

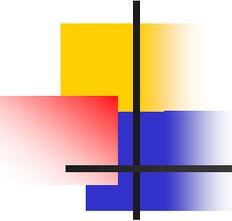
# キャラクタリスティクス法

# Method of Characteristics (MOC)

---

山本章夫

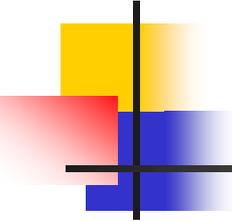
名古屋大学



# 目次

---

- 序論
- MOCの基礎
- レイトレースと境界条件
- 角度離散化(方位角/極角)
- 幾何形状の表現
- 加速計算
- 適用例
- まとめ

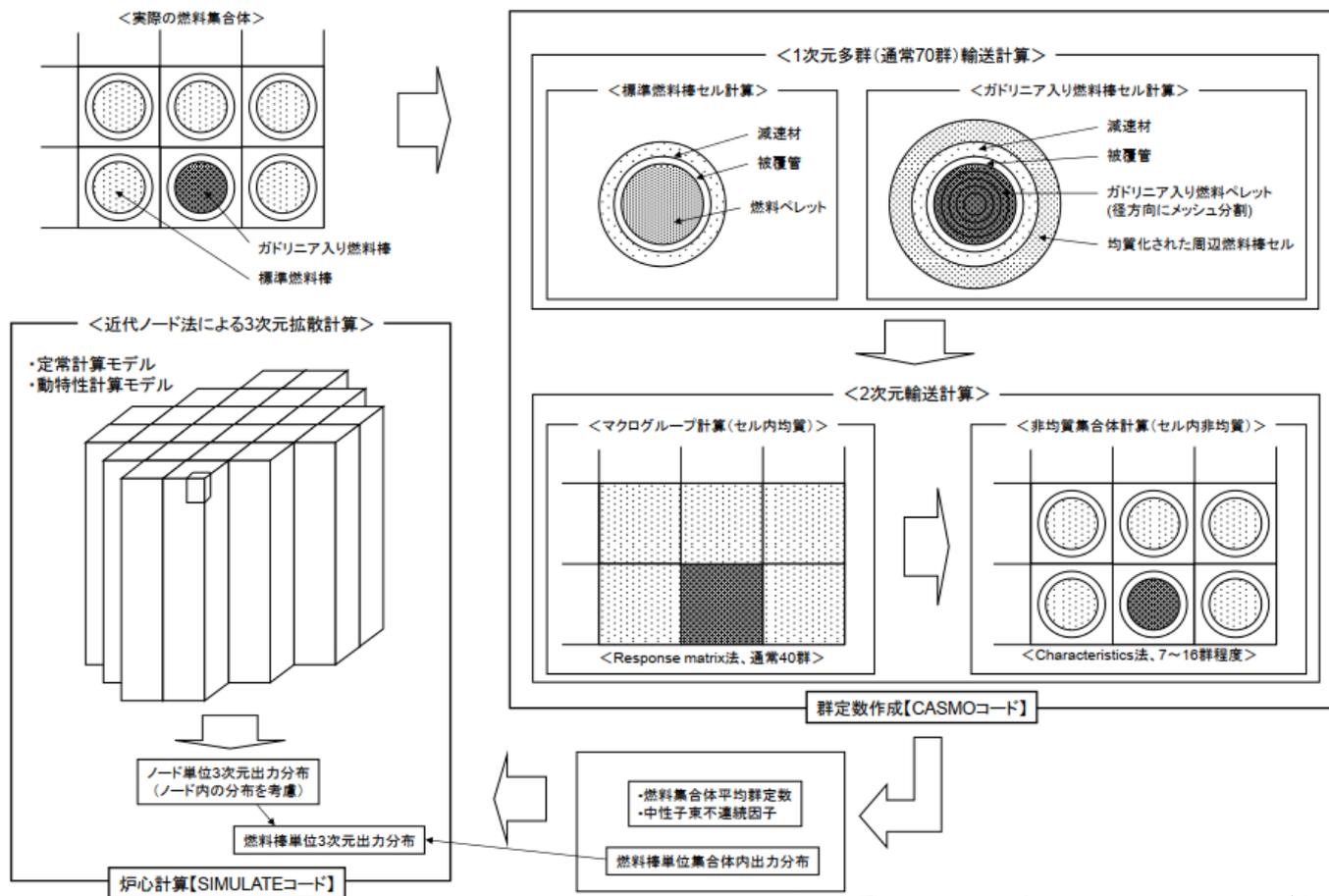


# 序論(1)

---

- 実機の炉心計算手法
  - 燃料セル計算：一次元円筒体系
  - 集合体計算：非均質形状を考慮した二次元計算
  - 炉心計算：均質化した集合体を用いた三次元計算

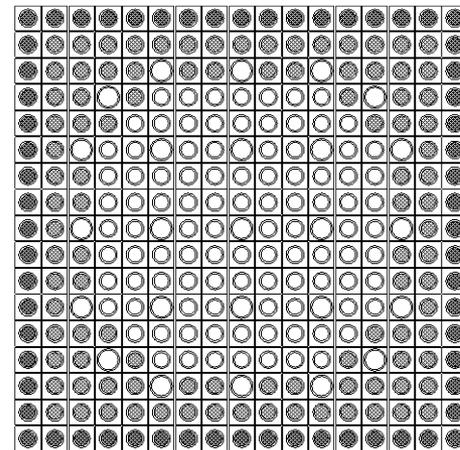
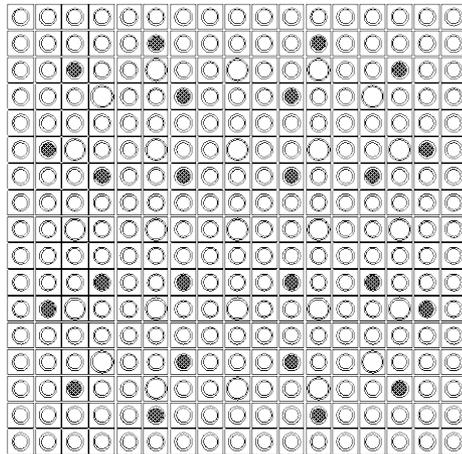
# 序論(2)



PWR における CASMO/SIMULATE コードシステムによる  
 核設計手法と信頼性, NEL, 平成30年  
<https://www2.nsr.go.jp/data/000307505.pdf>

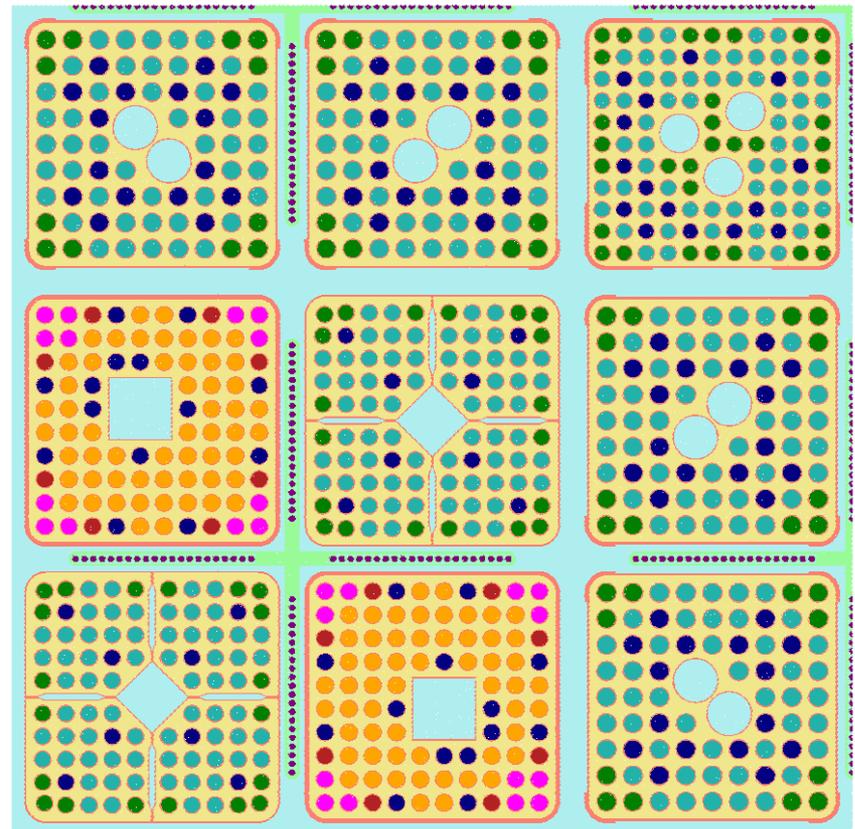
# 序論(3)

- MOX燃料、可燃性毒物を多量に使った高燃焼度燃料など、非均質性の高い燃料設計に対応するため、信頼性の高い核特性解析手法が必要



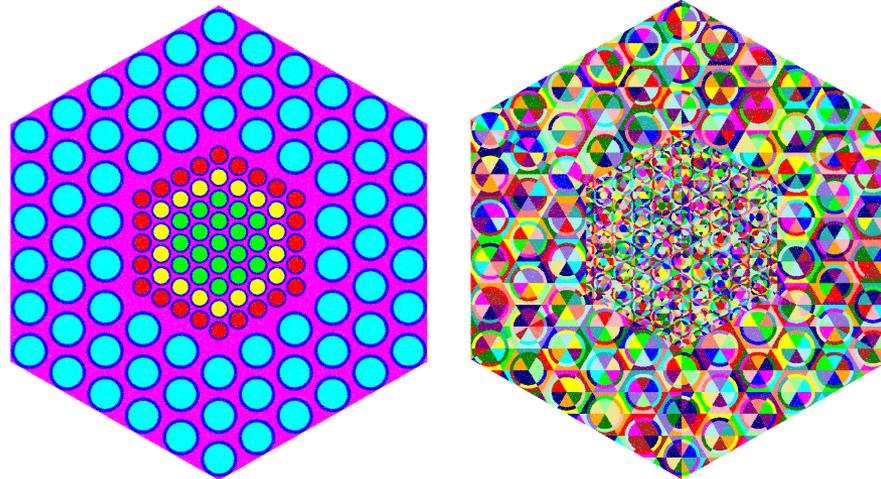
# 序論(4)

- 先進的な軽水炉燃料の設計を行うためにも、汎用的な幾何形状を扱う計算手法が必要



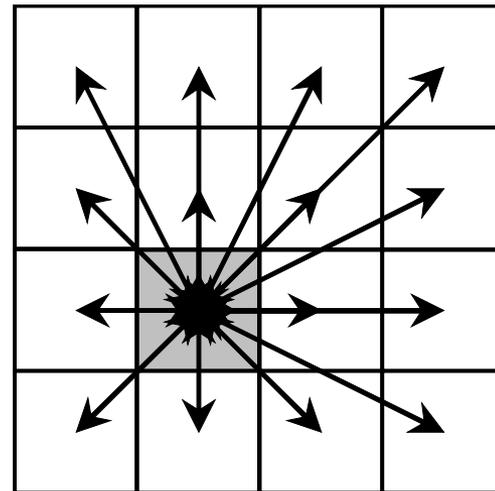
# 衝突確率法の活用は?

- 衝突確率法は、複雑な幾何形状を取り扱い可能
- 衝突確率法では不十分なのか?



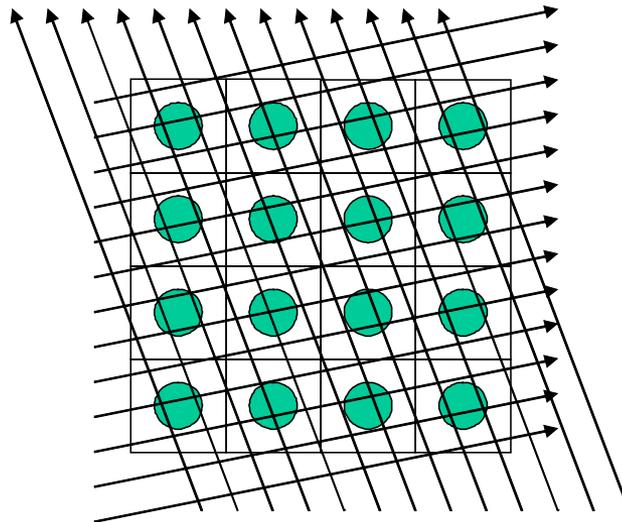
# 衝突確率法の問題点

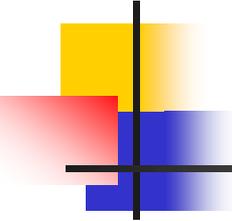
- 衝突確率法は全ての領域間の衝突確率が必要
- 集合体レベル～炉心レベルの幾何形状に対し、衝突確率法を適用することは、計算時間上非現実的
- そのため、MOCが必要となる。



# MOCの概要

- 中性子は特定のエネルギーおよび直線の飛行経路を飛行するグループに分けられる。
- 飛行経路に沿った中性子の生成と消滅が計算される。
- 特定の飛行経路に沿った中性子束が角度中性子束に対応する。





# MOCの簡単な歴史

---

- 1950年代に開発された。主要な適用先は遮蔽解析。
- 1970年代に燃料セル解析への適用
- 1980年代を通じ、MOCはマイナーな輸送計算法であった。衝突確率法、Sn法などが使用されていた。その理由は、計算機能力が低かったことによる。
- 1990年代に入り計算機能力が向上したことにより、脚光を浴び始める。
- 現時点では、集合体計算における主流の輸送計算法として使用されている。

# MOCの理論式

## ■ ボルツマン方程式の微積分形

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

where,

$\vec{r}$  : position,

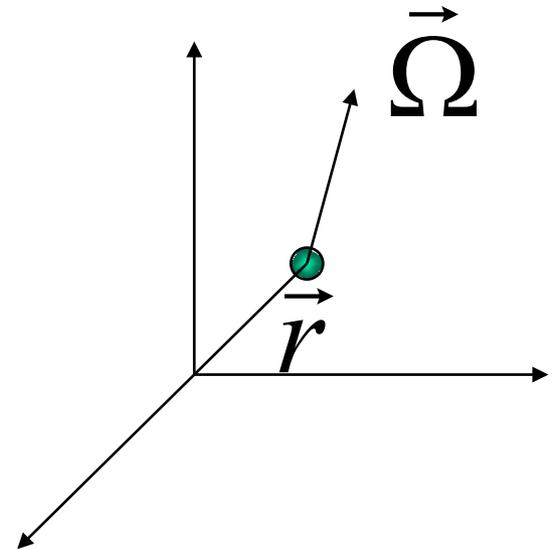
$E$  : energy,

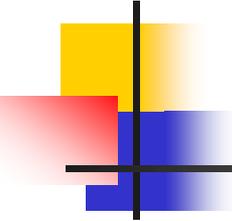
$\vec{\Omega}$  : direction vector,

$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  : angular flux,

$\Sigma_t(\vec{r}, E)$  : macroscopic total cross sections,

$Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  : neutron source.





# MOCの理論式

---

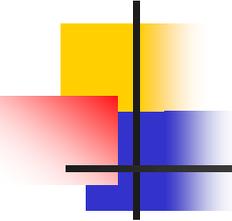
$$\begin{aligned} Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) &= \int_{4\pi} \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi} \int_{4\pi} \int_0^\infty \nu \Sigma_f(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\vec{\Omega}' \\ &+ S(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned}$$

$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$  : scattering cross section

$\chi(E)$  : fission spectrum

$\nu \Sigma_f(\vec{r}, E')$  : production cross section

$S(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$  : external neutron source



# MOCの理論式

---

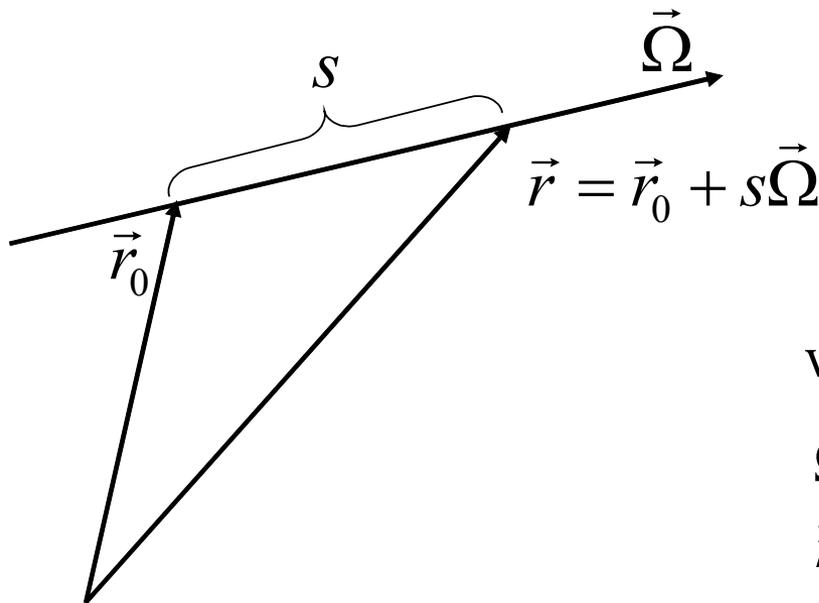
- ボルツマン方程式の微積分形を複雑幾何形状に直接適用することは、微分項の存在のため困難

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

- このため、新しい座標系を導入する

# MOCの定式化

- 新しい座標系(中性子の飛行経路「キャラクタースティクスライン」に沿った座標系)



where,

$\vec{\Omega}$  :neutron flight direction,

$\vec{r}$  :current position,

$\vec{r}_0$  :origin.

# MOCの定式化

## ■ 微分項の取り扱い

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \frac{d\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})}{ds}$$

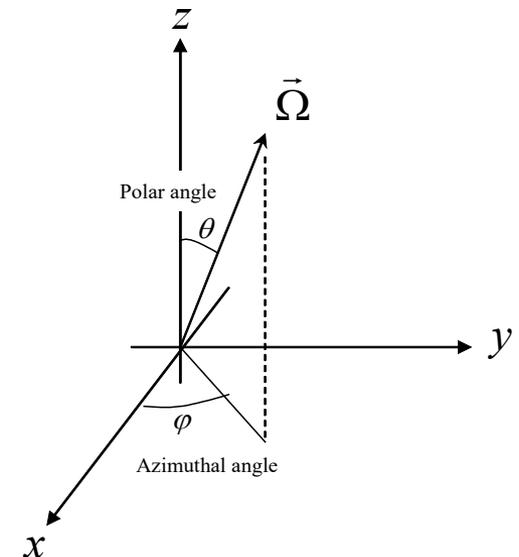
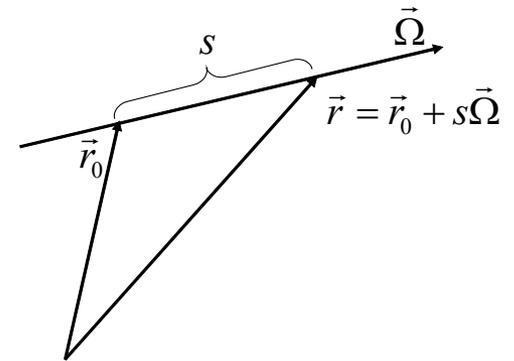
$$\vec{\Omega} = (\sin \theta \cos \omega, \sin \theta \sin \omega, \cos \theta)$$

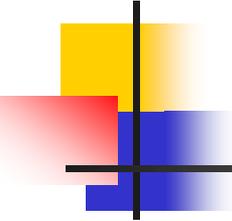
$$\nabla \phi = \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)$$

$$x = x_0 + s \sin \theta \cos \omega$$

$$y = y_0 + s \sin \theta \sin \omega$$

$$z = z_0 + s \cos \theta$$





# MOCの定式化

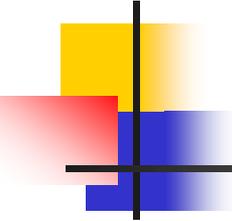
---

- ボルツマン方程式を以下のように変形

$$\vec{\Omega} \cdot \nabla \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E)\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$



$$\frac{d\phi_m(s, E)}{ds} + \Sigma_t(s, E)\phi_m(s, E) = Q_m(s, E)$$



# MOCにおける離散化

---

- エネルギー
  - 中性子エネルギーをグループ化、多群化
- 角度
  - 中性子の飛行方向 Neutron flight direction
- 空間
  - 中性子の飛行経路
  - 領域内で断面積および中性子束分布を一定とする (平坦中性子束分布)

# MOCにおける離散化

- エネルギー離散化

$$\frac{d\phi_m(s, E)}{ds} + \Sigma_t(s, E)\phi_m(s, E) = Q_m(s, E)$$



$$\frac{d\phi_{m,g}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\phi_{m,g}(s) = Q_{m,g}(s)$$

