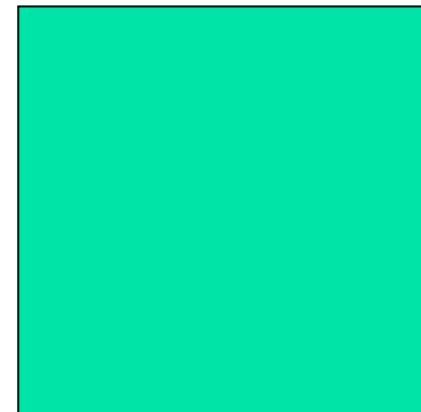
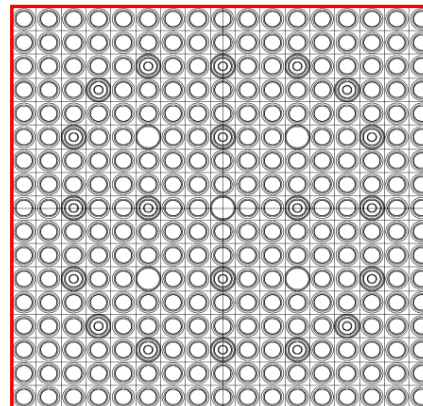
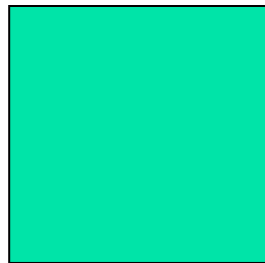
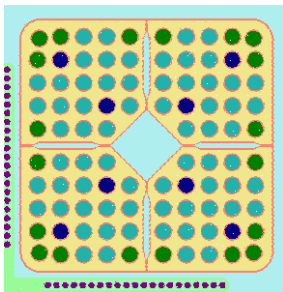


均質化誤差と均質化法 ～不連続因子、SPH法など～

- ・均質化の誤差要因
- ・不連続因子
- ・SPH法
- ・空間再均質化法

均質化

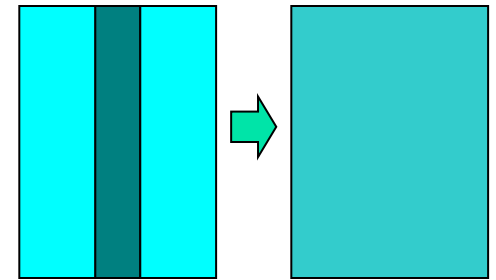
- 近代ノード法など、粗メッシュ計算では、原子炉内の詳細な構造(ペレット、被覆管、減速材)を直接扱わず、平均化したものを取り扱う。
- このため、均質化が必要となる
- 軽水炉ではPWR, BWRともに集合体の内部の構造を均質化する方法が主流である。



均質化

- 反応率の保存をするため、以下の形で均質断面積を作成する。

$$\Sigma^{\text{hom}} = \frac{\int \Sigma^{\text{het}}(\vec{r}) \phi(\vec{r}) d\vec{r}}{\int \phi(\vec{r}) d\vec{r}} = \frac{\sum_i \Sigma_i^{\text{het}} \phi_i^{\text{het}} V_i}{\sum_i \phi_i^{\text{het}} V_i}$$

