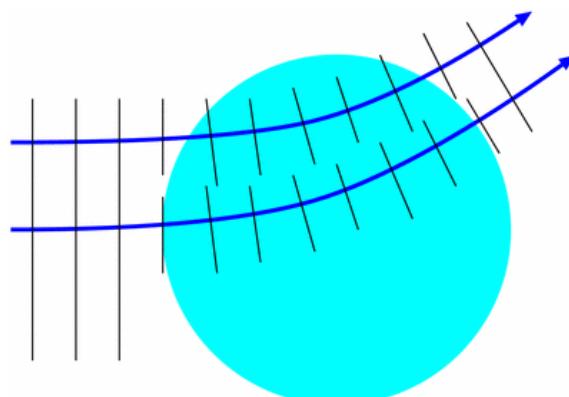
- 粒子は波としても振舞う(ドブロイ波)
- ドブロイ波長が原子核の大きさ程度になると、原子核内の異なる点で散乱した波が干渉
→ 干渉の様子から原子核内の「密度分布」が分かる！

■ 原子核の密度分布

- 多くの原子核の密度分布が、Woods-Saxon 型で近似的に表せる

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp[(r - R_0)/d]} \quad (\rho_0 \sim 0.15 \text{ (fm}^{-3}\text{)} \quad R_0 = 1.1 A^{1/3} \text{ (fm)} \quad d = 0.6 \text{ (fm)})$$

- 半径 $\propto A^{1/3}$ → 体積 $\propto A$ → 原子核の中心部分の密度は、核種によらずほぼ一定（密度の飽和性）



原子核の質量(1) – 核子と原子核の質量

■ 原子核の表現方法

${}^A_Z X_N$ Z: 陽子数 (= 原子番号)、N: 中性子数
A=N: 核子数 (= 原子量)、X: 元素記号

■ 質量の単位

$$1 \text{amu} = 12 \text{ g}/12 N_A = 1.66054 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

(中性炭素原子 (${}^{12}_6 C$) の質量 = 12.0)

■ アインシュタインの関係式 (質量とエネルギーの等価性) $E=mc^2$
 $\rightarrow 1 \text{ amu} = 931.494 \text{ MeV}/c^2 \sim 1000 \text{ MeV}/c^2$

■ 核子の質量

$$M_p = 938.2723 \text{ MeV}/c^2, M_n = 939.5656 \text{ MeV}/c^2$$

■ 核子の質量の和 > 原子核の質量

- 原子核の反応では「質量保存則」は成り立たない
 \rightarrow 質量をエネルギーに換算して、
反応前後の運動エネルギーを加えた「全エネルギー」が保存する

原子核の質量(2) – 束縛エネルギー

- 質量欠損 = 「核子の質量の和」 - 「原子核の質量」

$$\Delta M(A, Z) = (N m_n + Z m_p) - M(A, Z) \quad (\text{中性子数 } N = A - Z)$$

- 束縛エネルギー (結合エネルギー)
= エネルギーに換算した質量欠損 $B(A, Z) = \Delta M(A, Z) c^2$

著作権処理の都合で、この場所に挿入
されていた図を省略させて頂きます。

束縛エネルギーの観測値

- 束縛エネルギーの観測値 : $16 \leq A \leq 240$ において、 $B/E \sim 8 \text{ MeV}$

著作権処理の都合で、この場所に挿入
されていた図を省略させて頂きます。

それぞれの質量数で最も大きい束縛エネルギーを示す

原子核の質量(3) — 液滴模型

- 原子核は、
 - 中心部分で密度がほぼ一定
 - 核子あたりの束縛エネルギーがほぼ一定
- クーロン力以外は短距離相互作用のみの
非圧縮性の液体のように振舞う(液滴模型)
- 体積項 = 核子あたりの束縛エネルギーが一定の部分
 - \propto 核子数 $A \propto R^3 \propto V$
- 表面項 = 表面積に比例して束縛エネルギーが減る部分
(外側の核子は相互作用が小さい)
 - \propto 核子数 $A^{2/3} \propto R^2 \propto S$
- クーロン項 = クーロンエネルギーのため
束縛エネルギーが減る部分
 - \propto 電荷 $Z^2 / \text{半径 } R \propto Z^2 / A^{1/3}$

著作権処理の都合で、この場所に挿入
されていた図を省略させて頂きます。

原子核の質量(4) – 液滴模型(続き)

■ 量子力学的な項

- 対称エネルギー $\propto (N-Z)^2 / A$

核子はフェルミ粒子なので同じ軌道に入れない

→ $N=Z$ のときにエネルギー的に有利

- 対エネルギー

核子はスピンが上向きの状態と下向きの状態を取れる

→ N, Z が偶数のとき、エネルギー的に有利

■ ベーテ・ワイゼッカーの質量公式

$$B(A, Z) = a_{vol} A - a_{surf} A^{2/3} - a_{Coulomb} \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_{sym} \frac{(N-Z)^2}{A} + a_{pair} \delta(A, Z) A^{-3/4}$$

$\delta(A, Z) = 1$ (A, Z がともに偶数) 、 0 ($A =$ 奇数) 、 -1 ($N=A-Z$, Z がともに奇数)

原子核の質量(5) — 原子核の存在領域

■ 核図表 (Nuclear Chart)