# MOC離散化

- 領域ごとの離散化(平坦断面積、中性子束)

$$\frac{d\phi_{m,g}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g}(s)\phi_{m,g}(s) = Q_{m,g}(s)$$



$$\frac{d\phi_{m,g}(s)}{ds} + \Sigma_{t,g,i}\phi_{m,g}(s) = Q_{m,g,i}$$

# MOCの定式化

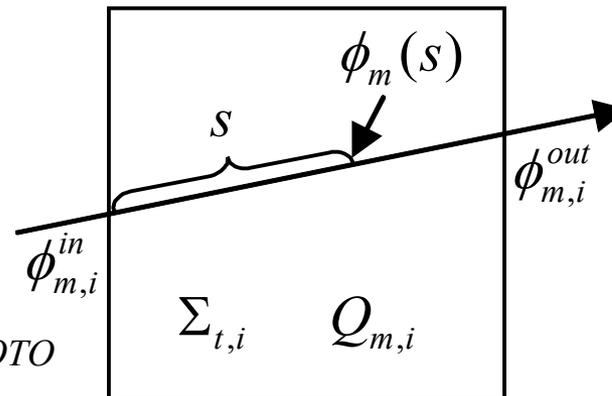
- 基礎となる一階微分方程式

$$\frac{d\phi_m(s)}{ds} + \Sigma_{t,i}\phi_m(s) = Q_{m,i}$$

(エネルギー一群  $g$  は省略)

- 解析解

$$\phi_m(s) = \phi_{m,i}^{in} \exp(-\Sigma_{t,i}s) + \frac{Q_{m,i}}{\Sigma_{t,i}} (1 - \exp(-\Sigma_{t,i}s))$$



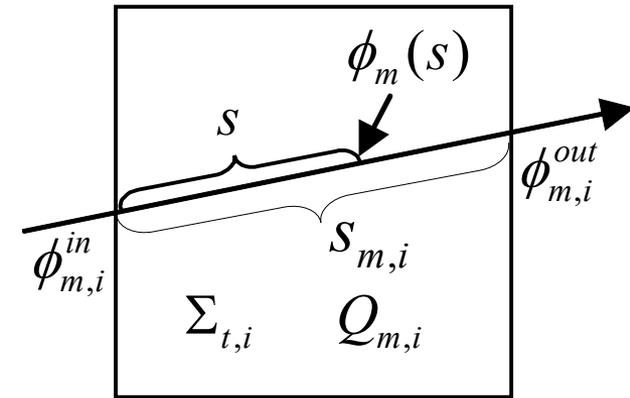
# MOCの定式化

- 特定の飛行経路上の平均角度中性子束

$$\begin{aligned}\phi_{m,i} &= \frac{1}{S_{m,i}} \int_0^{S_{m,i}} \phi_m(s) ds \\ &= \frac{1}{S_{m,i} \Sigma_{t,i}} \left( \phi_{m,i}^{in} - \phi_{m,i}^{out} + Q_{m,i} S_{m,i} \right)\end{aligned}$$

$S_{m,i}$  : length of characteristics line in region i,

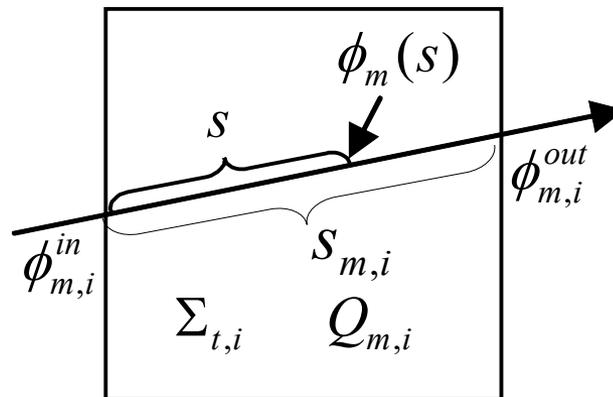
$\phi_{m,i}$  : The average of the angular flux in region i.



# MOCの定式化

- キャラクタリスティクス線上の中性子バランス

$$S_{m,i} \Sigma_{t,i} \phi_{m,i} = \phi_{m,i}^{in} - \phi_{m,i}^{out} + Q_{m,i} S_{m,i}$$



# 一次元・一領域の場合

- 入射角度中性子束を仮定

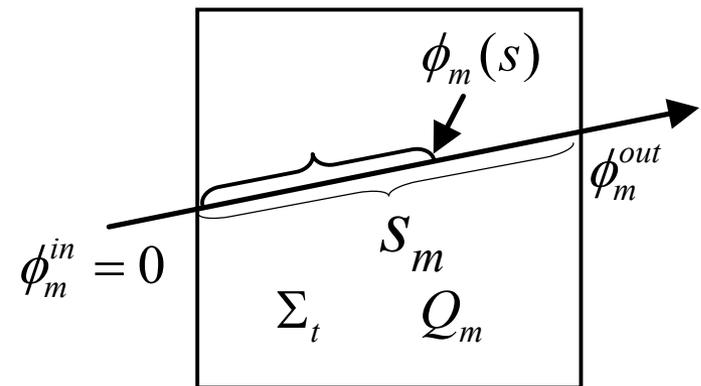
$$\phi_m^{in}$$

- 角度中性子束の空間分布(飛行経路上)

$$\phi_m(s) = \phi_m^{in} \exp(-\Sigma_t s) + \frac{Q_m}{\Sigma_t} (1 - \exp(-\Sigma_t s))$$

- 平均中性子束

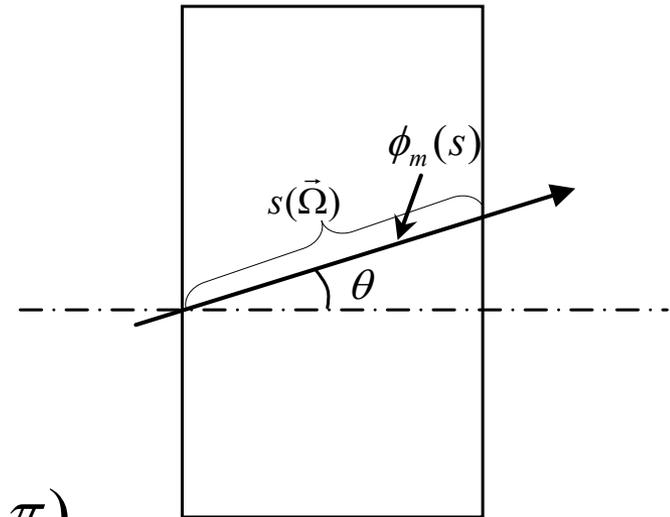
$$\begin{aligned} \bar{\phi}_m &= \frac{1}{S_m} \int_0^{S_m} \phi_m(s) ds \\ &= \frac{\phi_m^{in} - \phi_m^{out} + Q_m S_m}{S_m \Sigma_t} \end{aligned}$$



# 一次元・一領域の場合

## ■ 立体角で積分

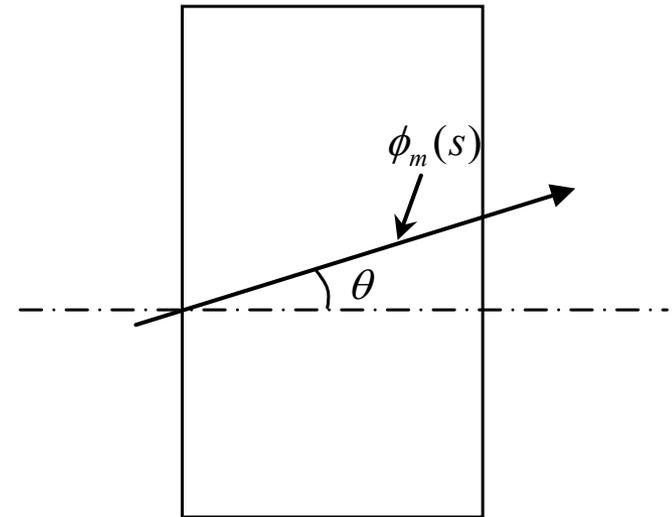
$$\begin{aligned}\bar{\phi} &= \int_{4\pi} \frac{1}{s(\vec{\Omega})} \int_0^{s(\vec{\Omega})} \phi(s, \vec{\Omega}) ds d\vec{\Omega} \\ &= \int_{4\pi} \bar{\phi}(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} \\ &\approx \sum_m \bar{\phi}_m d\Omega_m \\ &= \sum_m \bar{\phi}_m 4\pi \times \frac{\sin \theta_m d\theta_m}{2} \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \\ &= 2\pi \sum_m \bar{\phi}_m \sin \theta_m d\theta_m\end{aligned}$$



# 一次元・一領域の場合

- Gauss-Legendre分点を用いた立体角の積分

$$\begin{aligned}\bar{\phi} &= \int_{4\pi} \frac{1}{s(\vec{\Omega})} \int_0^{s(\vec{\Omega})} \phi(s, \vec{\Omega}) ds d\vec{\Omega} \\ &= \int_{4\pi} \bar{\phi}(\vec{\Omega}) d\vec{\Omega} \\ &\approx 4\pi \sum_m \bar{\phi}_m \frac{d\omega_m}{2} \\ &= 2\pi \sum_m \bar{\phi}_m d\omega_m\end{aligned}$$



# 一次元・一領域の場合

## ■ 極角方向の角度分点(例:6分点)

### ■ 等角度分点

m	$\theta(\text{degree})$	$\theta(\text{rad})$	$\sin\theta$	$d\theta$	$\sin\theta d\theta$	$\sin\theta d\theta(\text{normalized})$
1	15	0.2618	0.2588	0.5236	0.1355	0.1340
2	45	0.7854	0.7071	0.5236	0.3702	0.3660
3	75	1.3090	0.9659	0.5236	0.5058	0.5000
4	105	1.8326	0.9659	0.5236	0.5058	0.5000
5	135	2.3562	0.7071	0.5236	0.3702	0.3660
6	165	2.8798	0.2588	0.5236	0.1355	0.1340

### ■ Gauss-Legendre分点

m	$\theta(\text{degree})$	$\theta(\text{rad})$	$\omega$
1	21.2	0.3696	0.1713
2	48.6	0.8484	0.3608
3	76.2	1.3299	0.4679
4	103.8	1.8117	0.4679
5	131.4	2.2932	0.3608
6	158.8	2.7720	0.1713

# 一次元・一領域の場合

## ■ 境界条件を使って角度中性子束を更新

- 真空境界条件

$$\phi_m^{in} = 0$$

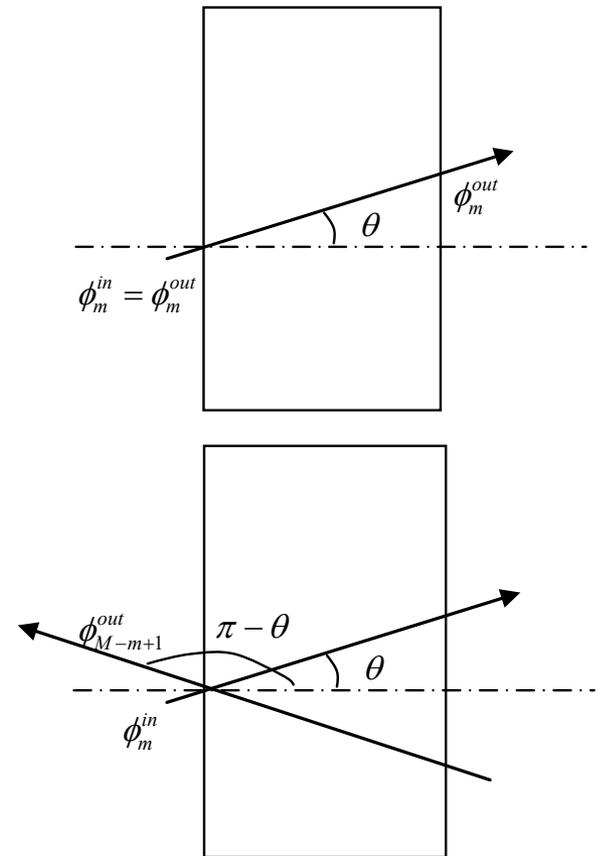
- 周期境界条件

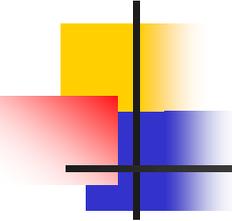
$$\phi_m^{in} = \phi_m^{out}$$

- 反射境界条件

$$\phi_m^{in} = \phi_{M-m+1}^{out}$$

M: number of polar angle divisions





# 中性子源の更新

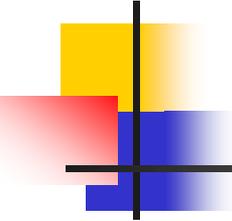
---

- 等方散乱の場合

$$Q_{i,g} = \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{i,g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{i,g'}$$

- ある角度方向

$$Q_{m,i,g} = \frac{1}{4\pi} Q_{i,g}$$



# 一次元・一領域の場合(計算手順)

---

- 計算手順

- (1) 入射角度中性子束を評価
- (2) 角度 $m$ 方向の平均中性子束を評価
- (3) 平均全中性子束を評価
- (4) 自群散乱源を更新
- (5) (1)から(4)を複数回反復 (内部反復)
- (6) 核分裂源と他のエネルギー一群からの散乱中性子源を更新
- (7) (1)から(6)を収束するまで実施

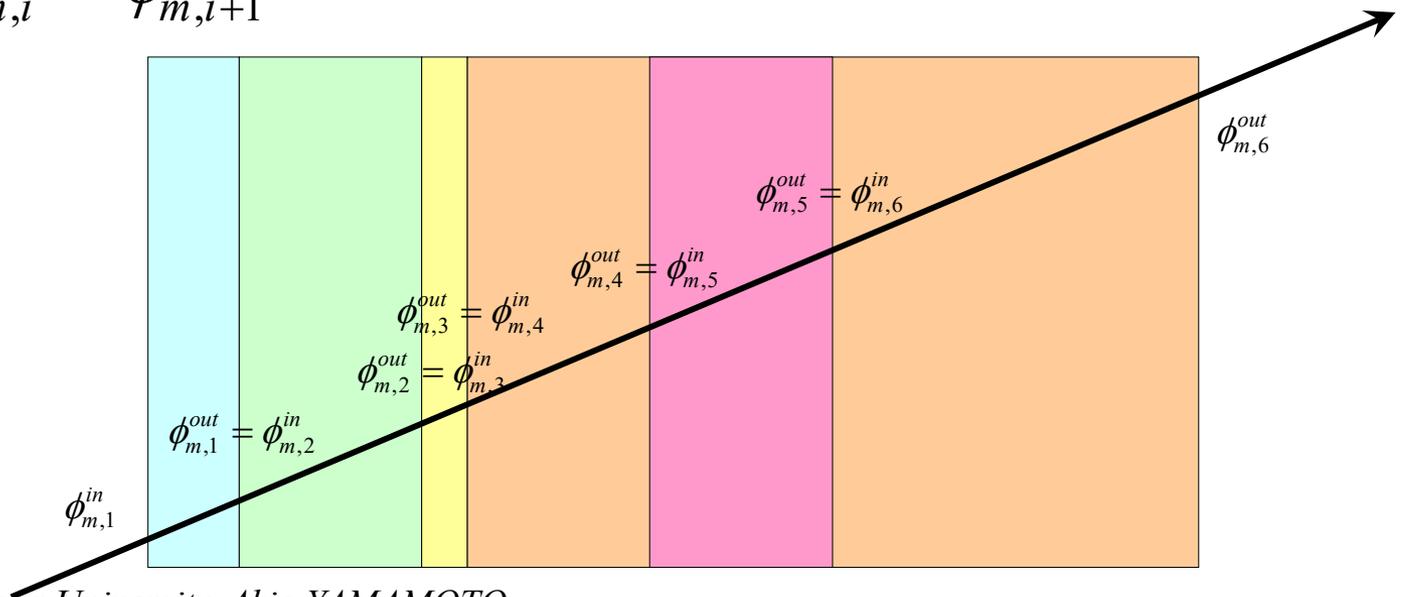
# 一次元・多領域への適用

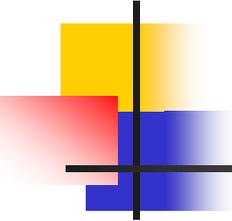
- ある領域の角度中性子束分布

$$\phi_{m,i}(s) = \phi_{m,i}^{in} \exp(-\Sigma_{t,i} s_{m,i}) + \frac{Q_{m,i}}{\Sigma_{t,i}} (1 - \exp(-\Sigma_{t,i} s_{m,i}))$$

- 角度中性子束の連続性

$$\phi_{m,i}^{out} = \phi_{m,i+1}^{in}$$





# 一次元・多領域への適用

---

- 極角分点の選択
  - 一領域の場合と同じ
- 各領域での平均角度中性子束を評価
  - 一領域の場合と同じ
- 各領域で平均全中性子束を評価
  - 一領域の場合と同じ

# 一次元・多領域への適用

## ■ 境界条件、角度中性子束の更新

- 真空境界条件

$$\phi_{m,1}^{in} = 0$$

- 周期境界条件

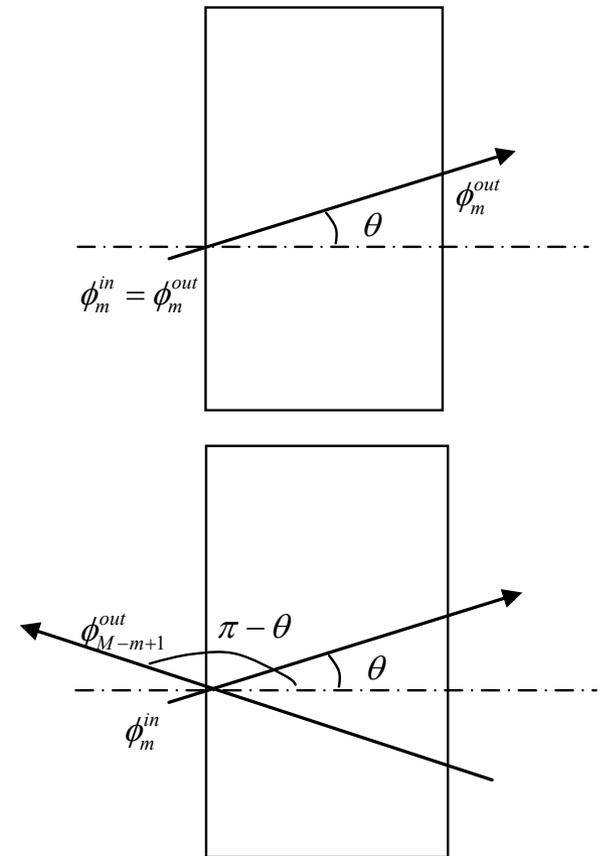
$$\phi_{m,1}^{in} = \phi_{m,N}^{out} \quad N: \text{number of regions}$$

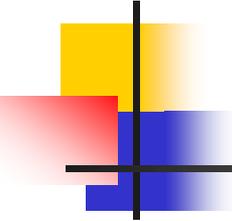
- 反射境界条件

$$\phi_{m,1}^{in} = \phi_{M-m+1,1}^{out}$$

$$\phi_{m,N}^{in} = \phi_{M-m+1,N}^{out}$$

M: number of polar angle divisions





# 一次元・多領域への適用

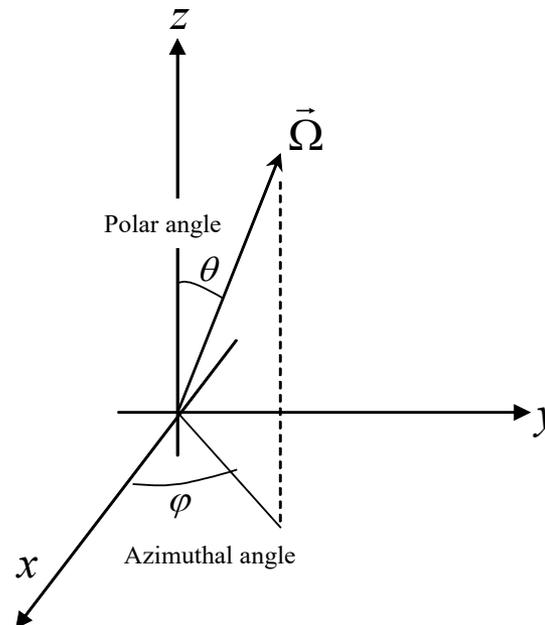
---

- 計算手順

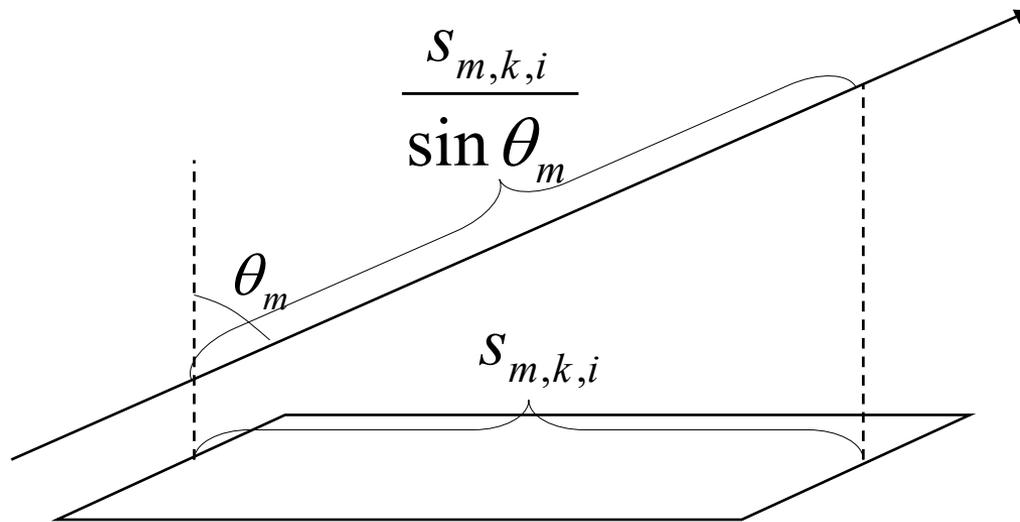
- (1) 入射角度中性子束を評価
- (2) 各領域において、飛行方向 $m$ の平均角度中性子束を評価
- (3) 各領域において、平均全中性子束を評価
- (4) 各領域において、自群散乱中性子源を更新
- (5) (1)から(4)を反復 (内部反復)
- (6) 核分裂中性子源と他のエネルギー群からの散乱中性子源を更新
- (7) (1)から(6)を収束まで反復