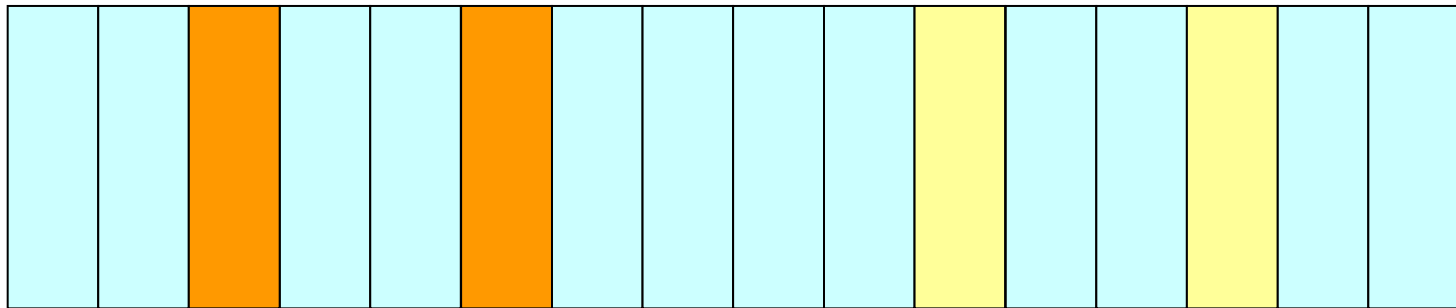
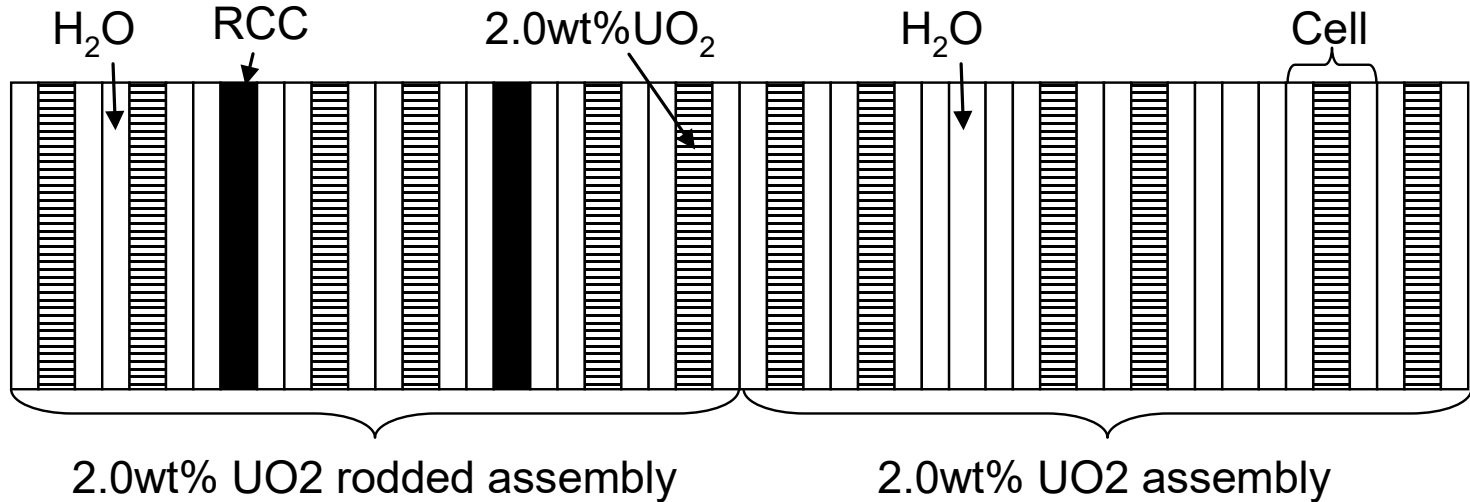


- ここで、以下の式が成り立っていれば、非均質体系での反応率と均質体系の反応率は一致する。

$$\phi^{\text{hom}} \sum_i V_i = \phi^{\text{hom}} V^{\text{hom}} = \sum_i \phi_i^{\text{het}} V_i$$

均質化の計算例

- 以下の計算体系を対象とする。





均質化の計算例

- 一次元平板体系(PWR集合体を模擬)
- 単一集合体体系で非均質体系の計算を実施
- 得られた中性子束分布でセル内を均質化
- 隣接体系でセル内を均質化した結果とセル内を非均質に扱った結果を比較
- 一群・固定中性子源
- 解析的ノード法で計算(メッシュ誤差を避けるため)