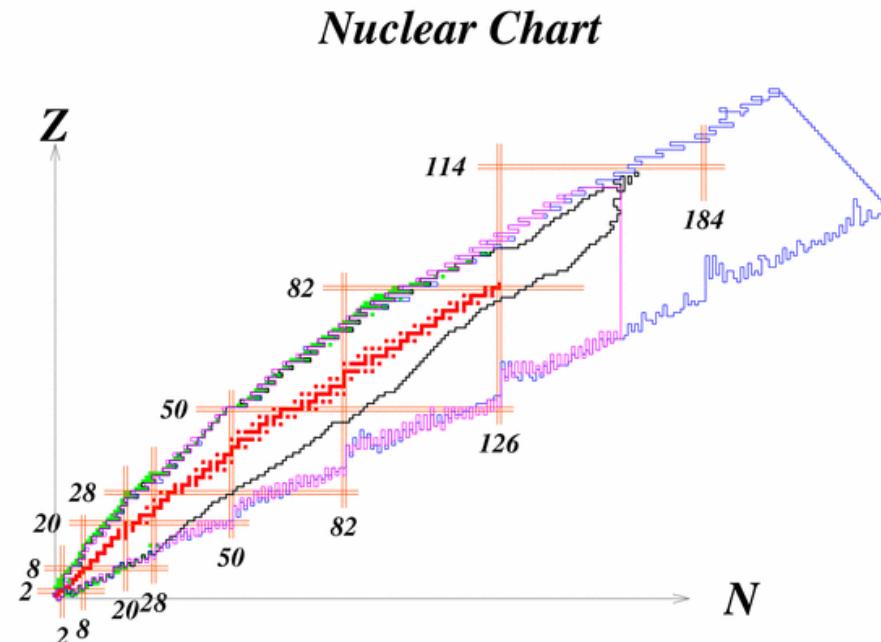
- 横軸に N (中性子数)、縦軸に Z (陽子数 = 原子番号) をとった原子核の地図
- 質量数 $A=Z+N$ を与えたとき、束縛エネルギーが最大となる原子核が「安定」
→ ハイゼンベルグの谷
(軽い原子核では、 $Z \sim N$ 、大きな原子核では $N \sim 1.5 Z$ で安定)

■ 原子核の存在領域

- 安定な原子核 → 256 種
- 既に発見 → 3000 種程度
- 存在が予想される原子核
→ 7000 種程度

■ 理化学研究所の RIBF

→ 1000 個程度の新しい原子核が発見できる予定

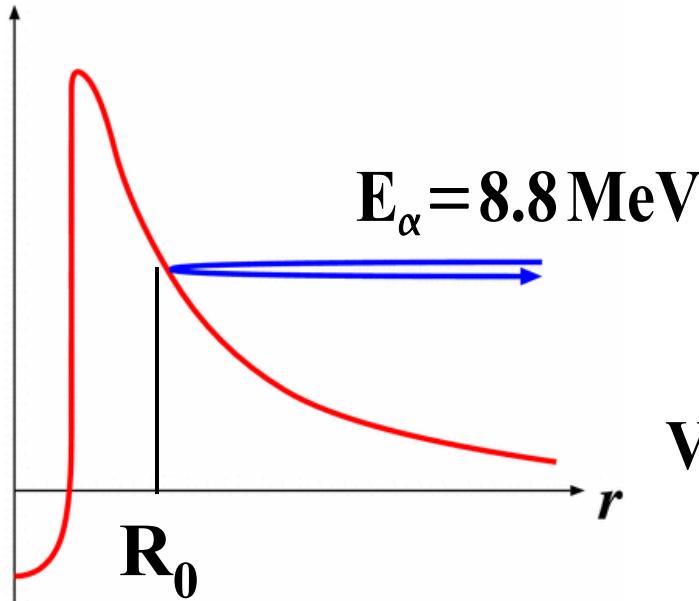


第一回のまとめ

- 原子核の大きさは、原子の 1 万分の 1 程度 ($10 \text{ fm} = 10^{-12} \text{ cm}$) であり、半径は質量数の $1/3$ 乗に比例する。
 - 密度の飽和性
 - 小さなものの大きさを測る方法
 - 高いエネルギーの粒子を衝突させて「散乱断面積」で測る
- 原子核の束縛エネルギーは、広い範囲で核子あたり 8 MeV 程度であり、「液滴」として大まかな振る舞いが理解できる。
 - 束縛エネルギーの飽和性
 - 質量の和は保存しない
 - 「質量欠損」を転化したエネルギーで我々は生きている！
(太陽の放出するエネルギーは核融合)
- 資料は
 - <http://nucl.sci.hokudai.ac.jp/~ohnishi>
 - からリンクしておきます。

レポート問題(Part1)

- 第一回(1問)、第二回(3問)、第三回(3問)の7問から2問選択し、解答用紙(A4一枚、裏も可)に解答して提出すること。
 - ガイガー・マースデンの実験で α 粒子は金の原子核に触れていたかどうか答えよ。また触れていないとすれば、原子核に触れるためにはどうすればよいか、考察せよ。



1 eV = 素電荷に 1V の電圧をかけて
得られるエネルギー

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m} = 10^{-13} \text{ cm}$$

$$V(r) = \frac{Z_\alpha Z_T e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = 1.44 \frac{2Z_T}{r}$$