# 二次元への拡張 角度の取り扱い

- 中性子の飛行方向は方位角と極角で表現される
  - 一次元平板体系は極角方向のみ
- 方位角と極角を離散化



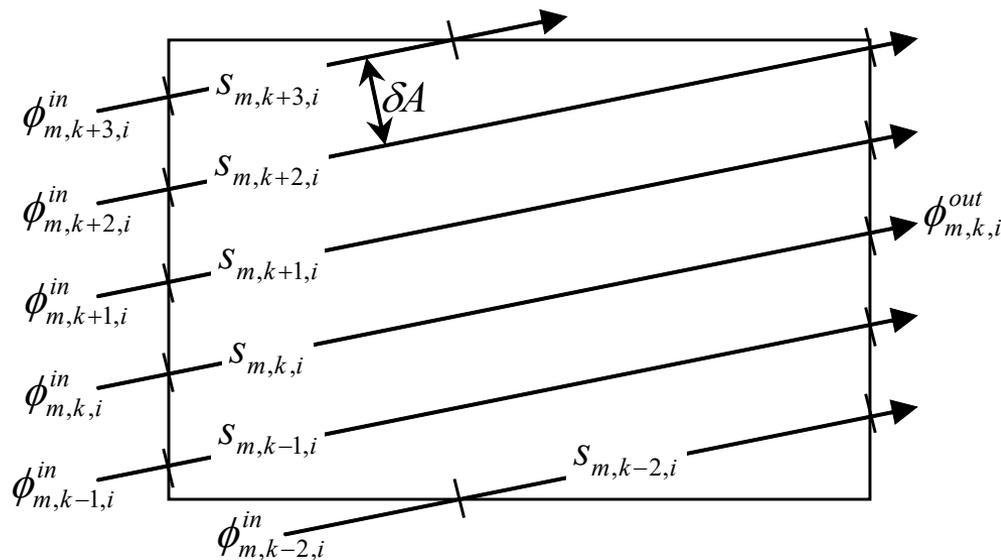
# 二次元体系のレイトレース

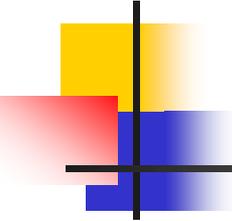


# 二次元体系への適用

- ライン k, 方向 m, 領域 i における角度中性子束

$$\phi_{m,k,i}(s) = \phi_{m,k,i}^{in} \exp\left(-\Sigma_{t,i} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right) + \frac{Q_{m,i}}{\Sigma_{t,i}} \left(1 - \exp\left(-\Sigma_{t,i} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m}\right)\right)$$





## 二次元体系への適用

- ライン k (飛行方向 m, 領域 i)における平均角度中性子束

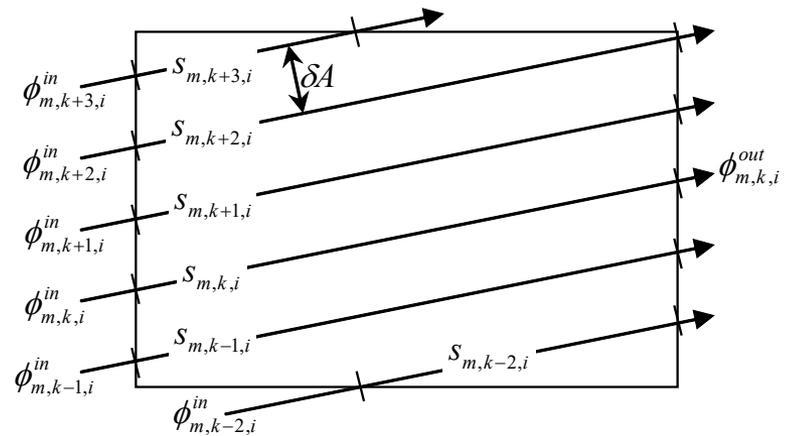
$$\bar{\phi}_{m,k,i} = \frac{\sin \theta_m}{S_{m,k,i}} \int_0^{S_{m,k,i} / \sin \theta_m} \phi_{m,k,i}(s) ds$$

$$= \frac{\phi_{m,k,i}^{in} - \phi_{m,k,i}^{out} + Q_{m,i} \frac{S_m}{\sin \theta_m}}{\frac{S_m}{\sin \theta_m} \Sigma_{t,i}}$$

# 二次元体系への適用 領域平均中性子束

## ■ 平均角度中性子束

$$\bar{\phi}_{m,i} = \frac{\sum_k \bar{\phi}_{m,k,i} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A}{\sum_k \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A}$$



## ■ 平均全中性子束

$$\bar{\phi}_i = 4\pi \sum_m w_m \bar{\phi}_{m,i} = 4\pi \sum_m w_m \frac{\sum_k \phi_{m,k,i} \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A}{\sum_k \frac{S_{m,k,i}}{\sin \theta_m} \delta A}$$

$w_m$  =: angular quadrature weight ... described latter

# 二次元体系への適用 領域ごとの中性子源

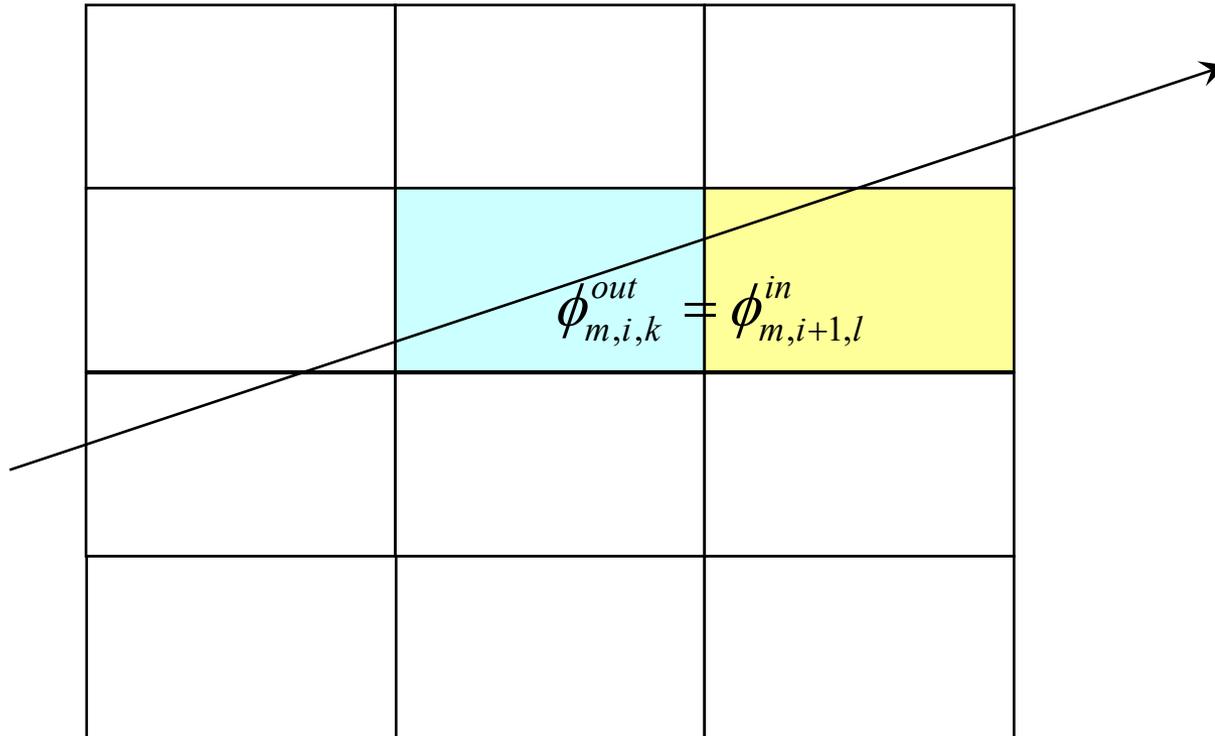
- 等方散乱を仮定した場合

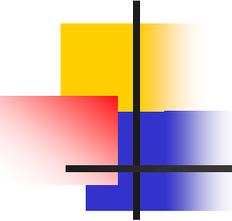
$$Q_{i,g} = \sum_{g'} \Sigma_{s,g' \rightarrow g,i} \phi_{i,g'} + \frac{\chi_g}{k_{eff}} \sum_{g'} \nu \Sigma_{f,g',i} \phi_{i,g'}$$

- ある角度方向に注目して

$$Q_{m,i,g} = \frac{1}{4\pi} Q_{i,g}$$

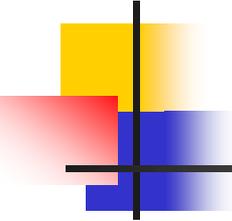
# 二次元体系への適用 反復方法





# 二次元体系 計算手順

- (1) 境界の領域において、入射角度中性子束を評価
- (2) 各キャラクターリスティクスライン上で、各領域における流出角度中性子束を評価
- (3) 各キャラクターリスティクスライン上で、各領域における平均角度中性子束を評価
- (4) 各領域における平均角度中性子束を評価
- (5) 各領域における平均全中性子束を評価
- (6) 各領域における自群散乱中性子源を更新
- (7) (1)-(6)を複数回反復 (内部反復)
- (8) 核分裂中性子源と他のエネルギー源からの散乱中性子源を更新 (外部反復)
- (9) (1)-(8)を収束するまで繰り返し



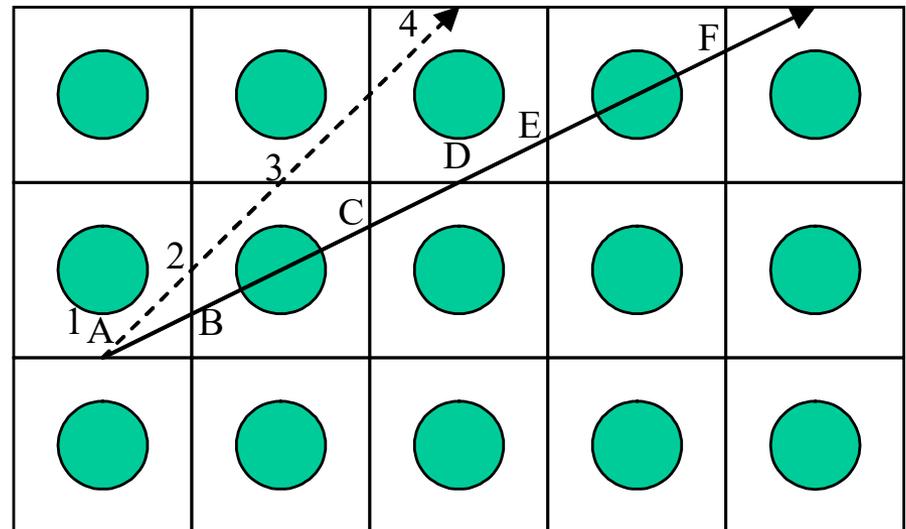
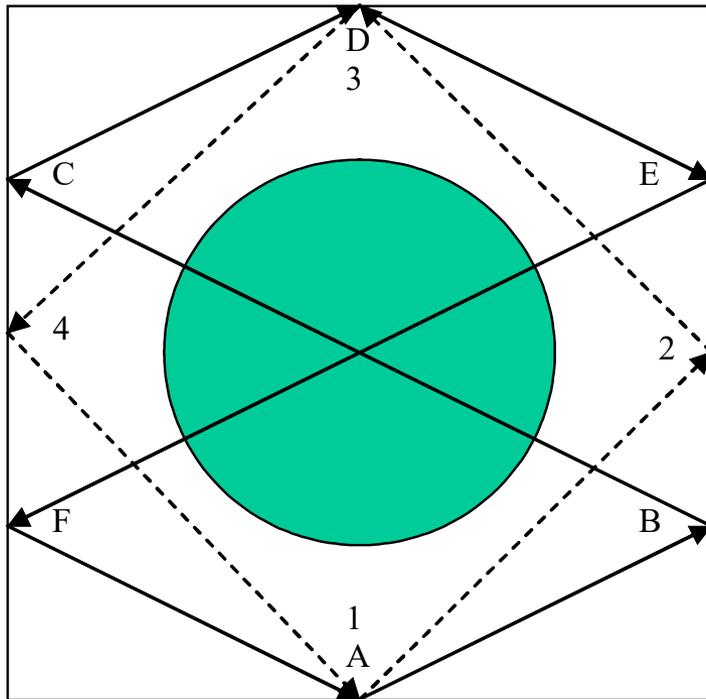
# レイトレース法

---

- レイトレース(飛行経路)に沿って中性子のバランスが計算される
- レイトレースの引き方と密度が計算精度に影響を与える
- レイトレースの引き方は、境界条件の設定と密接に関連

# レイトレース法 サイクリック・トラッキング

- CACTUS trackingとも言われる

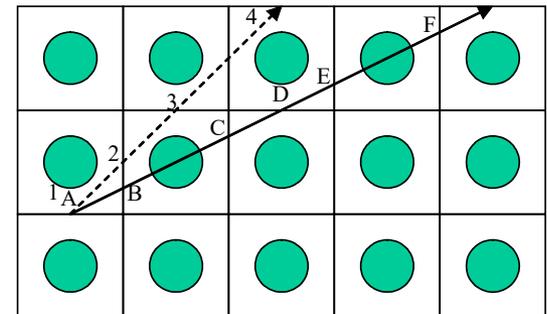


# レイトレース法 サイクリック・トラッキング

- 正確(レイトレース間の接続で近似なし)
- 反射、周期、回転境界条件のみに対応可能
- 正方形、長方形、三角形、六角形など、平面を同一形状で埋め尽くすことが可能な形状のみ
- 方位角方向の設定は以下の制約を受ける

$$\varphi = \tan^{-1} \left( \frac{N_y \Delta y}{N_x \Delta x} \right)$$

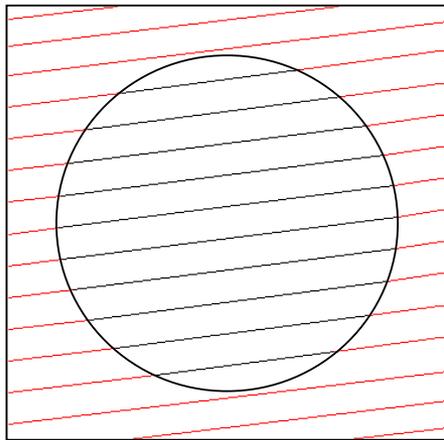
$N_x, N_y$  : arbitrary positive integer,



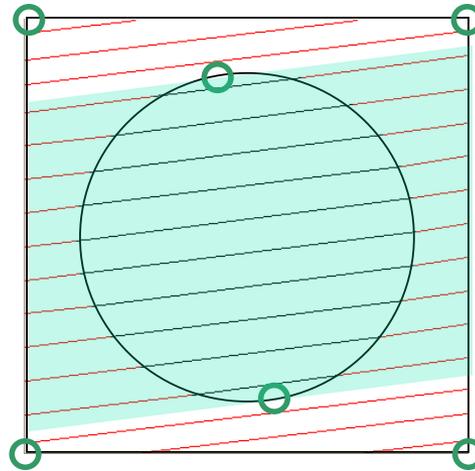
$\Delta x, \Delta y$  : size of rectangular cell in x and y direction.

# レイトレース法 マクロバンド法

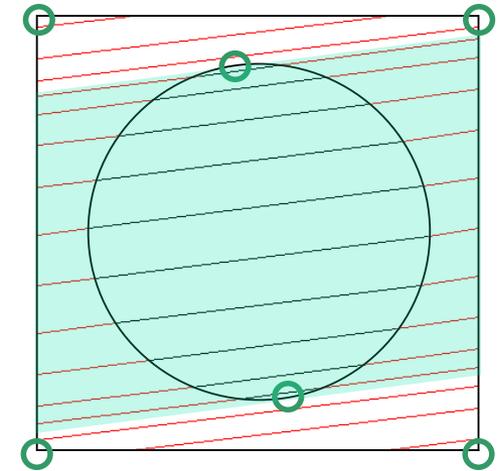
- 幾何的な不連続性を考慮することが可能
- 不等間隔のレイトレースにより精度向上可能



Equidistant



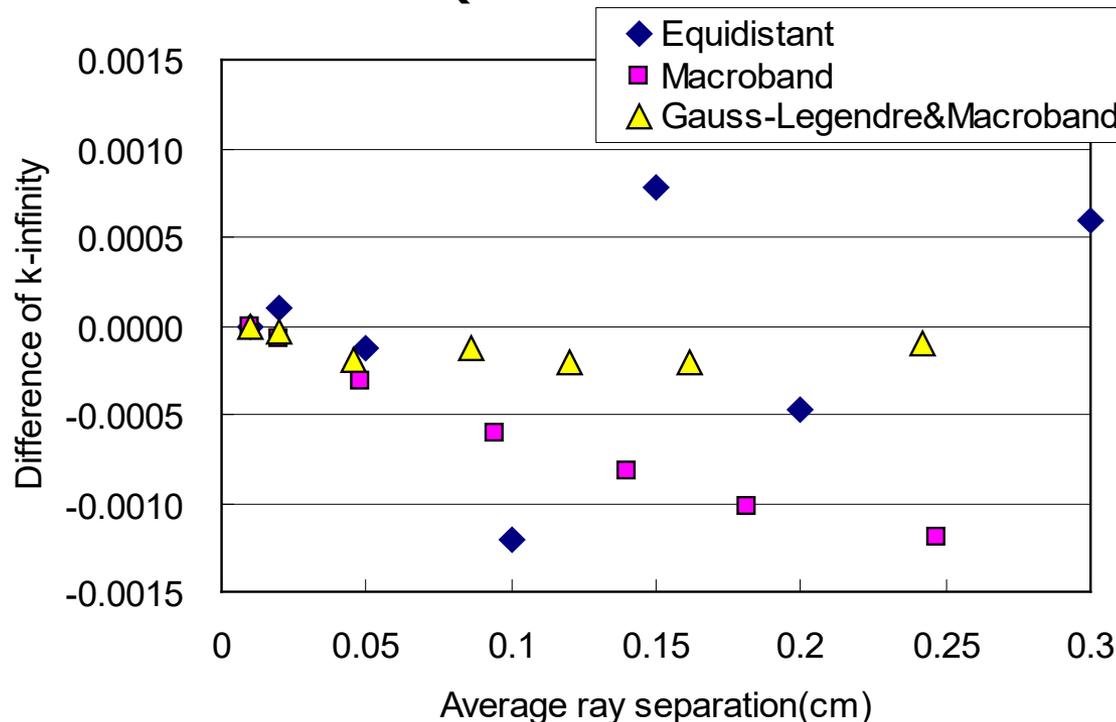
Conventional  
macroband



Gauss-Legendre  
macroband

# レイトレース法 マクロバンド法

- MOX燃料セル計算におけるレイトレース幅と無限増倍率の関係(マクロバンド法の精度が良い)



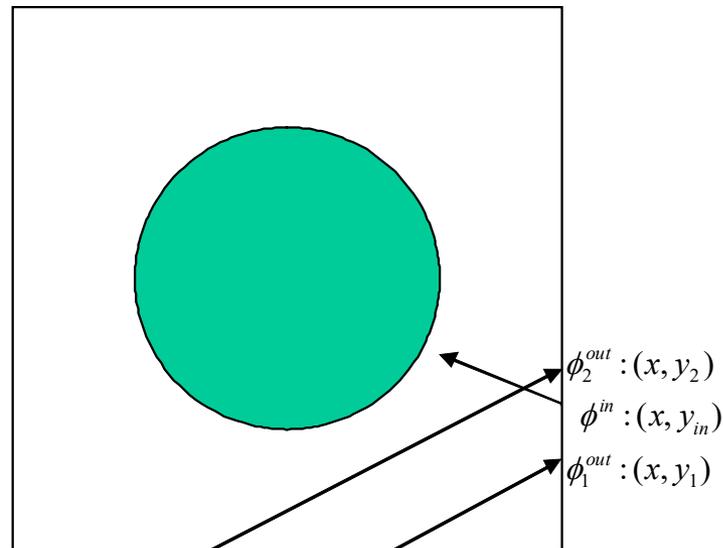
# レイトレース法

## 長所と短所

- 等間隔レイトレース＋サイクリック・トラッキング
  - 領域境界における角度中性子束の内挿誤差がない
  - 離散化誤差が大きい
- マクロバンド法
  - 離散化誤差が小さい
  - 領域境界における角度中性子束の内挿により精度が悪化する