均質化の計算例

- 断面積は以下の通り

Material	Abbreviation of cell	Cross section(1/cm)	
		absorption	total
4.95wt% UO ₂	U495	3.8E-01	7.5E-01
2.00wt%UO ₂	U200	1.8E-01	5.5E-01
RCC	RCC	7.6E+00	7.6E+00
MOX(8.3wt%Puf)	MOX	2.0E+00	2.3E+00
H ₂ O	GT	1.9E-02	1.3E+00

- 燃料の厚さは0.9cm、減速材の厚さは0.6cm
- 全体系に一様な中性子源を仮定(強度 1.0[1/cm³])

均質化の計算例

■ 各セルにおける吸収率($\Sigma a\phi$)の比較

<AXS-ACF case>

Cell	Absorp. rate	Percent error in absorption rate ¹⁾				
	REF	FVW	GET	SPH	MS	MCNH
U200	0.725	-9.25	0.00	0.00	0.01	0.01
U200	0.566	-12.75	0.00	0.00	0.02	0.01
RCC	2.260	9.30	0.04	0.06	0.09	0.07
U200	0.449	-15.36	0.15	0.19	0.30	0.23
U200	0.449	-15.14	0.34	0.42	0.67	0.58
RCC	2.335	10.80	0.49	1.39	0.60	0.61
U200	0.621	-9.89	0.90	3.27	0.63	0.49
U200	0.856	-4.66	0.88	4.81	0.81	0.81
U200	1.007	-2.95	-0.81	-4.43	-0.90	-0.82
U200	1.161	-2.39	-0.89	-2.64	-0.98	-0.99
GT	0.313	-3.67	-0.48	-1.35	-0.56	-0.50
U200	1.274	-0.59	-0.26	-0.70	-0.30	-0.27
U200	1.284	-0.38	-0.20	-0.44	-0.23	-0.23
GT	0.321	-2.74	-0.12	-0.25	-0.14	-0.13
U200	1.232	-0.21	-0.07	-0.15	-0.08	-0.07
U200	1.147	0.70	-0.06	-0.11	-0.07	-0.07

↑中性子束重み

均質化の計算例

- 中性子束重みを用いた均質化の誤差要因(1)
 - セル内の中性子束分布として単一集合体計算の結果を利用→隣接集合体体系の中性子束分布と異なる
 - 隣接集合体体系で得られた中性子束分布を使用してセル内を均質化した結果→ピンセル均質化の場合はあまり改善せず(集合体均質化では重要となる場合あり)

<RXS-ACF case>

Cell	Absorp. rate	Percent error in absorption rate ¹⁾				
	REF	FVW	GET	SPH	MS	MCNH
U200	0.725	-9.25	0.00	0.00	0.01	0.01
U200	0.566	-12.75	0.01	0.01	0.02	0.01
RCC	2.260	9.32	0.07	0.08	0.12	0.10
U200	0.449	-15.29	0.23	0.26	0.39	0.32
U200	0.449	-15.00	0.51	0.59	0.89	0.81
RCC	2.335	10.71	0.38	1.28	0.44	0.45
U200	0.621	-9.92	0.87	3.25	0.64	0.52
U200	0.856	-4.87	0.67	4.59	0.61	0.61
U200	1.007	-2.73	-0.58	-4.20	-0.65	-0.58
U200	1.161	-2.33	-0.82	-2.57	-0.91	-0.92
GT	0.313	-3.69	-0.50	-1.37	-0.57	-0.52
U200	1.274	-0.58	-0.26	-0.70	-0.30	-0.26
U200	1.284	-0.38	-0.20	-0.44	-0.23	-0.23
GT	0.321	-2.75	-0.13	-0.26	-0.15	-0.14
U200	1.232	-0.21	-0.07	-0.15	-0.09	-0.08
U200	1.147	0.69	-0.06	-0.11	-0.07	-0.07