# 領域境界の角度中性子束の取扱 内挿

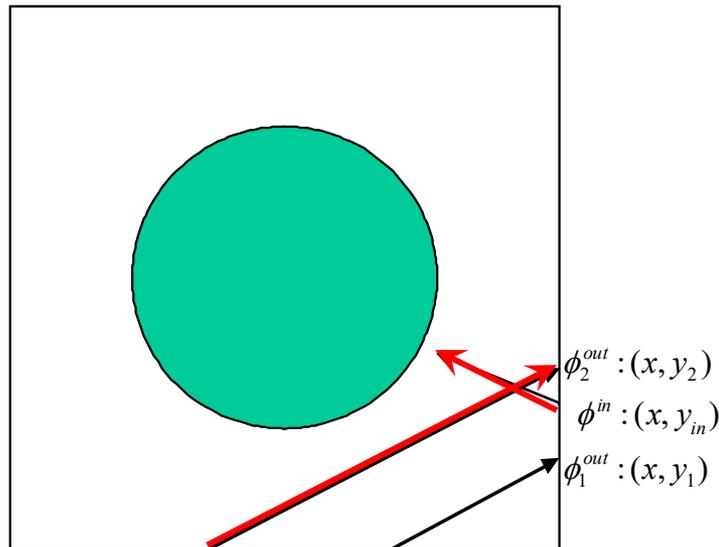
- 角度中性子束を内挿する(内挿誤差発生、内挿のための計算時間が必要)
- 領域の形状及び方位角方向に制約条件なし



# 領域境界の角度中性子束の取扱

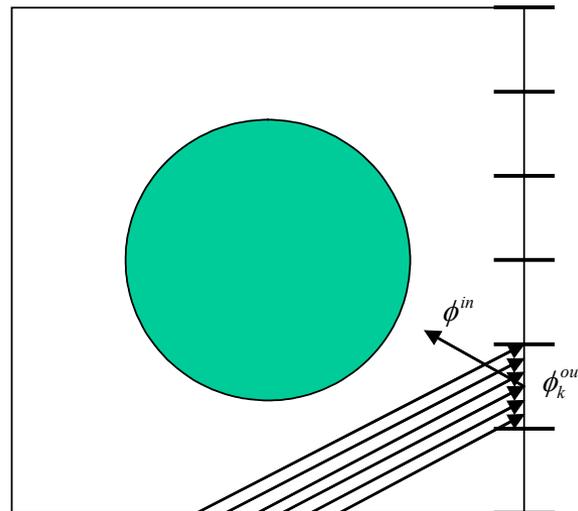
## Closest ray transfer

- 最も近いレイトレースの角度中性子束をそのまま使用する(近似誤差大、計算時間小)



# 領域境界の角度中性子束の取扱 領域端での平均

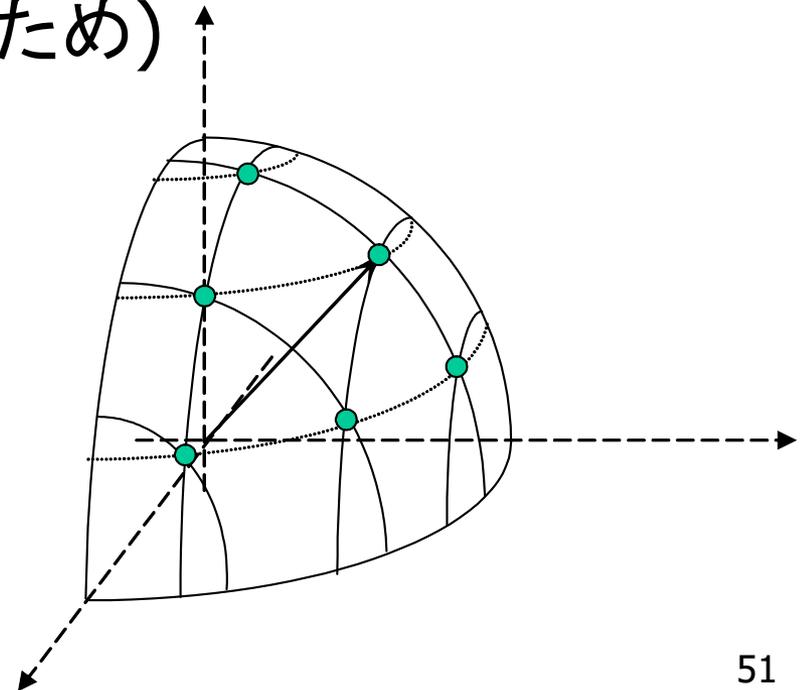
- 領域端をセグメントに分割
- セグメントから流出する角度中性子束を平均
- 反射境界条件だけではなく、白色境界条件などを取り扱い可能



# 角度離散化:

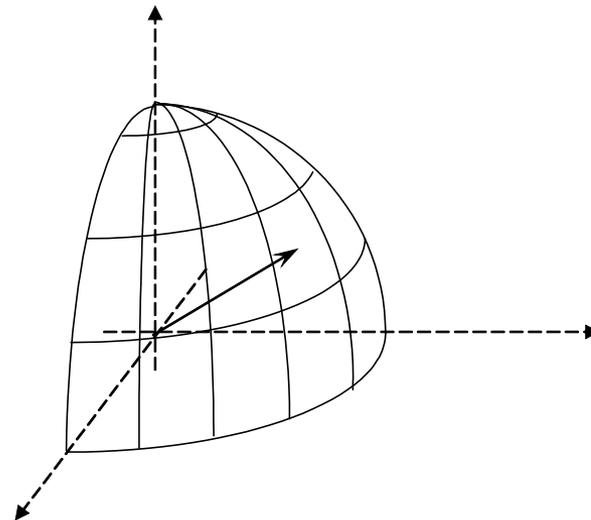
## レベルシンメトリック分点

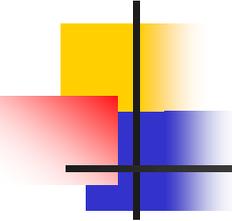
- 従来からSn法で使用されてきた
- MOCに使用可能であるが、レイトレースを効率的に行うことが出来ない(理由:分点毎にXY平面上のレイトレースが変わるため)



# 角度離散化: 等方位角分割

- 全極角方向について、方位角方向の分割を同一とする
- MOCでは一般的に用いられる角度分割(理由: 全ての方位角方向において、同一のレイトレース情報を用いることが出来るため)



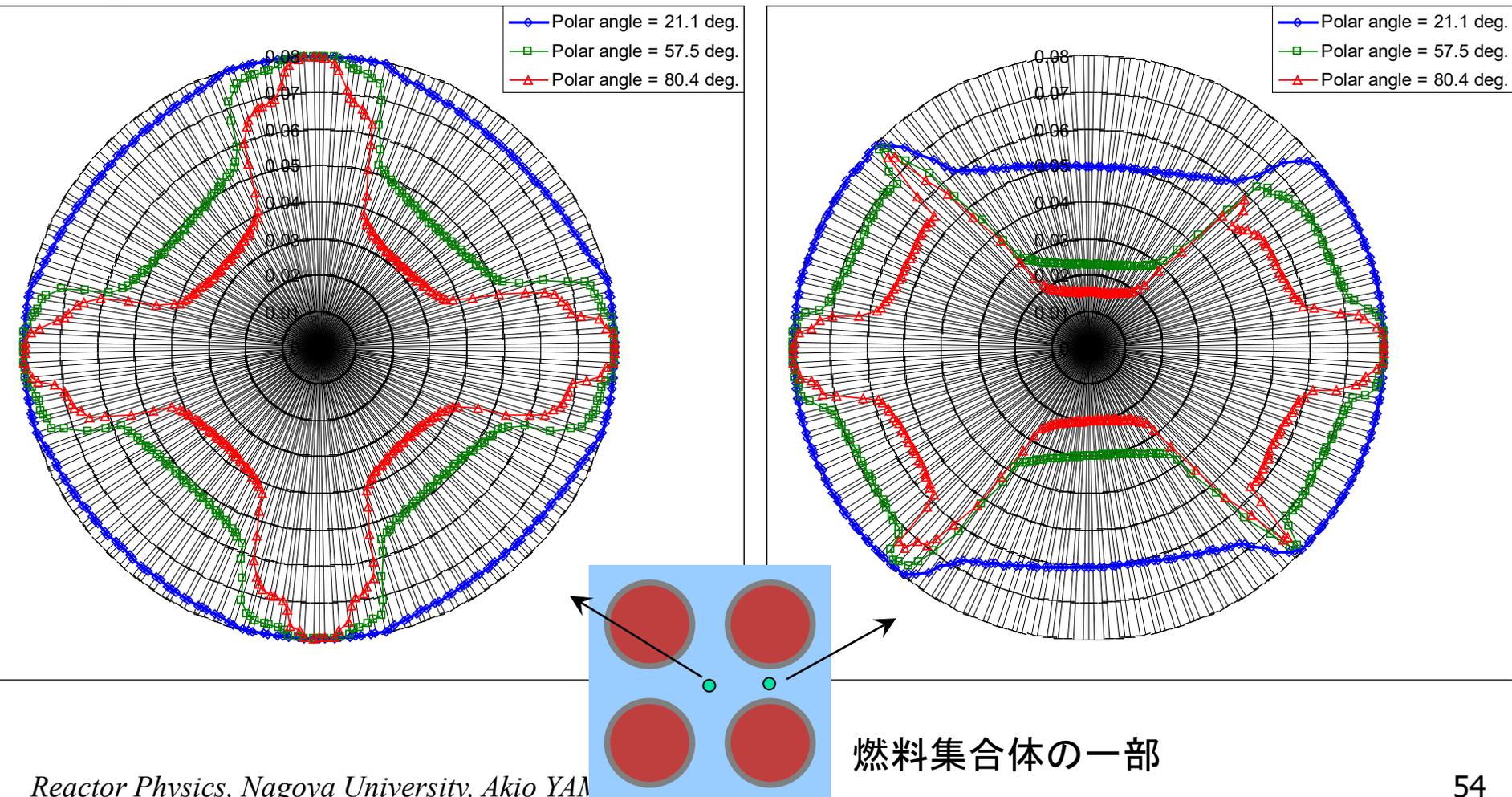


# 角度離散化： 方位角方向の詳細分割

---

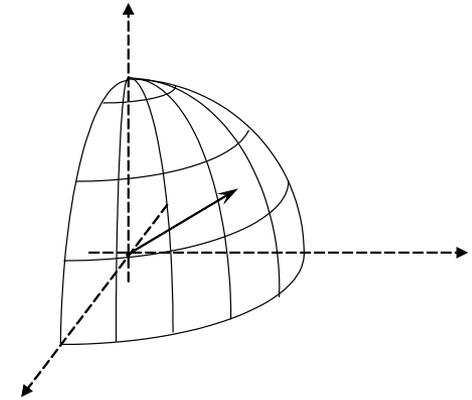
- 非均質燃料セルにおける角度中性子束の方位角方向の分布は非常に複雑
- 従って、方位角方向については、詳細な分割が必要になる。一般的には、方位角方向( $360^\circ$ )を32～128程度に分割する

# 方位角離散化: 非均質セルにおける角度中性子束



# 角度離散化: 極角分割

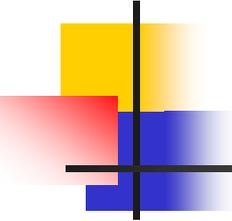
- 等極角分割
  - 角度を等分割
  - 単純であるが、強吸収体などが存在する場合、多数の分割が必要
- 等極角重み分割
  - 立体角の重み( $\sin \theta$ 、 $\theta$ はz軸からの角度)が同じになるよう分割
  - 等極角分割より精度は良いが、多数の分割が必要
- Gauss-Legendre分点
  - 上記の等分割より遙かに精度は高い



# 極角分割: GL分点

分点数	$\sin \theta$ *)	w
1	0.81649658	1.00000000
2	0.50837413	0.34785485
	0.94043229	0.65214515
3	0.36124868	0.17132449
	0.75020140	0.36076157
	0.97111322	0.46791394

\*)  $\theta$ はz+軸からの角度



# 極角分割: MOC専用の分点

---

- 最適極角分点セット
  - Tabuchi-Yamamoto (TY)分点

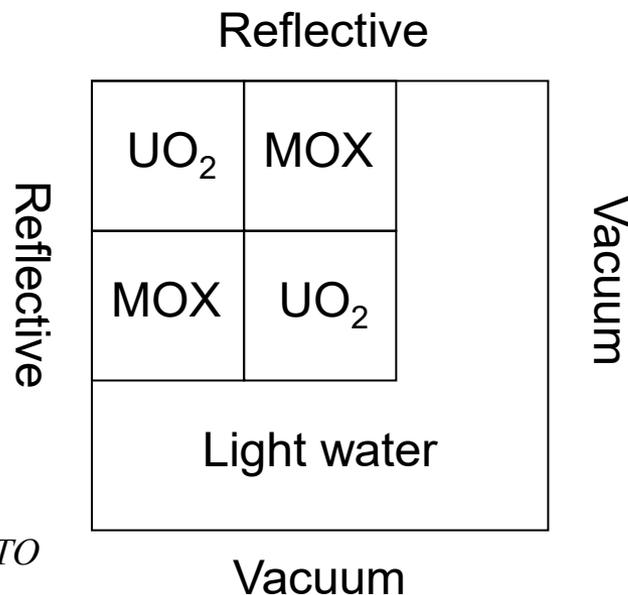
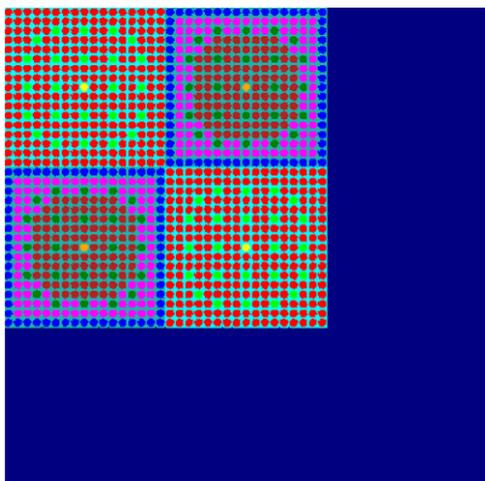
A. Yamamoto, M. Tabuchi, *J. Nucl. Sci. Technol.*, **44**, 129 (2007).

<https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/18811248.2007.9711266?needAccess=true>

- Leonard分点

# 極角分点の性能 (C5G7 benchmark problem)

- C5G7 benchmark problem
- エネルギー群 : 7 groups
- レイトレース法 : Macroband method
- レイトレース幅 :  $\leq 0.05$  cm
- 方位角分割数( $360^\circ$ ) : 64
- 参照解 : GL16分点



# 極角分点の性能 (C5G7 benchmark problem)

Relative differences for  $N_{\text{polar}} = 2$  (reference : GL16)

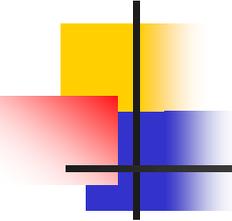
Method	k-effective	Pin-by-pin fission rate	
		RMS	Maximum
Uniformly Distributed UD	-0.330%	1.260%	4.469%
Gauss-Legendre GL	-0.011%	0.163%	0.341%
Leonard Optimum LO	0.097%	0.431%	1.171%
Tabuchi Yamamoto TY	-0.004%	0.074%	0.143%

 TY\_OPT2は GL4と同等

Relative differences for  $N_{\text{polar}} = 3$  (reference : GL16)

Method	k-effective	Pin-by-pin fission rate	
		RMS	Maximum
Uniformly Distributed UD	-0.160%	0.582%	2.141%
Gauss-Legendre GL	-0.011%	0.082%	0.159%
Leonard Optimum LO	0.022%	0.083%	0.230%
Tabuchi Yamamoto TY	-0.001%	0.003%	0.010%

 TY\_OPT3は GL12と同等



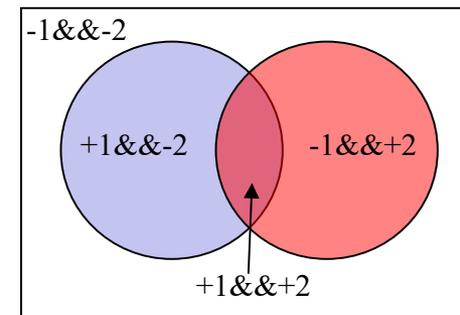
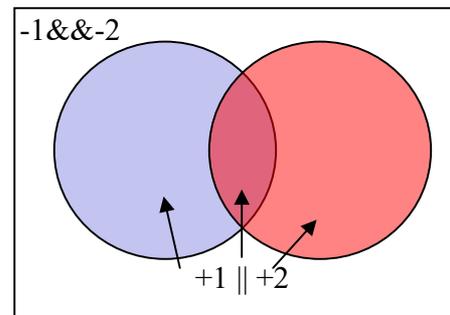
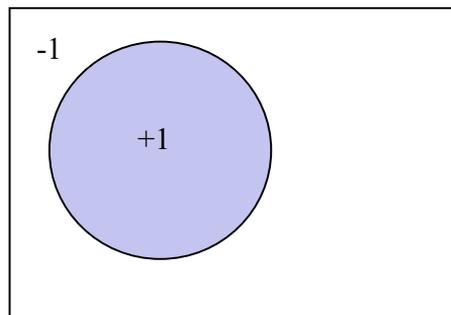
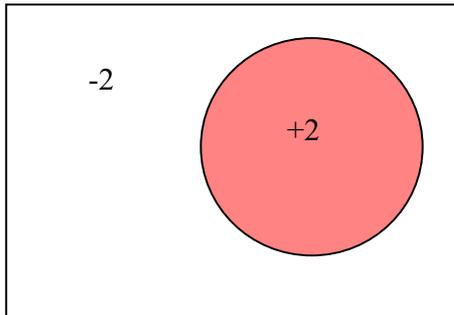
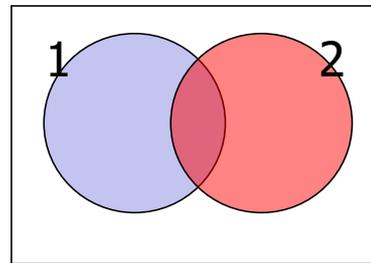
# 幾何形状の表現

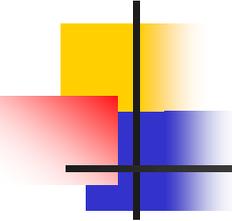
---

- MOCの特長の一つは、幾何形状表現の自由度
- 複雑な幾何形状を表し得る入力方法が必要
- 候補としては:
  - 組み合わせ幾何形状(Combinatorial geometry)
  - 表面幾何形状(Surface geometry)
  - Factorial geometry
  - R-function solid modeler

# 幾何形状: 組み合わせ幾何形状

- 複雑な幾何形状を基礎的な幾何形状(primitive)の組み合わせとして表現





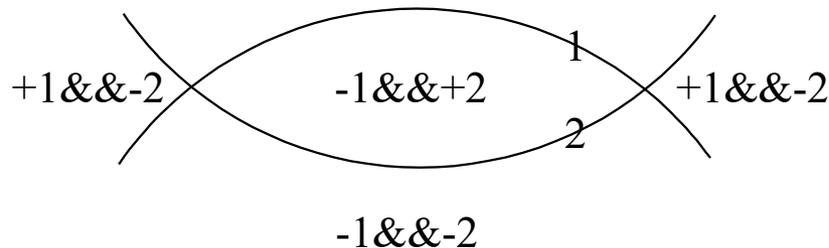
# 幾何形状: 組み合わせ幾何形状

- モンテカルロコードで一般的に使用されている。  
MVP, KENOなど。
- Primitiveの例

Type	Description
RPP	Rectangular parallelepiped
CYL	Cylinder
RCC	Cylinder in arbitrary direction
SPH	Sphere
BOX	Parallelepiped
WED	Wedge
ARB	Arbitrary polyhedron with 4, 5 or 6 faces

# 幾何形状: 表面幾何形状

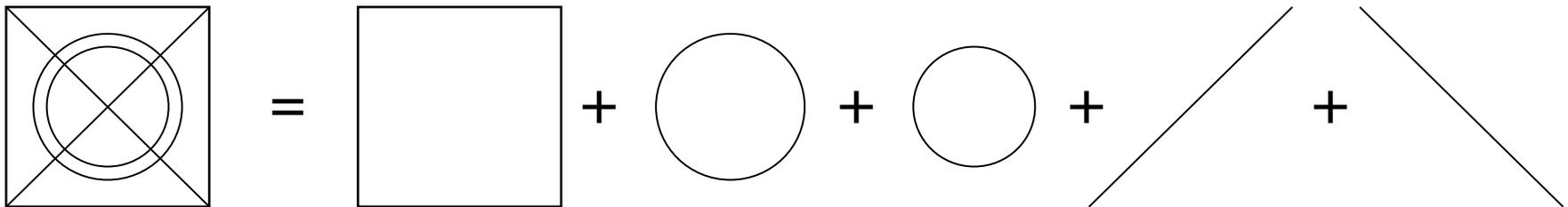
- 幾何形状を表面の組み合わせで表現
- モンテカルロコードのMCNPなどで使用
- 柔軟であるが、多くの入力を必要とする。
  - 例えば、直方体を表すのにPrimitiveなら1つ、surfaceなら6つ必要



# 幾何形状:

## Factorial geometry

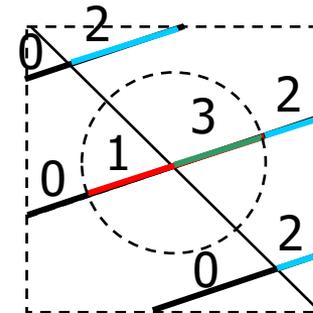
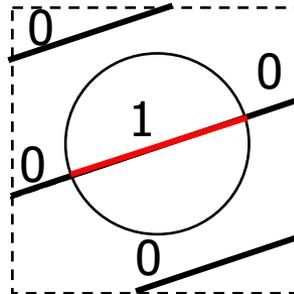
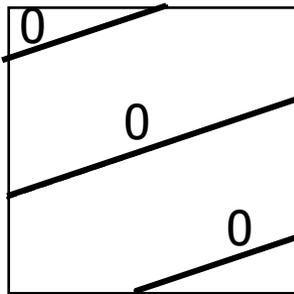
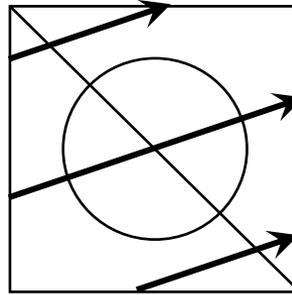
- 長方形、円、楕円、直線、二次曲線などの任意の組み合わせを使用可能
- Factorial geometry法は、複雑な幾何形状に対し組み合わせ幾何形状より使用しやすい
  - 組み合わせ幾何形状は、全ての領域を明示的に指定する必要があるが、FG法では、領域を自動的に割り振り可能



# 幾何形状:

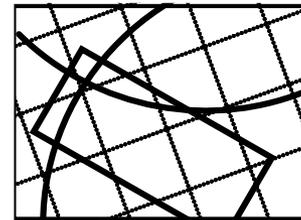
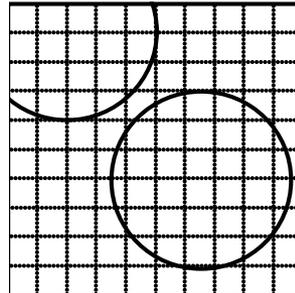
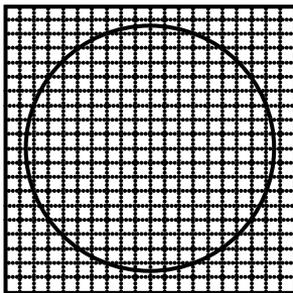
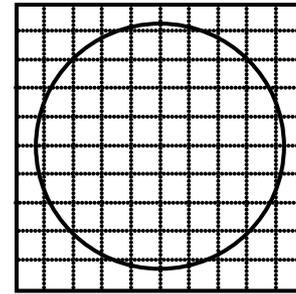
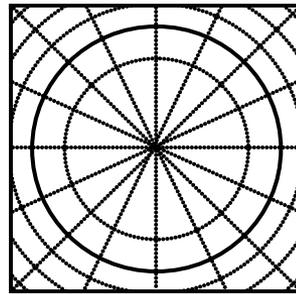
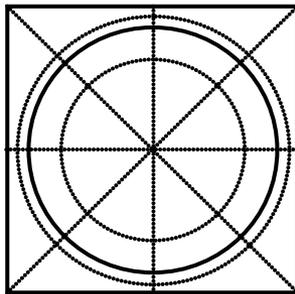
# Factorial geometry

- Factorial geometry法の概要



# 幾何形状の例

- Factorial geometryを用いたときに表現可能な幾何形状の一例



# 幾何形状:

## R-function solid modeler

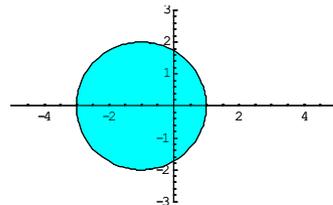
---

- 3-Dの物体の内側/表面/外側を表すための一連の数式
- これを用いることで、複雑な幾何形状の領域を自動的に判定可能
- 一方、領域判定のための計算時間を要する
  - 現在のPCにとっては、大きな負荷にはならない

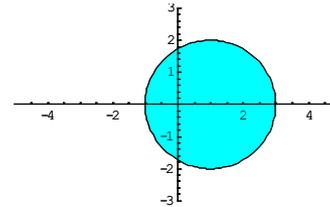
# 幾何形状:

## R-function solid modeler

- R-functionの例

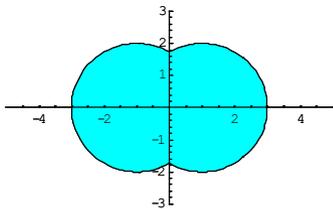


$$f = r^2 - (x + a)^2 - y^2 > 0$$



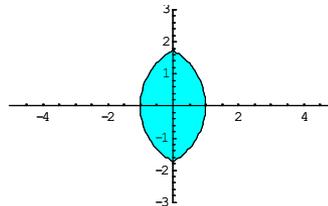
$$g = r^2 - (x - a)^2 - y^2 > 0$$

“OR”



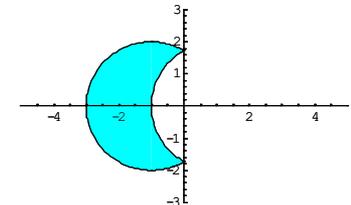
$$f + g + \sqrt{f^2 + g^2} > 0$$

“AND”



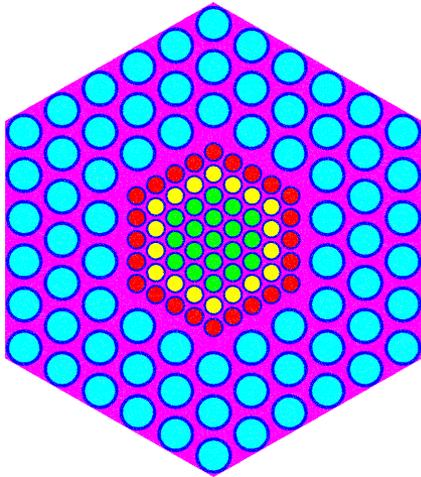
$$f + g - \sqrt{f^2 + g^2} > 0$$

“DIFF”

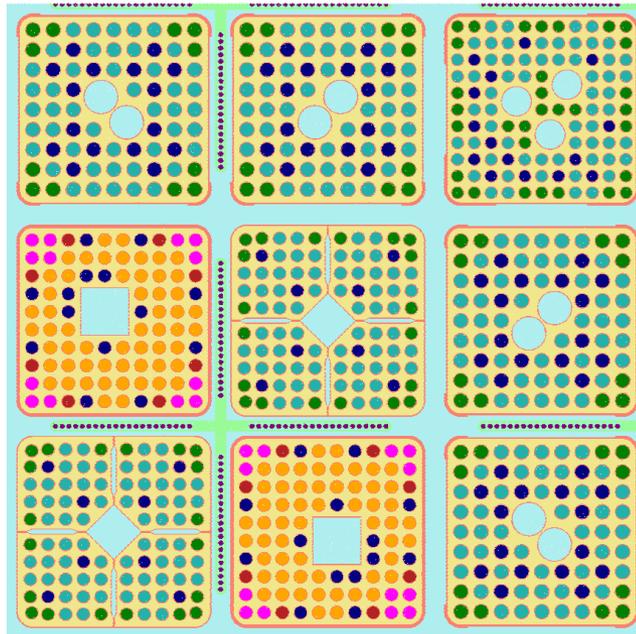


$$f - g - \sqrt{f^2 + g^2} > 0$$

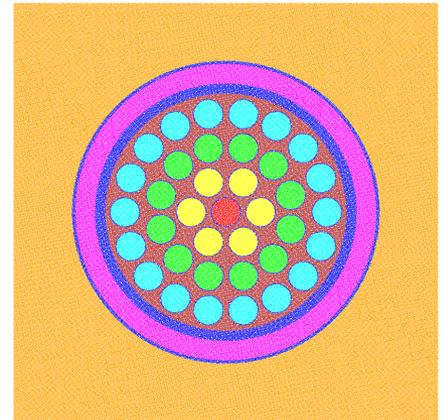
# MOCで用いることができる幾何形状 の例



Seed blanket

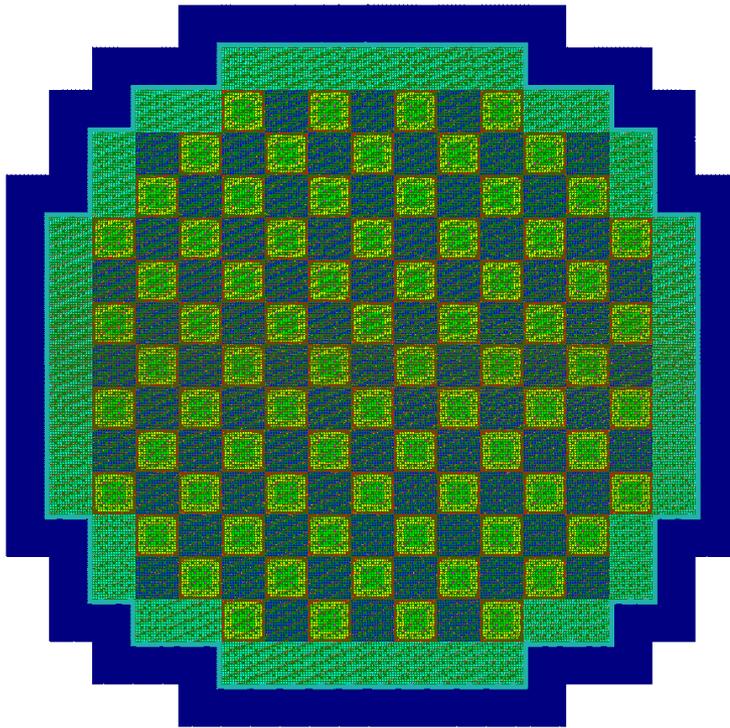


BWR assembly

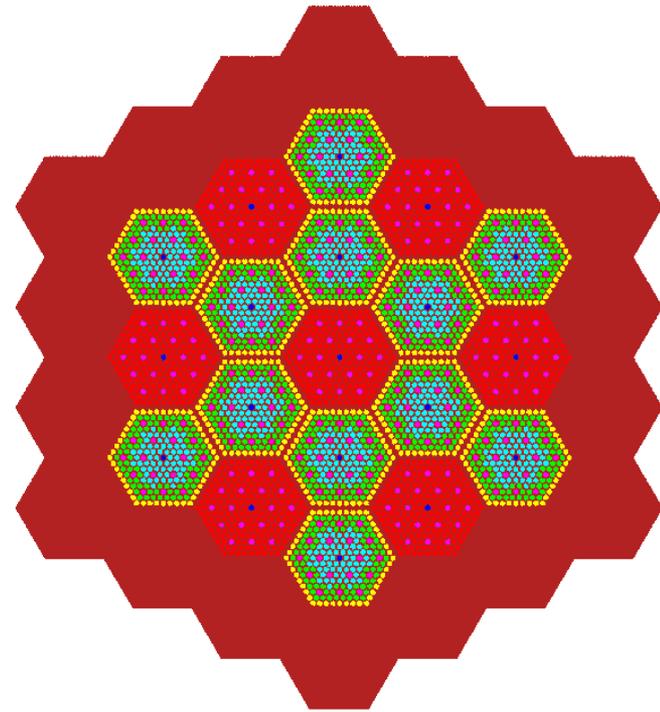


CANDU

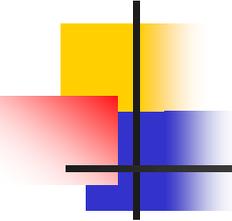
# MOCで用いることができる幾何形状 の例



PWR



Hexagonal small core



# 加速計算:重要性

---

- MOCの収束特性は、Sn法と類似
- Sn法の収束は無限均質体系においては、散乱比( $\Sigma_s/\Sigma_t$ )と等しくなる
- 軽水炉の計算において、散乱比は1に近い。従って、収束は遅い
- 効果的な収束加速が不可欠

# 加速:

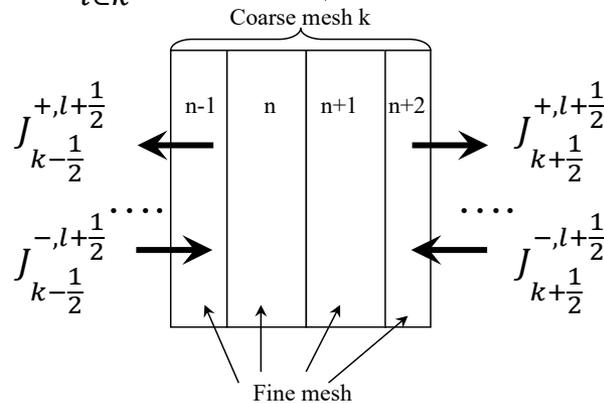
## 粗メッシュリバランス法(CMR)

- Coarse Mesh Rebalance (CMR)
- 初期のSn輸送計算で使用されていた歴史的な手法
- 各領域において、中性子バランスをとるためにリバランスファクターを適用する
- 特徴
  - 単純
  - 複雑な幾何形状に適用可能
  - 計算条件により収束しない場合が多い
  - 炉心解析など実用的な計算条件では非効率

# 加速: CMR法

- 各領域において、中性子のバランスをとるためのリバランスファクターを適用。

$$f_k \left( J_{k+\frac{1}{2}}^{+,l+\frac{1}{2}} + J_{k-\frac{1}{2}}^{+,l+\frac{1}{2}} + \sum_{i \in k} h_i \Sigma_{t,i} \phi_i^{l+\frac{1}{2}} \right) - f_{k-1} J_{k-\frac{1}{2}}^{-,l+\frac{1}{2}} - f_{k+1} J_{k+\frac{1}{2}}^{-,l+\frac{1}{2}} = \sum_{i \in k} Q_i^l h_i$$



- リバランスファクターを全中性子束に適用

$$\phi_i^{l+1} = f_k \phi_i^{l+1/2}, i \in k$$

# 加速: CMR法

## ■ 適用手順

- 輸送計算を実施(transport sweepを1回～複数回実施、未収束の状態)

- 輸送計算の結果から、以下の量を計算

$$J_{k+1/2}^{+,l+1/2}, J_{k-1/2}^{+,l+1/2}, \sum_{i \in k} h_i \Sigma_{t,i} \phi_i^{l+1/2}, J_{k-1/2}^{-,l+1/2}, J_{k+1/2}^{-,l+1/2}, \sum_{i \in k} Q_i^l h_i$$

- これらは、以下の中性子バランス式を満たしていない。  
(理由: 輸送計算が収束していないため)

$$\left( J_{k+1/2}^{+,l+1/2} + J_{k-1/2}^{+,l+1/2} + \sum_{i \in k} h_i \Sigma_{t,i} \phi_i^{l+1/2} \right) - J_{k-1/2}^{-,l+1/2} - J_{k+1/2}^{-,l+1/2} = \sum_{i \in k} Q_i^l h_i$$

# 加速: CMR法

- リバランスファクタを未知数として反復計算より求める

$$f_k, f_{k-1}, f_{k+1}$$

$$f_k \left( J_{k+\frac{1}{2}}^{+,l+\frac{1}{2}} + J_{k-\frac{1}{2}}^{+,l+\frac{1}{2}} + \sum_{i \in k} h_i \Sigma_{t,i} \phi_i^{l+\frac{1}{2}} \right) - f_{k-1} J_{k-1/2}^{-,l+1/2} - f_{k+1} J_{k+1/2}^{-,l+1/2} = \sum_{i \in k} Q_i^l h_i$$

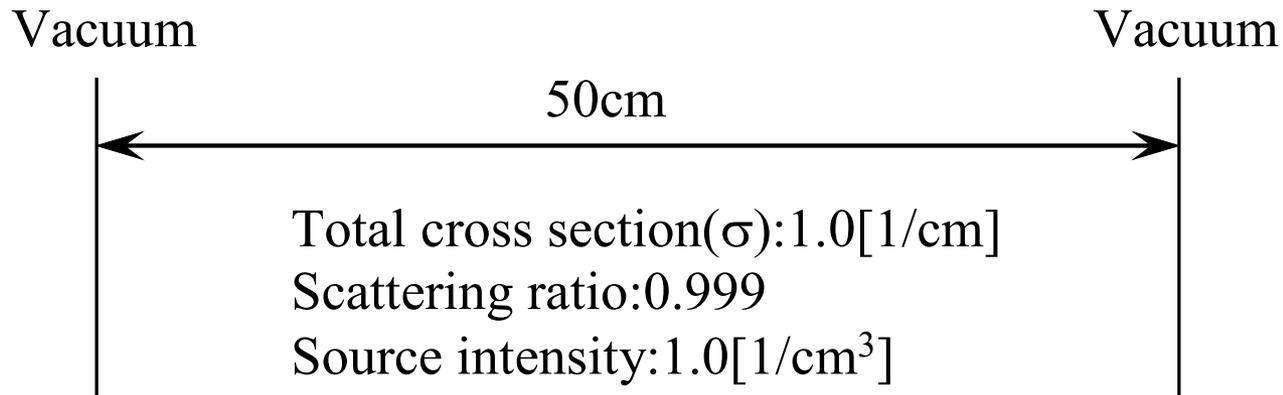
- 求めたリバランスファクタにより、全中性子束を補正

$$\phi_i^{l+1} = f_k \phi_i^{l+1/2}, i \in k$$

- リバランスファクターの反復計算は、輸送計算の反復より遙かに高速。これにより、輸送計算が加速される。

# 加速: CMR法

- 一次元体系における粗メッシュリバランス法の効果



# 加速: CMR法

- 一次元体系における粗メッシュリバランス法の効果

$\sigma h^{1)}$	Free iteration	CMR ( $p=1$ ) <sup>2)</sup>
0.05	62587	--- <sup>3)</sup>
0.1	32214	---
0.2	16762	---
1	10473	27
2	8588	21
5	5263	14

1) Optical thickness of a mesh

2) p indicates number of fine mesh(es) in a coarse mesh

3) Diverged

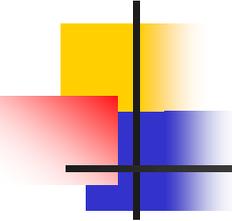
$\sigma h^{1)}$	Free iteration	CMR ( $p=4$ ) <sup>2)</sup>
0.05	62587	--- <sup>3)</sup>
0.1	32214	---
0.20	16762	109
1.04	NA <sup>4)</sup>	105
2.08	NA	230
4.17	NA	338

1) Optical thickness of a mesh

2) p indicates number of fine mesh(es) in a coarse mesh

3) Diverged

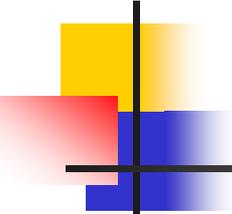
4) Not available but can be roughly estimated from Table 7.1.