均質化の計算例

- 中性子束重みを用いた均質化の誤差要因(2)
 - 均質化することにより、中性子の入射に対する流出(応答)が変化する
 - これが均質化誤差の主要因



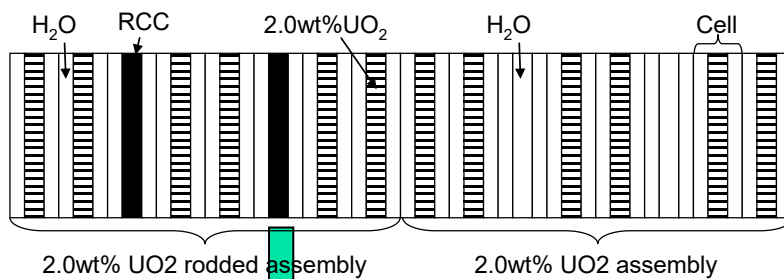
均質化誤差

- 例えば、RCCセルを考える。
- RCCにおける中性子の吸収量が非均質体系のものと同じにするための条件は
 - セル内の平均中性子束が均質体系と非均質体系で一致していること
- この条件を満たすためには、セル境界における中性子流が均質体系と非均質体系で一致している必要がある。
 - セル内のバランス方程式より

$$\sum_i J_i + \Sigma_a \phi V = QV$$

均質化誤差

- では、RCCのセル境界において、非均質体系で得られた中性子流を境界条件として拡散方程式を解いてみる。



非均質体系の
中性子流を
境界条件として
与える。

均質化

$$-D \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \Sigma_a \phi(x) = Q$$

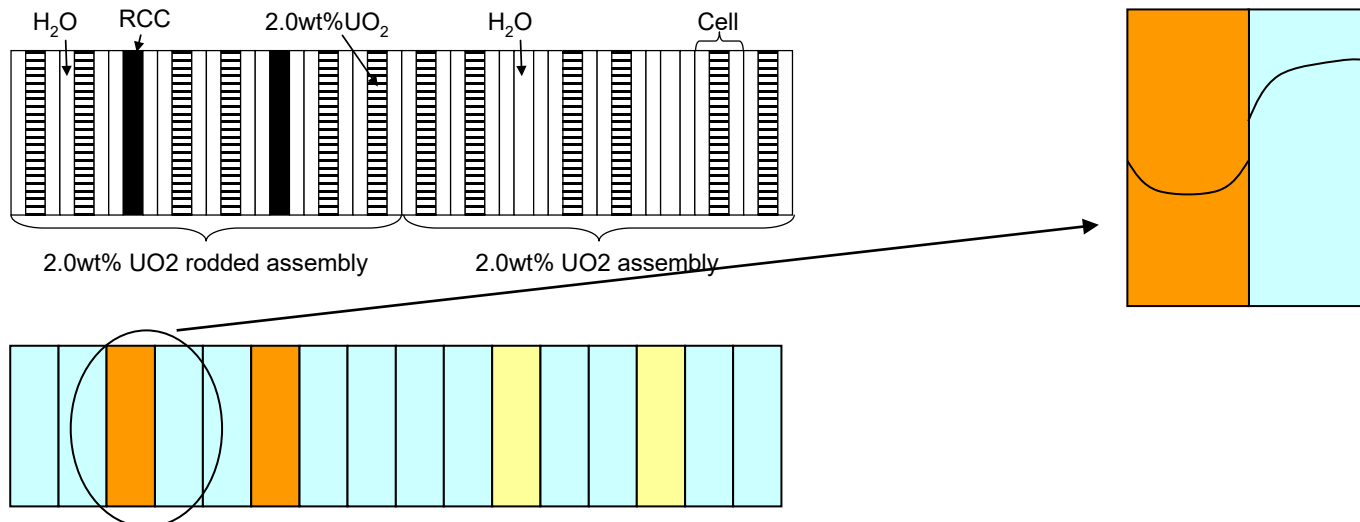
$$-D \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=-a/2} = J_L$$