# 加速: 合成加速法

---

- $S_n$ 輸送計算で用いられてきた手法
- 全中性子束に対する補正量は、低次の輸送方程式(例: 拡散近似)により計算される
- 補正量は、輸送計算における中性子源の更新量に基づき、拡散方程式などで計算される
- 特徴
  - 効率的
  - 計算条件により発散する場合あり
  - 幾何形状の取り扱いに制限あり(一般的に、長方形や正三角形など、拡散計算が実施できる体系に限られる)



# 加速:

## 粗メッシュ差分(CMFD)加速法

---

- 粗メッシュ差分加速(The coarse mesh finite difference, CMFD)は、近代ノード法の加速法として開発された
- 体系における中性子バランスは、「補正された」有限差分の拡散方程式により計算される
- 特徴
  - 効率的
  - 条件により発散する場合あり。ただし、拡散係数を補正することで、安定性を向上させることが可能
  - 合成加速法に比べて、幾何形状の制約は少ない

# 加速: CMFD加速法

- 体系における中性子バランスは、「補正された」有限差分の拡散方程式により計算される
- 領域間の正味中性子流は、参照解を再現するように補正される

$$J_{k+1/2} = -D_{k+1/2}^{FD} (\phi_{k+1} - \phi_k) - D_{k+1/2}^{COR} (\phi_{k+1} + \phi_k)$$

$$D_{k+1/2}^{FD} = 2D_k D_{k+1} / (D_k \Delta h_{k+1} + D_{k+1} \Delta h_k)$$

- CMFD計算により求めた全中性子束で輸送計算の全中性子束を補正

$$\phi_i^{l+1} = \phi_i^{l+1/2} \frac{h_k \phi_k}{\sum h_i \phi_i^{l+1/2}}$$

# 加速: CMFD加速法

## ■ 適用方法

- 輸送計算を実施(未収束の状態)
- 輸送計算の結果より、以下の量を計算

$$J_{k-1/2}, \phi_{k-1}, \phi_k, D_{k-1/2}^{FD} = 2D_{k-1}D_k / (D_{k-1}\Delta h_k + D_k\Delta h_{k-1})$$

$$J_{k+1/2}, \phi_k, \phi_{k+1}, D_{k+1/2}^{FD} = 2D_kD_{k+1} / (D_k\Delta h_{k+1} + D_{k+1}\Delta h_k)$$

- これらは、以下の中性子バランス式を満たしていない

$$J_{k+1/2} - J_{k-1/2} + \sum_{i \in k} h_i \Sigma_{t,i} \phi_i = \sum_{i \in k} Q_i h_i$$

# 加速: CMFD加速法

- 補正因子を計算

$$D_{k-1/2}^{COR} = -\frac{J_{k-1/2} + D_{k-1/2}^{FD}(\phi_k - \phi_{k-1})}{(\phi_k + \phi_{k-1})}$$

$$D_{k+1/2}^{COR} = -\frac{J_{k+1/2} + D_{k+1/2}^{FD}(\phi_{k+1} - \phi_k)}{(\phi_{k+1} + \phi_k)}$$

- 補正された有限差分を用いて、有限差分式を解く

$$J_{k-1/2} = -D_{k-1/2}^{FD}(\phi_k - \phi_{k-1}) - D_{k-1/2}^{COR}(\phi_k + \phi_{k-1})$$

$$J_{k+1/2} = -D_{k+1/2}^{FD}(\phi_{k+1} - \phi_k) - D_{k+1/2}^{COR}(\phi_{k+1} + \phi_k)$$

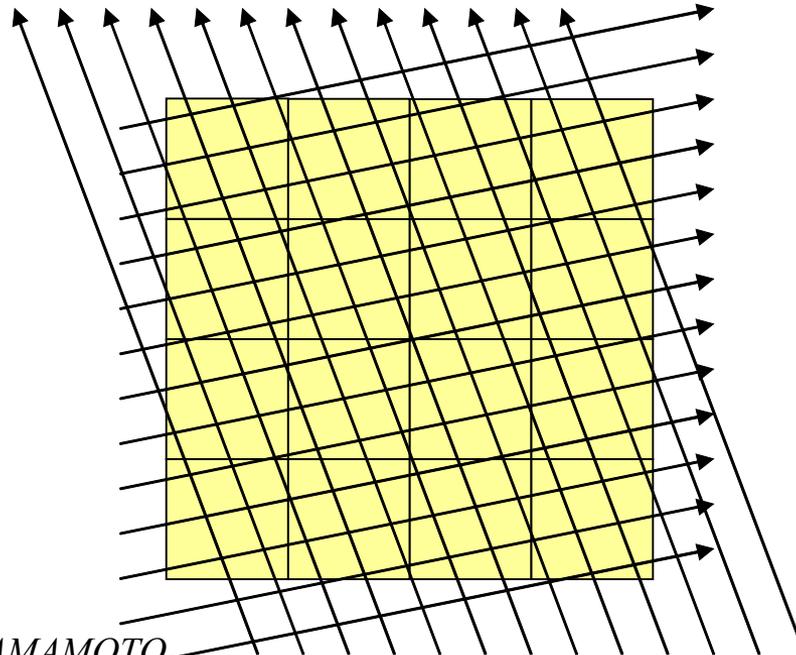
# 加速: CMFD加速法

- 求めた全中性子束により輸送計算の全中性子束に補正を実施

$$\phi_i^{l+1} = \phi_i^{l+1/2} \frac{h_k \phi_k}{\sum_{i \in k} h_i \phi_i^{l+1/2}}$$

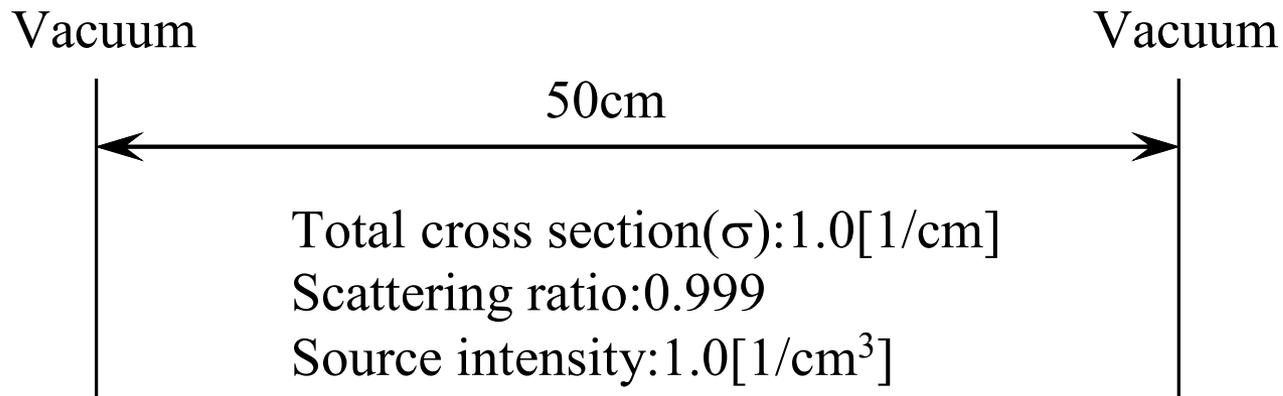
# 加速: CMFD加速法

- CMFD加速計算で用いる有限差分式の計算は、MOC輸送計算の反復より遙かに早い。そのため、特に大型体系において計算時間が大幅に短縮できる



# 加速: CMFD加速法

- 一次元体系におけるCMFD加速法の効果



# 加速: CMFD加速法

## ■ 一次元体系におけるCMFD加速法の効果

$\sigma h^1)$	Free iteration	CMR ( $p=1$ ) <sup>2)</sup>	CMFD ( $p=1$ ) <sup>2)</sup>
0.05	62587	--- <sup>3)</sup>	16
0.1	32214	---	15
0.2	16762	---	15
1	10473	27	13
2	8588	21	84
5	5263	14	---

1) Optical thickness of a mesh

2) p indicates number of fine mesh(es) in a coarse me

3) Diverged

$\sigma h^1)$	Free iteration	CMR ( $p=4$ ) <sup>2)</sup>	CMFD ( $p=1$ ) <sup>2)</sup>
0.05	62587	--- <sup>3)</sup>	16
0.1	32214	---	17
0.20	16762	109	22
1.04	NA <sup>4)</sup>	105	---
2.08	NA	230	---
4.17	NA	338	---

1) Optical thickness of a mesh

2) p indicates number of fine mesh(es) in a coarse mesh

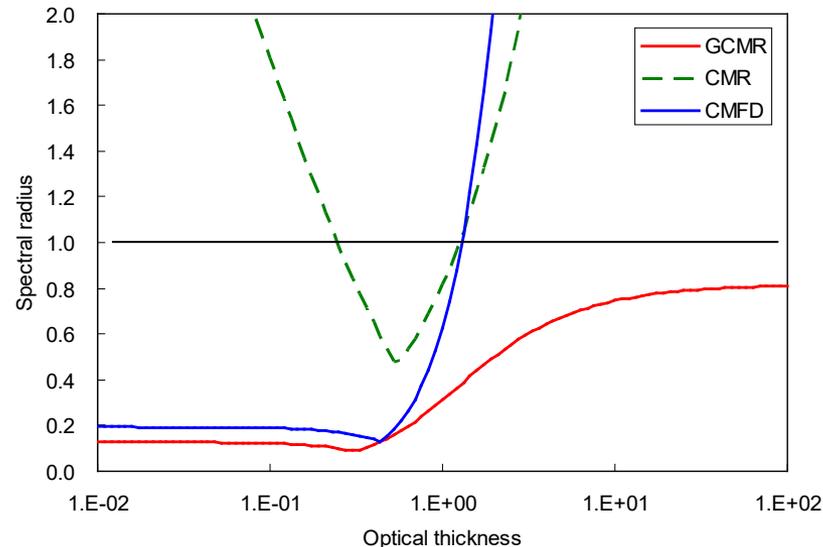
3) Diverged

4)Not available but can be roughly estimated from Table7.3.

# 加速:

## Generalized CMR (GCMR)法

- Generalized coarse mesh rebalance (GCMR)法はCMRとCMFDを統一した加速計算法
- より高い数値安定性
- 非構造メッシュに対して直接適用可能



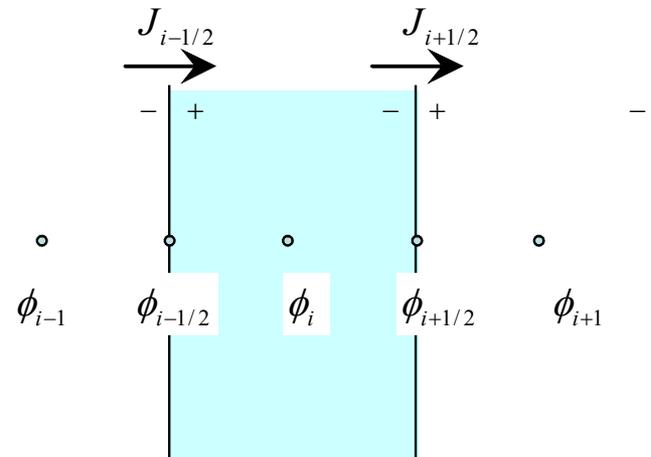
# 加速:

## Generalized CMR (GCMR)法

- GCMRでは、メッシュ平均とメッシュ表面中性子束の線形結合で領域間の正味中性子流を表す

$$J_{i+1/2} = -\alpha_{i+1/2}^- \phi_{i+1/2} + \beta_{i+1/2}^- \phi_i$$

GCMR加速パラメータ



# 加速:

## Generalized CMR (GCMR)法

- $\alpha = 1/2$  のとき、中性子束-中性子流の関係式はCMRと一致する

$$J_{i+1/2}^+ = \frac{\beta_{i+1/2}^-}{2} \phi_i$$

- $\alpha = 2/(3\Sigma h)$  のとき、CMFD(一ノードCMFD)と等価になる

$$J_{i+1/2} = -\frac{2}{3\Sigma_{t,i} h_i} (\phi_{i+1/2} - \phi_i) + \left( \beta_{i+1/2}^- - \frac{2}{3\Sigma_{t,i} h_i} \right) \phi_i$$

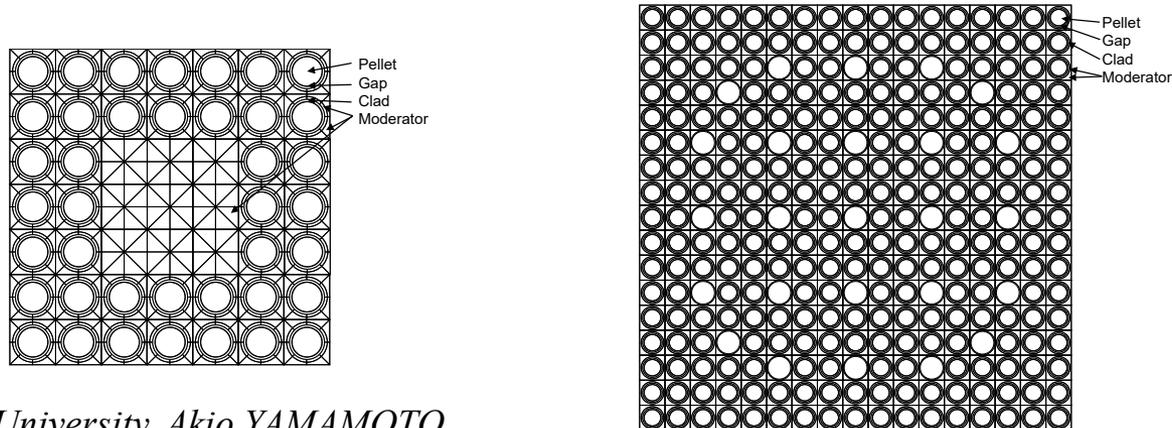
# 加速:

# Generalized CMR (GCMR)法

## ■ BWR/PWR燃料集合体への適用

Assembly	Fuel type	Value of $\alpha$						
		0.5 (CMR)	0.75	1	2	4	8	$2/(3\Sigma h)$ (CMFD)
BWR	UO <sub>2</sub>	--- <sup>1)</sup>	48	22	17	18	19	17
	MOX	---	37	20	15	16	17	15
PWR	UO <sub>2</sub>	62	16	16	16	17	19	17
	MOX	62	13	9	9	11	13	10

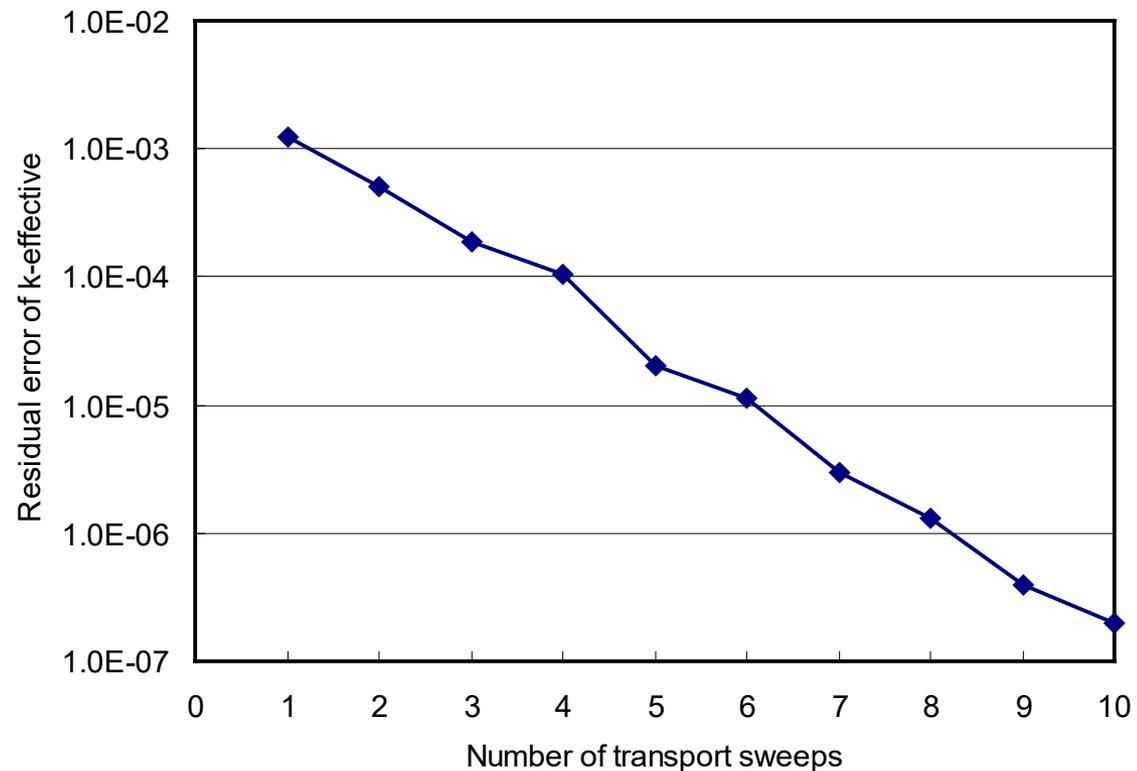
1) Diverged

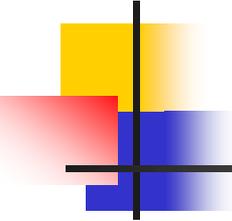


# 加速:

## Generalized CMR (GCMR)法

- PWR二次元全炉心非均質体系における実効増倍率の収束状況

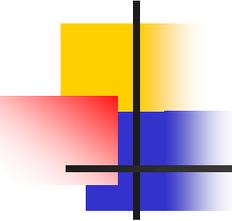




# 加速: 他の手法

---

- Chebyshev加速
- Aitken加速
- Fundamental mode rebalancing
  
- 上記の手法は、CMR, CMFD, GCMRなどと組み合わせ使用可能

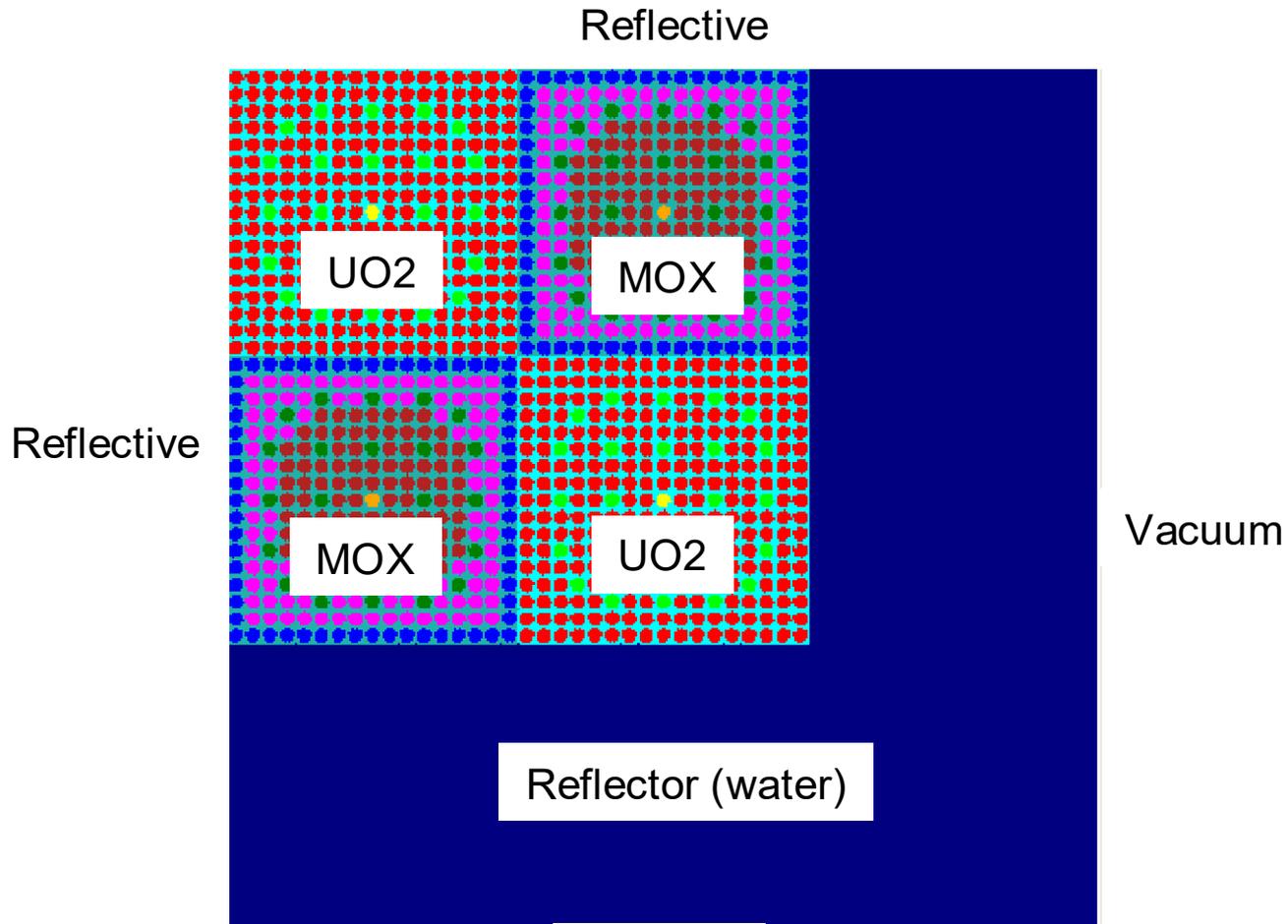


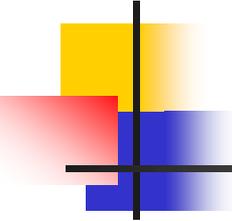
# MOCの適用例

---

- マルチ集合体体系
  - C5G7 benchmark calculation
- 炉心体系
  - 4 loop PWR

# C5G7 benchmark problem





# モンテカルロコードとの比較(C5G7)

- 計算条件
  - レイトレース幅: 0.02cm以下、Gauss-Legendreマクロバンド法
  - 方位角分割: 128 (for  $2\pi$ )
  - 極角分割: 3 (for  $\pi/2$ 、TY-opt角度分点)
  - メッシュ分割: 物質境界に加え、燃料・反射体セル (1.26cm $\times$ 1.26cm)を20 $\times$ 20メッシュに分割
  - モンテカルロのヒストリー数: 3億
- 結果のサマリ
  - 実効増倍率の差異: 0.001%
  - 燃料棒每核分裂率分布の平均自乗誤差: 0.05%
  - 燃料棒每核分裂率分布の最大誤差: 0.25%