$$-D \frac{d\phi(x)}{dx} \Big|_{x=+a/2} = J_R$$

境界における中性子流が非均質体系と一致しているので、セル内の平均中性子束は均質体系と非均質体系で一致。

均質化誤差

- ほかの均質化したセルにおいても同様の解析を行う。
- このとき、一般的に、均質化したセルの境界で中性子束は連続になっていない。
- 拡散方程式は二回の微分方程式であり、境界条件として中性子流(二個)および中性子束(二個)の合計四個を同時に満足するような解を得ることはできない。
- これに対し、拡散方程式では中性子束を連続とする境界条件を使う
- これが均質化誤差の本質である。





不連続因子

- 先ほどの解析で非均質体系の中性子流を保存する(再現する)ためには、均質体系のセル表面で中性子束が不連続になることを示した。
- この中性子束の不連続性を考慮する因子を(中性子束)不連続因子という。
- 一般には、不連続因子は以下の式で定義される。
(Generalized Equivalence Theory, GET)

$$DF = \frac{\phi^{het}}{\phi^{hom}}$$

不連続因子

- 拡散方程式を解く際、中性子束の連続条件を用いるが、不連続因子を含めると以下のようなになる。

$$DF_{i-1}^+ \phi_{i-1}^{+,hom} = DF_i^- \phi_i^{-,hom}$$

- 不連続因子の定義から

$$DF_{i-1}^+ \phi_{i-1}^{+,hom} = \phi_{i-1}^{+,het} = \phi_i^{-,het} = DF_i^- \phi_i^{-,hom}$$

- つまり、不連続因子を含む中性子束の連続条件は、「非均質体系の中性子束が連続になる」という物理的な要請に即したものとなっている。



不連続因子の算出

- 不連続因子を求めるためには「非均質体系で求めた表面中性子束」が必要。

$$DF = \frac{\phi^{het}}{\phi^{hom}}$$

- これを求めるためには、非均質体系での計算が必要とされる。
- しかし、非均質体系での計算があれば、それを利用すればよい。
- ではどうするか。



不連続因子の算出

- 厳密に不連続因子を求めるためには、非均質体系で得られた中性子流を境界条件として用いる。
- そこで、発想を転換し、「非均質体系において、境界の中性子流を零とする条件で均質化を行い、均質体系での中性子束を求める。また、これらの値から不連続因子を求める。」こととする。
- 本来は、中性子流は零ではないが、これを零と仮定する近似を用いる。
- 求められた不連続因子が中性子流に大きく依存しなければ、この手法は妥当である。
- 集合体均質化に対しては、上記の仮定はおおむね妥当であることが経験的に分かっている。
- なお、燃料セル均質化については、上記の仮定はもはや成り立たない→別のアプローチが必要。



不連続因子の算出

- 前ページの仮定は炉心解析上、非常に大きなメリットをもたらす。
- 「境界の中性子流が零」ということは、境界で反射境界条件を使うことであり、これは、従来から使用されている集合体計算で使用されている境界条件と一致する。すなわち、解析方法を大幅に変更する必要がない。
- また、均質体系において、境界での中性子流を零とすると、中性子束は平坦(=平均中性子束)となる。そのため、集合体計算(集合体内非均質)で集合体の表面中性子束さえ求めれば容易に不連続因子を算出することができる。
- このため、旧来の集合体計算コードに容易に組み込むことができる。
- 以上のことから、単一集合体(反射境界条件)を仮定して求めた不連続因子を(Assembly Discontinuity Factor, ADF)と呼ぶ。



不連続因子を用いた炉心解析

- 不連続因子は集合体内を均質化する近代ノード法と組み合わせ、以下の手順で適用される。
 - (1) 単一集合体体系(完全反射境界条件)で集合体計算を実施する。(Characteristics法など)
 - (2) 集合体の表面中性子束の平均値を求める
 - (3) 集合体の平均中性子束を求める。
 - (4) 不連続因子を[表面中性子束]/[平均中性子束]で求める。
 - (5) 不連続因子を(他の断面積と同様)テーブル化する
 - (6) 近代ノード法でテーブル化された不連続因子を用いる。



近代ノード法による炉心解析例

- PWR制御棒価値および等温温度係数
- 不連続因子の影響(PWR/BWR)

Smith, K. (1993)., Modern reactor core design codes and comparison to measured data, In Kuesters, H.Stein, E., Stein, E., & Werner, W. (Eds.), Mathematical methods and supercomputing in nuclear applications Proceedings, Vol. 1, Germany
Figures 1, 2, 3, 7



不連続因子の限界

- 不連続因子(GET)の考え方自体は近似を含んでいない。
- しかし、炉心解析ではADFが用いられており、「不連続因子は集合体計算の境界条件に依存しない」という仮定が用いられている。
- 非均質性の大きな炉心(特にBWR)については、この仮定が精度よく成り立たない場合がある。
- 対処方法としては
 - 不連続因子を中性子流の関数として定義
 - 新しい均質化法の開発
 - 詳細メッシュ計算
- また、輸送計算に対する不連続因子は現時点では理論的に確立されていない。(輸送ノード法などの利用の障害)

SPH法

- 均質化誤差低減のために開発された手法。Superhomogenization法の略。(本来はフランス語)
- SPH法では、非均質体系の反応率と均質体系の反応率が一致するように、以下のSPH因子を断面積に乗じる。

$$\mu_k = \frac{\bar{\phi}_k^{het}}{\phi_k^{hom}} = \frac{\sum_{i \in k} V_i \phi_i^{het}}{\sum_{i \in k} V_i \phi_k^{hom}}$$

SPH法

- SPH因子を断面積に乗じることで反応率が保存される。

$$\widetilde{\sum}_k^{ave} \phi_k^{hom} = \mu_k \sum_k^{ave} \phi_k^{hom} = \frac{\overline{\phi}_k^{het}}{\phi_k^{hom}} \sum_k^{ave} \phi_k^{hom} = \sum_k^{ave} \overline{\phi}_k^{het}$$

- SPH因子の長所と短所

- 断面積を直接補正するため、SPH因子自体を保存しておく必要がない。
- SPH因子を求めるために繰り返し計算が必要。
- 不連続因子より自由度が小さい。この結果、セル平均の中性子流のみが保存される。(セルの各面の中性子流は保存されない)