# モンテカルロコードとの比較(C5G7)

## Inner UO2集合体

2.1975	2.2023	2.2114	2.2234	2.2278	2.2294	2.1846	2.1473	2.1194	2.0548	1.9985	1.9483	1.8550	1.7530	1.6316	1.4840	1.2811	-AEGIS (MOC)
2.1982	2.2025	2.2120	2.2238	2.2279	2.2302	2.1856	2.1480	2.1197	2.0563	1.9995	1.9487	1.8555	1.7534	1.6325	1.4841	1.2814	-GMVP (Multi-group MC)
-0.03%	-0.01%	-0.03%	-0.02%	0.00%	-0.04%	-0.05%	-0.04%	-0.01%	-0.07%	-0.05%	-0.02%	-0.03%	-0.02%	-0.05%	-0.01%	-0.02%	-Difference
2.2023	2.2138	2.2387	2.2750	2.3030	2.3717	2.2538	2.2130	2.2492	2.1185	2.0610	2.0726	1.9190	1.7953	1.6534	1.4924	1.2812	
2.2019	2.2141	2.2385	2.2755	2.3029	2.3728	2.2543	2.2140	2.2499	2.1192	2.0617	2.0735	1.9193	1.7955	1.6539	1.4929	1.2818	
0.02%	-0.01%	0.01%	-0.02%	0.00%	-0.05%	-0.02%	-0.04%	-0.03%	-0.03%	-0.03%	-0.04%	-0.01%	-0.01%	-0.03%	-0.03%	-0.04%	
2.2114	2.2387	2.3118	2.4428	2.4709		2.3828	2.3351		2.2366	2.1774		2.0604	1.9302	1.7115	1.5116	1.2852	
2.2114	2.2402	2.3123	2.4437	2.4718		2.3836	2.3355		2.2373	2.1778		2.0610	1.9311	1.7120	1.5121	1.2860	
0.00%	-0.06%	-0.02%	-0.04%	-0.04%		-0.03%	-0.02%		-0.03%	-0.02%		-0.03%	-0.05%	-0.03%	-0.03%	-0.06%	
2.2234	2.2750	2.4428		2.4982	2.4557	2.2947	2.2449	2.2911	2.1492	2.0977	2.1444	2.0789		1.8129	1.5397	1.2927	
2.2234	2.2760	2.4436		2.4993	2.4567	2.2951	2.2450	2.2911	2.1494	2.0978	2.1450	2.0797		1.8139	1.5401	1.2936	
0.00%	-0.05%	-0.03%		-0.04%	-0.04%	-0.02%	0.00%	0.00%	-0.01%	-0.01%	-0.03%	-0.04%		-0.06%	-0.03%	-0.07%	
2.2278	2.3030	2.4709	2.4982	2.4018	2.4273	2.2784	2.2312	2.2777	2.1365	2.0837	2.1213	2.0008	1.9729	1.8324	1.5613	1.2971	
2.2277	2.3032	2.4718	2.4998	2.4031	2.4288	2.2784	2.2310	2.2777	2.1362	2.0838	2.1216	2.0013	1.9729	1.8327	1.5619	1.2982	
0.00%	-0.01%	-0.03%	-0.06%	-0.06%	-0.06%	0.00%	0.01%	0.00%	0.01%	0.00%	-0.02%	-0.02%	0.00%	-0.02%	-0.04%	-0.09%	
2.2294	2.3717		2.4557	2.4273		2.3474	2.3011		2.2052	2.1471		2.0263	1.9394		1.6127	1.3010	
2.2296	2.3727		2.4569	2.4280		2.3481	2.3015		2.2056	2.1477		2.0268	1.9398		1.6130	1.3018	
-0.01%	-0.04%		-0.05%	-0.03%		-0.03%	-0.02%		-0.02%	-0.03%		-0.02%	-0.02%		-0.02%	-0.06%	
2.1846	2.2538	2.3828	2.2947	2.2784	2.3474	2.2174	2.2250		2.0860	2.0307	2.0559	1.9033	1.8148	1.7682	1.5314	1.2761	
2.1850	2.2539	2.3829	2.2946	2.2781	2.3480	2.2181	2.1786	2.2255	2.0856	2.0303	2.0565	1.9037	1.8152	1.7685	1.5318	1.2765	
-0.02%	-0.01%	0.00%	0.01%	0.01%	-0.02%	-0.03%	0.02%	-0.02%	0.02%	0.02%	-0.03%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.03%	
2.1473	2.2130	2.3351	2.2449	2.2312	2.3011	2.1771	2.1389	2.1857	2.0502	1.9955	2.0179	1.8667	1.7784	1.7359	1.5068	1.2574	
2.1475	2.2137	2.3354	2.2452	2.2315	2.3017	2.1776	2.1391	2.1863	2.0507	1.9960	2.0180	1.8668	1.7783	1.7368	1.5068	1.2576	
-0.01%	-0.03%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.03%	-0.01%	-0.03%	-0.01%	-0.02%	-0.02%	-0.01%	0.00%	0.00%	-0.05%	0.00%	-0.01%	
2.1194	2.2492		2.2911	2.2777		2.2250	2.1857		2.0972	2.0401		1.9100	1.8180		1.5389	1.2461	
2.1197	2.2497		2.2910	2.2774		2.2262	2.1864		2.0972	2.0409		1.9102	1.8182		1.5392	1.2463	
-0.02%	-0.02%		0.01%	0.01%		-0.05%	-0.03%		0.00%	-0.04%		-0.01%	-0.01%		-0.02%	-0.02%	
2.0548	2.1185	2.2366	2.1492	2.1365	2.2052	2.0860	2.0502	2.0972	1.9670	1.9154	1.9390	1.7938	1.7101	1.6717	1.4516	1.2122	
2.0552	2.1181	2.2374	2.1491	2.1366	2.2053	2.0859	2.0502	2.0975	1.9675	1.9158	1.9397	1.7939	1.7104	1.6716	1.4517	1.2124	
-0.02%	0.02%	-0.04%	0.00%	0.00%	0.00%	0.01%	0.00%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.04%	-0.01%	-0.02%	0.00%	0.00%	-0.02%	
1.9985	2.0610	2.1774	2.0977	2.0837	2.1471	2.0307	1.9955	2.0401	1.9154	1.8666	1.8908	1.7534	1.6744	1.6339	1.4187	1.1851	
1.9984	2.0616	2.1782	2.0985	2.0839	2.1474	2.0310	1.9954	2.0417	1.9156	1.8669	1.8916	1.7538	1.6748	1.6342	1.4185	1.1856	
0.01%	-0.03%	-0.04%	-0.04%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	0.01%	-0.08%	-0.01%	-0.01%	-0.04%	-0.02%	-0.03%	-0.02%	0.02%	-0.04%	
1.9483	2.0726		2.1444	2.1213		2.0559	2.0179		1.9390	1.8908		1.7904	1.7175		1.4378	1.1639	
1.9488	2.0729		2.1450	2.1216		2.0564	2.0181		1.9397	1.8915		1.7916	1.7178		1.4384	1.1640	
-0.03%	-0.01%		-0.03%	-0.02%		-0.03%	-0.01%		-0.04%	-0.03%		-0.06%	-0.02%		-0.04%	-0.01%	
1.8550	1.9190	2.0604	2.0789	2.0008	2.0263	1.9033	1.8667	1.9100	1.7938	1.7534	1.7904	1.6920	1.6735	1.5637	1.3380	1.1169	
1.8551	1.9190	2.0602	2.0794	2.0010	2.0266	1.9038	1.8672	1.9099	1.7944	1.7535	1.7907	1.6915	1.6728	1.5640	1.3389	1.1168	
-0.01%	0.00%	0.01%	-0.02%	-0.01%	-0.02%	-0.03%	-0.03%	0.00%	-0.03%	-0.01%	-0.01%	0.03%	0.04%	-0.02%	-0.06%	0.00%	
1.7530	1.7953	1.9302		1.9729	1.9394	1.8148	1.7784	1.8180	1.7101	1.6744		1.7175	1.6735		1.4768	1.0679	
1.7531	1.7958	1.9309		1.9727	1.9397	1.8149	1.7787	1.8180	1.7106	1.6742		1.7184	1.6739		1.4771	1.0680	
-0.01%	-0.03%	-0.04%		0.01%	-0.02%	-0.01%	-0.02%	0.00%	-0.03%	0.01%		-0.06%	-0.03%		-0.02%	-0.01%	
1.6316	1.6534	1.7115	1.8129	1.8324		1.7682	1.7359		1.6317	1.6339		1.5637	1.4768	1.3186	1.1758	1.0134	
1.6320	1.6537	1.7118	1.8133	1.8327		1.7689	1.7369		1.6723	1.6343		1.5646	1.4769	1.3187	1.1760	1.0135	
-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.02%	-0.02%		-0.04%	-0.05%		-0.04%	-0.03%		-0.06%	-0.06%	0.00%	-0.01%	-0.01%	
1.4840	1.4924	1.5116	1.5397	1.5613	1.6127	1.5314	1.5068	1.5389	1.4516	1.4187	1.4378	1.3380	1.2623	1.1758	1.0807	0.9541	
1.4841	1.4930	1.5115	1.5399	1.5614	1.6134	1.5320	1.5069	1.5393	1.4516	1.4186	1.4380	1.3384	1.2622	1.1756	1.0805	0.9542	
-0.01%	-0.04%	0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.05%	-0.04%	-0.01%	-0.03%	0.00%	0.01%	-0.02%	-0.02%	0.01%	0.02%	0.02%	-0.01%	
1.2811	1.2812	1.2852	1.2927	1.2971	1.3010	1.2761	1.2574	1.2461	1.2122	1.1851	1.1639	1.1169	1.0679	1.0134	0.9541	0.8782	
1.2816	1.2816	1.2853	1.2928	1.2974	1.3013	1.2762	1.2572	1.2464	1.2123	1.1851	1.1641	1.1166	1.0673	1.0127	0.9541	0.8783	
-0.04%	-0.03%	-0.01%	-0.01%	-0.03%	-0.02%	-0.01%	0.02%	-0.02%	-0.01%	0.00%	-0.02%	0.02%	0.05%	0.06%	0.00%	-0.02%	

# モンテカルロコードとの比較(C5G7)

## Outer UO2集合体

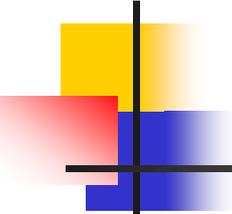
0.7948	0.7905	0.7722	0.7508	0.7261	0.7002	0.6596	0.6219	0.5881	0.5451	0.5059	0.4710	0.4297	0.3949	0.3743	0.3908	0.5022
0.7948	0.7907	0.7726	0.7507	0.7261	0.7003	0.6598	0.6220	0.5883	0.5450	0.5055	0.4709	0.4295	0.3947	0.3741	0.3902	0.5016
0.00%	-0.03%	-0.05%	0.02%	0.00%	0.00%	-0.03%	-0.02%	-0.03%	0.02%	0.07%	0.02%	0.07%	0.06%	0.05%	0.14%	0.12%
0.7905	0.8271	0.8316	0.8260	0.8113	0.8083	0.7399	0.6974	0.6804	0.6131	0.5692	0.5475	0.4864	0.4428	0.4144	0.4250	0.5286
0.7902	0.8269	0.8318	0.8261	0.8110	0.8078	0.7399	0.6975	0.6803	0.6128	0.5687	0.5472	0.4866	0.4427	0.4141	0.4247	0.5282
0.04%	0.03%	-0.02%	-0.01%	0.03%	0.06%	-0.01%	-0.01%	0.02%	0.06%	0.09%	0.06%	-0.04%	0.02%	0.09%	0.07%	0.08%
0.7722	0.8316	0.8646	0.8995	0.8867		0.8011	0.7536		0.6648	0.6170		0.5369	0.4896	0.4404	0.4391	0.5347
0.7720	0.8313	0.8645	0.8996	0.8863		0.8012	0.7535		0.6646	0.6167		0.5368	0.4894	0.4401	0.4387	0.5343
0.02%	0.04%	0.01%	-0.02%	0.04%		-0.01%	0.02%		0.04%	0.04%		0.03%	0.04%	0.07%	0.09%	0.07%
0.7508	0.8260	0.8995		0.8916	0.8513	0.7683	0.7229	0.7094	0.6377	0.5942	0.5812	0.5404		0.4655	0.4444	0.5310
0.7511	0.8258	0.8992		0.8916	0.8507	0.7678	0.7229	0.7095	0.6374	0.5941	0.5808	0.5402		0.4652	0.4439	0.5306
-0.03%	0.02%	0.03%		0.01%	0.06%	0.07%	0.01%	-0.01%	0.03%	0.03%	0.06%	0.04%		0.07%	0.11%	0.07%
0.7261	0.8113	0.8867	0.8916	0.8392	0.8243	0.7488	0.7062	0.6931	0.6240	0.5815	0.5664	0.5135	0.4932	0.4635	0.4423	0.5208
0.7265	0.8112	0.8862	0.8913	0.8388	0.8240	0.7488	0.7061	0.6931	0.6237	0.5816	0.5660	0.5132	0.4929	0.4630	0.4421	0.5206
-0.05%	0.01%	0.05%	0.03%	0.05%	0.03%	0.01%	0.02%	0.00%	0.04%	-0.02%	0.06%	0.06%	0.06%	0.11%	0.05%	0.04%
0.7002	0.8083		0.8513	0.8243		0.7525	0.7104		0.6298	0.5856		0.5093	0.4734		0.4447	0.5070
0.7004	0.8082		0.8512	0.8242		0.7530	0.7106		0.6301	0.5857		0.5089	0.4730		0.4446	0.5064
-0.02%	0.02%		0.01%	0.01%		-0.06%	-0.03%		-0.05%	-0.02%		0.07%	0.08%		0.03%	0.13%
0.6596	0.7399	0.8011	0.7683	0.7488	0.7525	0.6891	0.6527	0.6429	0.5788	0.5390	0.5230	0.4653	0.4316	0.4257	0.4120	0.4843
0.6598	0.7396	0.8006	0.7683	0.7487	0.7527	0.6894	0.6527	0.6428	0.5786	0.5389	0.5229	0.4649	0.4316	0.4258	0.4117	0.4838
-0.03%	0.03%	0.06%	0.00%	0.02%	-0.02%	-0.04%	0.00%	0.01%	0.03%	0.03%	0.02%	0.09%	0.00%	-0.02%	0.09%	0.12%
0.6219	0.6974	0.7536	0.7229	0.7062	0.7104	0.6527	0.6192	0.6096	0.5499	0.5123	0.4961	0.4414	0.4091	0.4039	0.3921	0.4615
0.6223	0.6974	0.7535	0.7232	0.7060	0.7103	0.6527	0.6189	0.6097	0.5497	0.5119	0.4957	0.4412	0.4091	0.4038	0.3919	0.4608
-0.06%	0.00%	0.03%	-0.03%	0.03%	0.01%	0.01%	0.04%	-0.01%	0.03%	0.08%	0.08%	0.04%	0.00%	0.04%	0.04%	0.16%
0.5881	0.6804		0.7094	0.6931		0.6429	0.6096		0.5429	0.5050		0.4360	0.4027		0.3848	0.4393
0.5884	0.6802		0.7092	0.6931		0.6426	0.6094		0.5428	0.5050		0.4358	0.4022		0.3845	0.4389
-0.04%	0.03%		0.03%	0.00%		0.04%	0.04%		0.01%	0.00%		0.04%	0.14%		0.09%	0.09%
0.5451	0.6131	0.6648	0.6377	0.6240	0.6298	0.5788	0.5499	0.5429	0.4895	0.4564	0.4429	0.3937	0.3649	0.3610	0.3500	0.4115
0.5452	0.6132	0.6648	0.6375	0.6236	0.6297	0.5785	0.5494	0.5425	0.4893	0.4563	0.4427	0.3938	0.3644	0.3609	0.3500	0.4109
-0.02%	-0.01%	0.00%	0.03%	0.05%	0.00%	0.05%	0.09%	0.08%	0.03%	0.02%	0.03%	-0.03%	0.14%	0.05%	0.01%	0.14%
0.5059	0.5692	0.6170	0.5942	0.5815	0.5856	0.5390	0.5123	0.5050	0.4564	0.4258	0.4130	0.3682	0.3418	0.3372	0.3270	0.3846
0.5058	0.5693	0.6168	0.5941	0.5814	0.5856	0.5387	0.5119	0.5047	0.4561	0.4258	0.4129	0.3681	0.3416	0.3369	0.3264	0.3840
0.01%	-0.03%	0.02%	0.03%	0.03%	-0.01%	0.05%	0.06%	0.07%	0.06%	0.02%	0.01%	0.03%	0.05%	0.07%	0.18%	0.14%
0.4710	0.5475		0.5812	0.5664		0.5230	0.4961		0.4429	0.4130		0.3600	0.3347		0.3154	0.3588
0.4710	0.5475		0.5809	0.5661		0.5227	0.4960		0.4427	0.4128		0.3597	0.3346		0.3149	0.3582
-0.01%	-0.01%		0.05%	0.04%		0.05%	0.02%		0.04%	0.05%		0.08%	0.02%		0.15%	0.16%
0.4297	0.4864	0.5369	0.5404	0.5135	0.5093	0.4653	0.4414	0.4360	0.3937	0.3682	0.3600	0.3262	0.3130	0.2959	0.2816	0.3289
0.4296	0.4862	0.5368	0.5404	0.5132	0.5094	0.4649	0.4412	0.4354	0.3932	0.3676	0.3597	0.3258	0.3128	0.2959	0.2814	0.3284
0.03%	0.04%	0.03%	0.01%	0.05%	-0.03%	0.07%	0.05%	0.12%	0.11%	0.16%	0.09%	0.15%	0.05%	0.01%	0.05%	0.14%
0.3949	0.4428	0.4896		0.4932	0.4734	0.4316	0.4091	0.4027	0.3649	0.3418	0.3347	0.3130		0.2705	0.2560	0.3008
0.3947	0.4424	0.4889		0.4928	0.4733	0.4311	0.4088	0.4023	0.3647	0.3415	0.3344	0.3128		0.2703	0.2558	0.3005
0.05%	0.07%	0.13%		0.09%	0.02%	0.11%	0.06%	0.10%	0.06%	0.10%	0.08%	0.07%		0.07%	0.10%	0.09%
0.3743	0.4144	0.4404	0.4655	0.4635		0.4257	0.4039		0.3610	0.3372		0.2959	0.2705	0.2418	0.2361	0.2773
0.3740	0.4142	0.4402	0.4653	0.4631		0.4256	0.4039		0.3609	0.3369		0.2958	0.2702	0.2416	0.2355	0.2769
0.06%	0.05%	0.05%	0.04%	0.09%		0.04%	0.02%		0.04%	0.08%		0.03%	0.10%	0.09%	0.25%	0.15%
0.3908	0.4250	0.4391	0.4444	0.4423	0.4447	0.4120	0.3921	0.3848	0.3500	0.3270	0.3154	0.2816	0.2560	0.2361	0.2320	0.2663
0.3906	0.4244	0.4390	0.4440	0.4420	0.4445	0.4118	0.3917	0.3844	0.3501	0.3267	0.3151	0.2813	0.2555	0.2357	0.2315	0.2660
0.05%	0.15%	0.02%	0.09%	0.09%	0.05%	0.06%	0.09%	0.11%	-0.02%	0.11%	0.08%	0.11%	0.18%	0.19%	0.23%	0.13%
0.5022	0.5286	0.5347	0.5310	0.5208	0.5070	0.4843	0.4615	0.4393	0.4115	0.3846	0.3588	0.3289	0.3008	0.2773	0.2663	0.2871
0.5019	0.5283	0.5347	0.5307	0.5206	0.5064	0.4840	0.4612	0.4392	0.4110	0.3844	0.3583	0.3282	0.3002	0.2769	0.2659	0.2869
0.06%	0.06%	0.00%	0.05%	0.03%	0.12%	0.06%	0.07%	0.04%	0.11%	0.03%	0.12%	0.22%	0.21%	0.17%	0.15%	0.05%