SPH因子と不連続因子

- SPH因子と不連続因子は密接に関連がある。
- セル(集合体)表面の不連続因子が一種類のとき、SPH因子と不連続因子の間には以下の関係がある。

$$\mu = \frac{1}{DF}$$

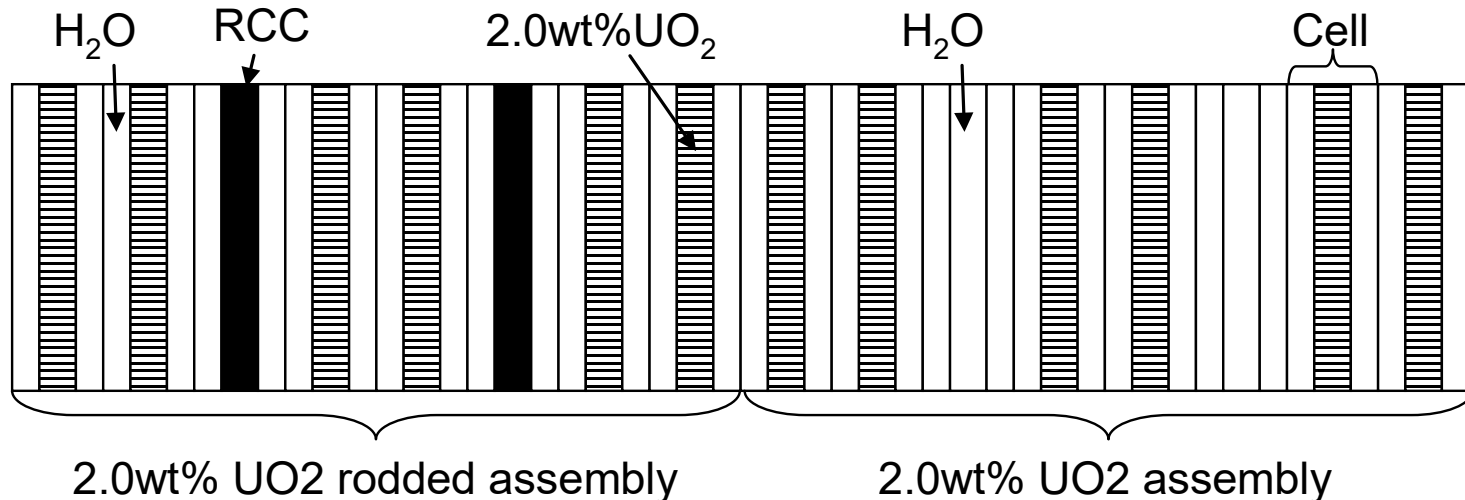


中性子束重みの誤差

- P.8において、断面積の均質化に用いる中性子束分布の影響を議論した。
- セル内を均質化する場合は影響が小さいが、集合体を均質化する際には、この影響が無視できないことがある。
- たとえば、MOX燃料集合体、Gd燃料棒が最外周に配置されている集合体などは、単一集合体体系で求めた集合体内の中性子束分布が実際の炉心内での中性子束分布と大きく異なっている。(→均質化に用いる中性子束分布の誤差)

中性子束重みの誤差

- この影響を排除する方法
 - 空間再均質化法
 - 詳細メッシュ(燃料棒単位)の炉心計算
 - サブメッシュ法(集合体内を幾つかの均質化領域に分割)





空間再均質化法

- 中性子束重みの誤差の要因は、集合体内のglobalな中性子束の変動を無視していること。(単一集合体計算では、globalな中性子束は平坦となるが、実際の炉心では分布がある)
- 空間再均質化法(Spatial re-homogenization法)は、globalな中性子束の変動の影響を補正するものである。
- 集合体計算時に集合体内の中性子束分布のglobalな分布を幾つか仮定し、均質化断面積を求め、globalな分布がない場合からの均質化断面積の差異を求めておく。
- そして、炉心計算時に断面積の差異を補正する。
- Globalな分布としては炉心計算(ノード法)で使用する多項式を仮定する。このことにより、炉心計算の結果が均質断面積の補正に直接使用できることとなる。



空間再均質化法

- 空間再均質化法具体的な適用手順は以下の通りである。
 - (1) 集合体計算を単一体系(完全反射境界条件)で実施し、集合体内の中性子束分布を求める。また、この中性子束分布で集合体均質化断面積を求める。
 - (2) (1)で求めた中性子束分布に、globalな中性子束分布(多項式)を上乗せし、集合体均質化断面積を求める。(求められた断面積は(1)と異なる)
 - (3) (2)を幾つかの多項式(2, 3, 4次)について繰り返す。
 - (4) (3)の結果をテーブル化する
 - (5) 再均質化の補正なしの断面積で近代ノード法による炉心計算を行う。
 - (6) 炉心計算の結果、得られた中性子束分布(多項式)の係数に従い、(4)のテーブルによって断面積を補正する。
 - (7) (6)を収束するまで繰り返す。



空間再均質化法の適用例

- 計算体系
- 計算結果

K. Smith, *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **71**, 238 (1994).



まとめ

- 均質化誤差の発生要因
 - 中性子束重みの誤差
 - 均質化により中性子の応答が変化するための誤差
- 不連続因子
- SPH法
- 空間再均質化法