-AEGIS (MOC)  
 -GMVP (Multi-group MC)  
 -Difference

# モンテカルロコードとの比較(C5G7)

## MOX集合体

																-AEGIS (MOC)	-GMVP (Multi-group MC)	-Difference	
1.3127	1.2958	1.2896	1.2918	1.2946	1.2961	1.2736	1.2553	1.2428	1.2116	1.1856	1.1642	1.1214	1.0776	1.0355	1.0061	1.0129			
-0.02%	0.00%	0.01%	0.00%	-0.03%	-0.02%	0.02%	0.02%	0.02%	0.03%	0.02%	0.01%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.01%	0.08%			
1.0625	1.3428	1.3205	1.3325	1.3589	1.4243	1.3325	1.3114	1.3614	1.2684	1.2432	1.2856	1.1870	1.1254	1.0832	1.0909	0.9093			
1.0626	1.3431	1.3207	1.3326	1.3584	1.4245	1.3323	1.3119	1.3617	1.2680	1.2436	1.2855	1.1866	1.1252	1.0825	1.0902	0.9093			
-0.01%	-0.02%	-0.01%	-0.01%	0.03%	-0.02%	0.01%	-0.03%	-0.02%	0.03%	-0.03%	0.01%	0.03%	0.02%	0.06%	0.06%	0.00%			
0.9372	1.1711	1.1778	1.2628	1.2890		1.2234	1.1994		1.1636	1.1422		1.1351	1.0795	0.9854	0.9852	0.8549			
0.9372	1.1712	1.1778	1.2636	1.2890		1.2232	1.1996		1.1639	1.1424		1.1351	1.0796	0.9854	0.9850	0.8543			
0.00%	-0.01%	0.00%	-0.06%	0.00%		0.01%	-0.02%		-0.02%	-0.02%		0.00%	-0.01%	0.00%	0.02%	0.07%			
0.8649	1.0938	1.1752		1.1817	1.2799	1.1471	1.1235	1.1896	1.0897	1.0747	1.1624	1.0418		0.9975	0.9413	0.8187			
0.8650	1.0937	1.1759		1.1814	1.2800	1.1469	1.1240	1.1901	1.0898	1.0744	1.1624	1.0415		0.9974	0.9409	0.8182			
0.00%	0.00%	-0.05%		0.03%	-0.01%	0.01%	-0.04%	-0.04%	-0.01%	0.03%	0.00%	0.03%		0.01%	0.04%	0.06%			
0.8130	1.0484	1.1193	1.1125	1.1442	1.1428	1.0382	1.0185	1.0736	0.9890	0.9756	1.0428	1.0148	0.9630	0.9584	0.9158	0.7869			
0.8131	1.0488	1.1196	1.1128	1.1441	1.1432	1.0381	1.0190	1.0745	0.9887	0.9752	1.0431	1.0141	0.9632	0.9584	0.9160	0.7866			
-0.01%	-0.03%	-0.03%	-0.03%	0.01%	-0.04%	0.01%	-0.04%	-0.08%	0.03%	0.04%	-0.03%	0.07%	-0.03%	0.00%	-0.02%	0.04%			
0.7691	1.0451		1.1281	1.0838		1.0371	1.0179		0.9912	0.9754		0.9687	0.9820		0.9221	0.7560			
0.7694	1.0451		1.1281	1.0836		1.0369	1.0182		0.9908	0.9751		0.9689	0.9819		0.9216	0.7561			
-0.04%	0.00%		0.00%	0.02%		0.02%	-0.03%		0.04%	0.02%		-0.02%	0.00%		0.06%	-0.02%			
0.7136	0.9191	0.9505	0.9578	0.9288	0.9849	0.9003	0.8869	0.9438	0.8633	0.8500	0.9054	0.8331	0.8390	0.8249	0.8195	0.7105			
0.7137	0.9190	0.9506	0.9578	0.9288	0.9848	0.9003	0.8868	0.9440	0.8632	0.8501	0.9056	0.8331	0.8389	0.8251	0.8194	0.7106			
-0.01%	0.02%	-0.01%	0.00%	0.00%	0.01%	0.01%	0.02%	-0.02%	0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	0.02%	-0.02%	0.01%	-0.01%			
0.6641	0.8509	0.8704	0.8808	0.8555	0.9022	0.8330	0.8220	0.8686	0.8008	0.7885	0.8327	0.7709	0.7763	0.7615	0.7656	0.6684			
0.6641	0.8505	0.8703	0.8807	0.8554	0.9021	0.8330	0.8220	0.8686	0.8007	0.7885	0.8326	0.7708	0.7762	0.7615	0.7657	0.6682			
0.00%	0.05%	0.01%	0.02%	0.01%	0.01%	0.00%	0.01%	0.00%	0.02%	0.01%	0.01%	0.01%	0.02%	0.00%	-0.01%	0.03%			
0.6213	0.8395		0.8767	0.8534		0.8336	0.8221		0.8028	0.7895		0.7732	0.7763		0.7600	0.6310			
0.6215	0.8393		0.8767	0.8536		0.8341	0.8223		0.8024	0.7897		0.7730	0.7767		0.7600	0.6311			
-0.03%	0.03%		0.00%	-0.02%		-0.06%	-0.03%		0.05%	-0.03%		0.02%	-0.05%		0.00%	-0.01%			
0.5706	0.7335	0.7561	0.7597	0.7383	0.7857	0.7203	0.7113	0.7585	0.6943	0.6842	0.7290	0.6703	0.6759	0.6689	0.6694	0.5844			
0.5703	0.7332	0.7564	0.7598	0.7384	0.7854	0.7202	0.7116	0.7583	0.6941	0.6843	0.7287	0.6700	0.6758	0.6687	0.6693	0.5839			
0.06%	0.04%	-0.04%	-0.02%	-0.01%	0.04%	0.01%	-0.04%	0.02%	0.04%	-0.01%	0.04%	0.05%	0.01%	0.02%	0.02%	0.08%			
0.5249	0.6729	0.6890	0.6986	0.6781	0.7144	0.6600	0.6517	0.6889	0.6365	0.6281	0.6646	0.6176	0.6244	0.6132	0.6181	0.5417			
0.5247	0.6726	0.6893	0.6985	0.6781	0.7141	0.6599	0.6518	0.6890	0.6364	0.6281	0.6648	0.6176	0.6246	0.6132	0.6177	0.5413			
0.04%	0.04%	-0.04%	0.01%	0.00%	0.04%	0.01%	-0.01%	0.00%	0.02%	0.00%	-0.02%	0.00%	-0.03%	0.00%	0.06%	0.08%			
0.4848	0.6576		0.7032	0.6780		0.6540	0.6442		0.6305	0.6224		0.6201	0.6309		0.6063	0.5035			
0.4847	0.6572		0.7031	0.6783		0.6546	0.6445		0.6302	0.6222		0.6199	0.6310		0.6059	0.5033			
0.02%	0.06%		0.01%	-0.04%		-0.09%	-0.04%		0.04%	0.04%		0.02%	-0.02%		0.08%	0.05%			
0.4386	0.5674	0.6073	0.5891	0.6107	0.6207	0.5615	0.5528	0.5898	0.5407	0.5356	0.5793	0.5588	0.5305	0.5450	0.5266	0.4588			
0.4386	0.5671	0.6070	0.5890	0.6111	0.6209	0.5616	0.5528	0.5896	0.5407	0.5354	0.5796	0.5587	0.5306	0.5452	0.5261	0.4588			
-0.01%	0.06%	0.05%	0.01%	-0.07%	-0.04%	-0.02%	0.00%	0.05%	-0.01%	0.03%	-0.06%	0.02%	-0.03%	-0.04%	-0.10%	0.00%			
0.3989	0.5045	0.5426		0.5384	0.5775	0.5219	0.5129	0.5412	0.5018	0.4985	0.5398	0.4932		0.4891	0.4707	0.4200			
0.3992	0.5040	0.5426		0.5384	0.5772	0.5218	0.5126	0.5408	0.5011	0.4984	0.5399	0.4931		0.4889	0.4709	0.4198			
-0.08%	0.11%	0.00%		0.00%	0.05%	0.02%	0.07%	0.07%	0.14%	0.01%	-0.03%	0.02%		0.03%	-0.05%	0.05%			
0.3778	0.4704	0.4753	0.5137	0.5183		0.4886	0.4806		0.4709	0.4667		0.4769	0.4651	0.4292	0.4394	0.3975			
0.3777	0.4702	0.4750	0.5134	0.5180		0.4885	0.4808		0.4709	0.4667		0.4765	0.4651	0.4292	0.4394	0.3973			
0.02%	0.04%	0.07%	0.06%	0.06%		0.02%	-0.03%		0.01%	0.01%		0.07%	0.02%	0.00%	0.01%	0.05%			
0.4101	0.5165	0.5079	0.5133	0.5237	0.5500	0.5146	0.5085	0.5318	0.4980	0.4926	0.5159	0.4823	0.4653	0.4579	0.4779	0.4208			
0.4095	0.5163	0.5075	0.5130	0.5230	0.5495	0.5147	0.5085	0.5315	0.4981	0.4925	0.5156	0.4823	0.4654	0.4577	0.4775	0.4205			
0.16%	0.05%	0.09%	0.07%	0.13%	0.10%	-0.03%	0.00%	0.05%	-0.03%	0.02%	0.07%	0.00%	-0.01%	0.05%	0.10%	0.09%			
0.6001	0.5923	0.5885	0.5878	0.5881	0.5880	0.5811	0.5758	0.5724	0.5638	0.5570	0.5521	0.5416	0.5323	0.5276	0.5358	0.5762			
0.5992	0.5919	0.5884	0.5876	0.5874	0.5877	0.5811	0.5756	0.5724	0.5636	0.5566	0.5517	0.5414	0.5320	0.5272	0.5353	0.5758			
0.16%	0.08%	0.01%	0.04%	0.11%	0.05%	0.01%	0.05%	0.01%	0.02%	0.06%	0.08%	0.04%	0.06%	0.08%	0.09%	0.07%			

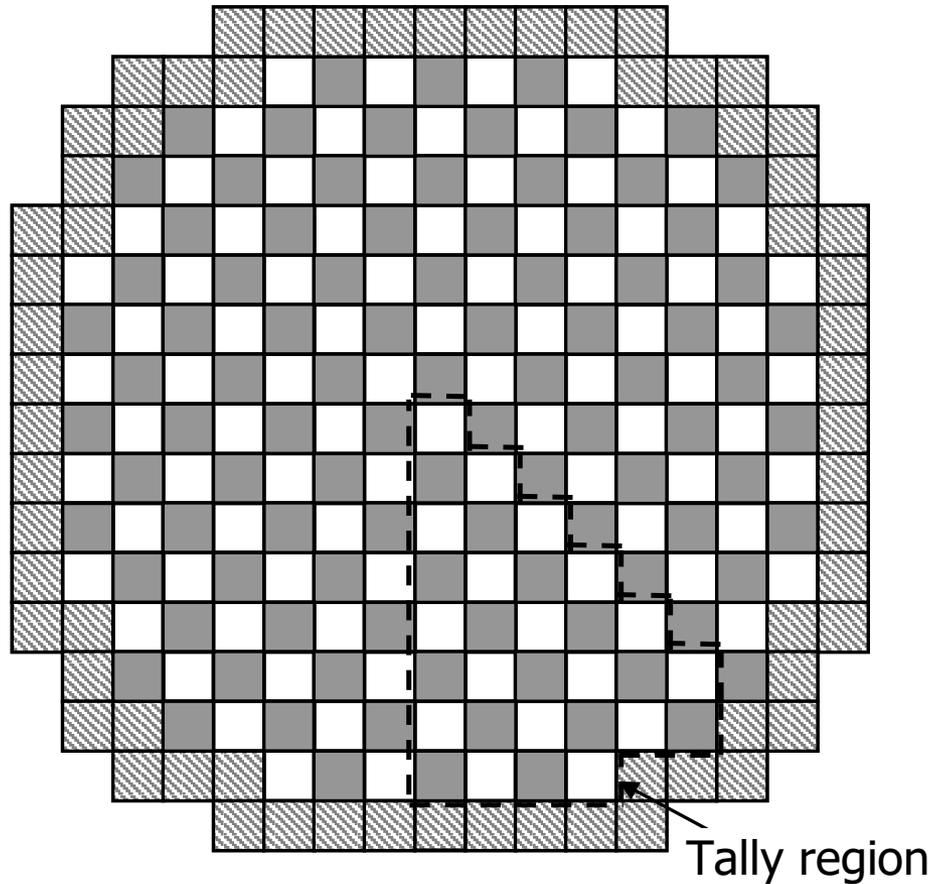


# 炉心体系への適用

---

- CMFDやGCMR加速計算の利用により、商業炉の全炉心解析が現実的な計算時間で実施可能に
- MOCを炉心解析に用いる動機
  - 既存の炉心解析手法の精度の確認
  - 設計余裕の適正化のための高精度解析

# モンテカルロコードとの比較 (4 loop PWR)



□ MOX assembly

▨ Reflector

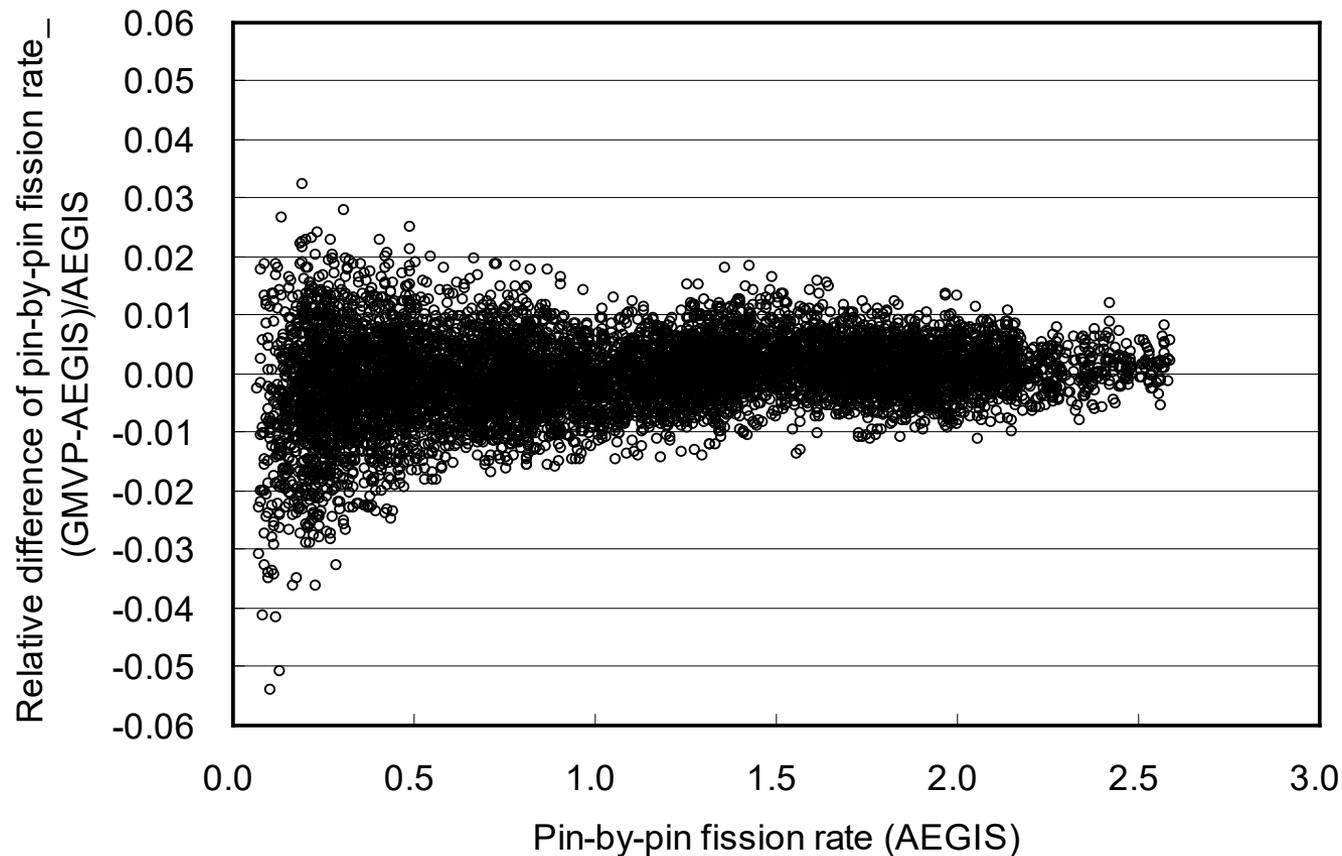
■ UO<sub>2</sub> assembly

# モンテカルロコードとの比較 (4 loop PWR)

- 計算条件
  - レイトレース幅: 0.02cm以下、Gauss-Legendreマクロバンド法
  - 方位角分割: 128 (for  $2\pi$ )
  - 極角分割: 3 (for  $\pi/2$ 、TY-opt角度分点)
  - メッシュ分割: 物質境界に加え、燃料・反射体セル (1.26cm $\times$ 1.26cm)を20 $\times$ 20メッシュに分割
  - モンテカルロのヒストリー数: 1億
- 結果の概要
  - 実効増倍率の差異: 0.001%
  - 燃料棒毎核分裂率分布の平均自乗誤差: 0.78%
  - 燃料棒毎核分裂率分布の最大誤差: 5.2%

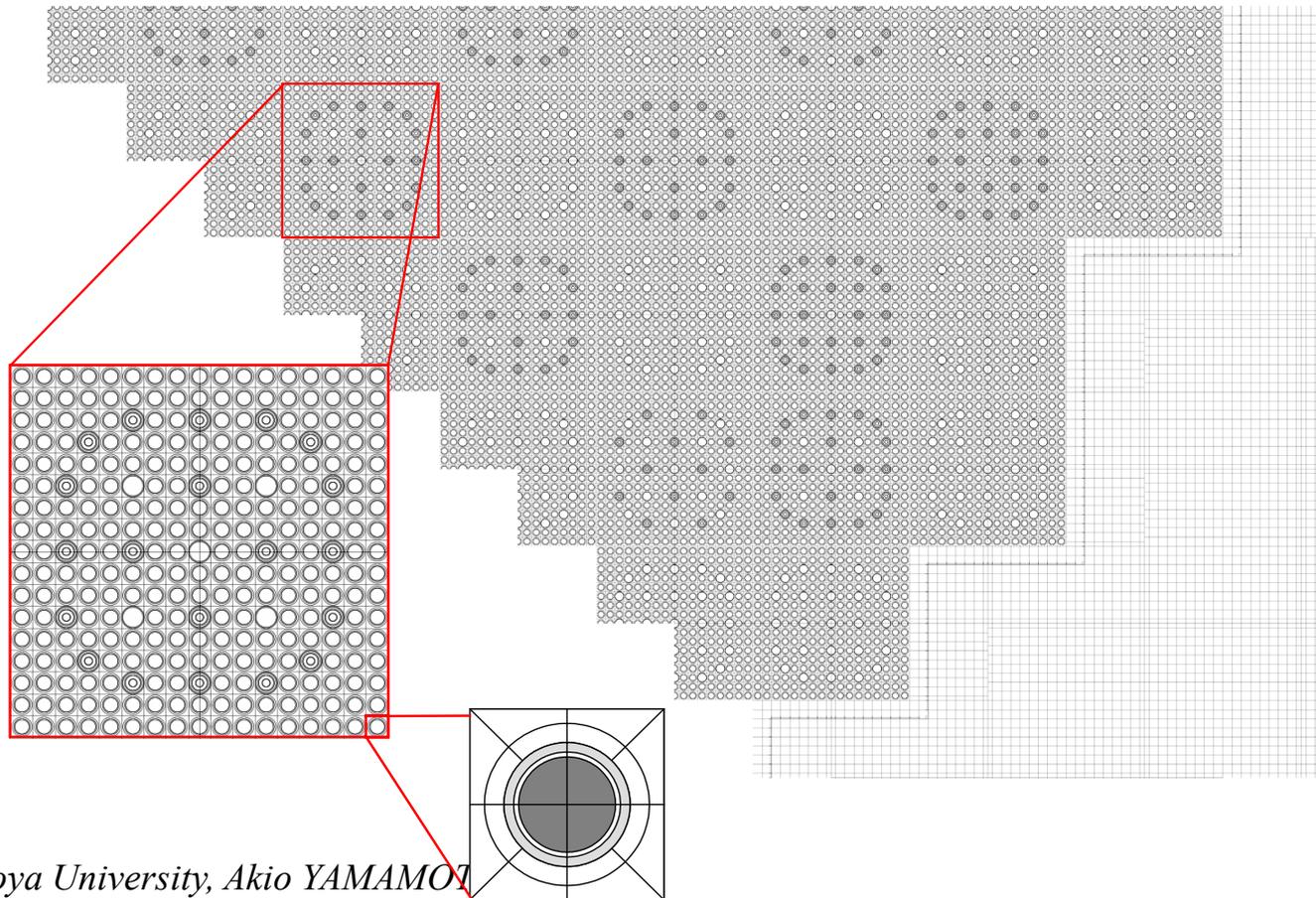
# モンテカルロコードとの比較 (4 loop PWR)

## ■ 燃料棒毎の核分裂率分布の差異



# 炉心解析の結果

- CHAPLETコードによる初装荷炉心解析

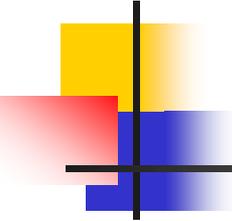


# 炉心解析の結果

## ■ 初装荷炉心解析結果

	H	G	F	E	D	C	B	A
8	0.0	0.2	0.0	0.0	1.2	1.3	0.1	-1.4
7	0.3	0.3	0.5	0.0	1.2	0.5	-1.1	-1.6
6	0.2	0.6	1.6	1.2	0.1	-1.0	-0.4	
5	1.0	0.7	1.4	0.9	0.8	-1.1	-0.9	
4	0.9	1.1	1.0	1.3	0.9	0.9		
3	0.5	-0.5	-1.3	-0.9	1.0			
2	-0.4	-1.5	-0.5	-0.9	(CHAPLET – Meas.)/Meas.(%)			
1	-2.0	-2.3	R.M.S. error of assembly power		0.97%			
			Maximum error of assembly power		-2.3%			
			Error of k-effective		-0.15%dk/k			

Analysis of the Ikata-3 Initial Core with the CHAPLET Heterogeneous Transport Calculation Code Based on the Method of Characteristics, M. Tatsumi, T. Kimoto, A. Yamamoto, Trans. Am. Nucl. Soc., 83巻 (頁: 286-287), 2000年



# まとめ

---

- MOCの概要
- レイトレースと境界条件の取り扱い
- 角度分割
- 幾何形状
- 加速計算
- 適用例