

臨界安全・解説教材

中性子増倍率の評価

- 中性子無限増倍率と中性子実効増倍率
- 中性子拡散方程式の導入
- バックリングと中性子増倍率の関係
- 中性子輸送方程式とその解

# 中性子無限増倍率と 中性子実効増倍率

## 無限増倍率 $k_{\infty}$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$

中性子増倍率には、中性子無限増倍率 $k_{\infty}$ と中性子実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ がある。

### 中性子無限増倍率 $k_{\infty}$ :

体系からの中性子の漏れを無視したときの中性子増倍率である。均質な媒質に対しては、「その媒質が無限に広がっているときの中性子増倍率」と見做すことができる。

従って、媒質の種類にのみ依存するパラメータとなる。

$$k_{\infty} = \frac{\text{核分裂で発生した中性子数}}{\text{吸収や漏れにより消滅した中性子数}}$$

## 無限増倍率 $k_{\infty}$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$

中性子増倍率には、中性子無限増倍率 $k_{\infty}$ と中性子実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ がある。

### 中性子実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ :

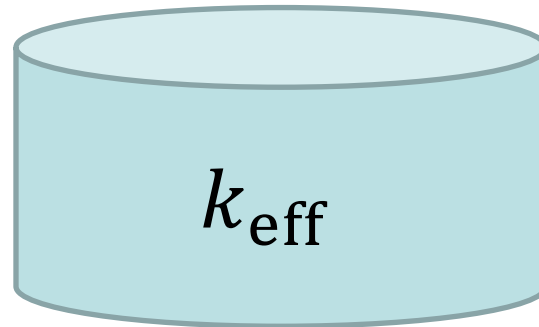
体系からの中性子の漏れを考慮したときの中性子増倍率である。均質な媒質に対しては、「その媒質が有限に存在するときの中性子増倍率」と見做すことが出来る。

このパラメータは媒質の種類に加えて、体系の形状・大きさにも依存する。

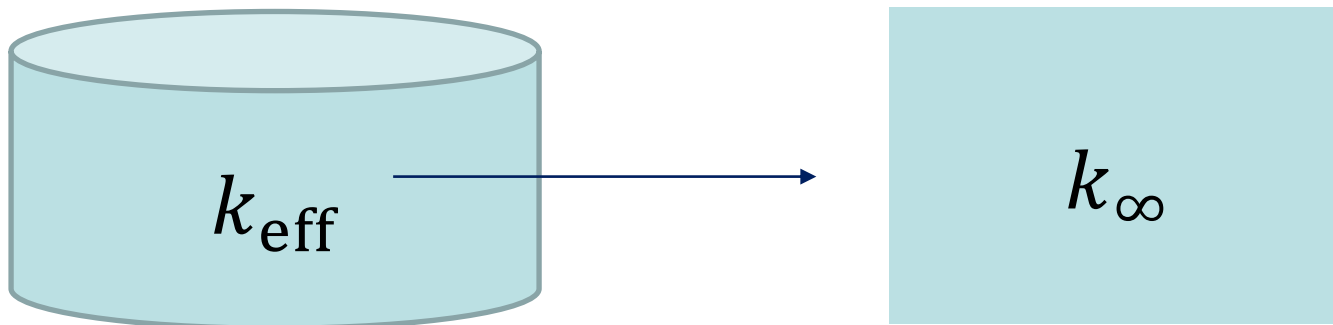
$$k_{\text{eff}} = \frac{\text{核分裂で発生した中性子数}}{\text{吸収や漏れにより消滅した中性子数}}$$

## 無限増倍率 $k_{\infty}$ と実効増倍率 $k_{\text{eff}}$

以下のような有限な円筒形状の原子炉の中性子増倍率は実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ である。



この原子炉を構成する媒質の中性子増倍率は無限増倍率 $k_{\infty}$ である。



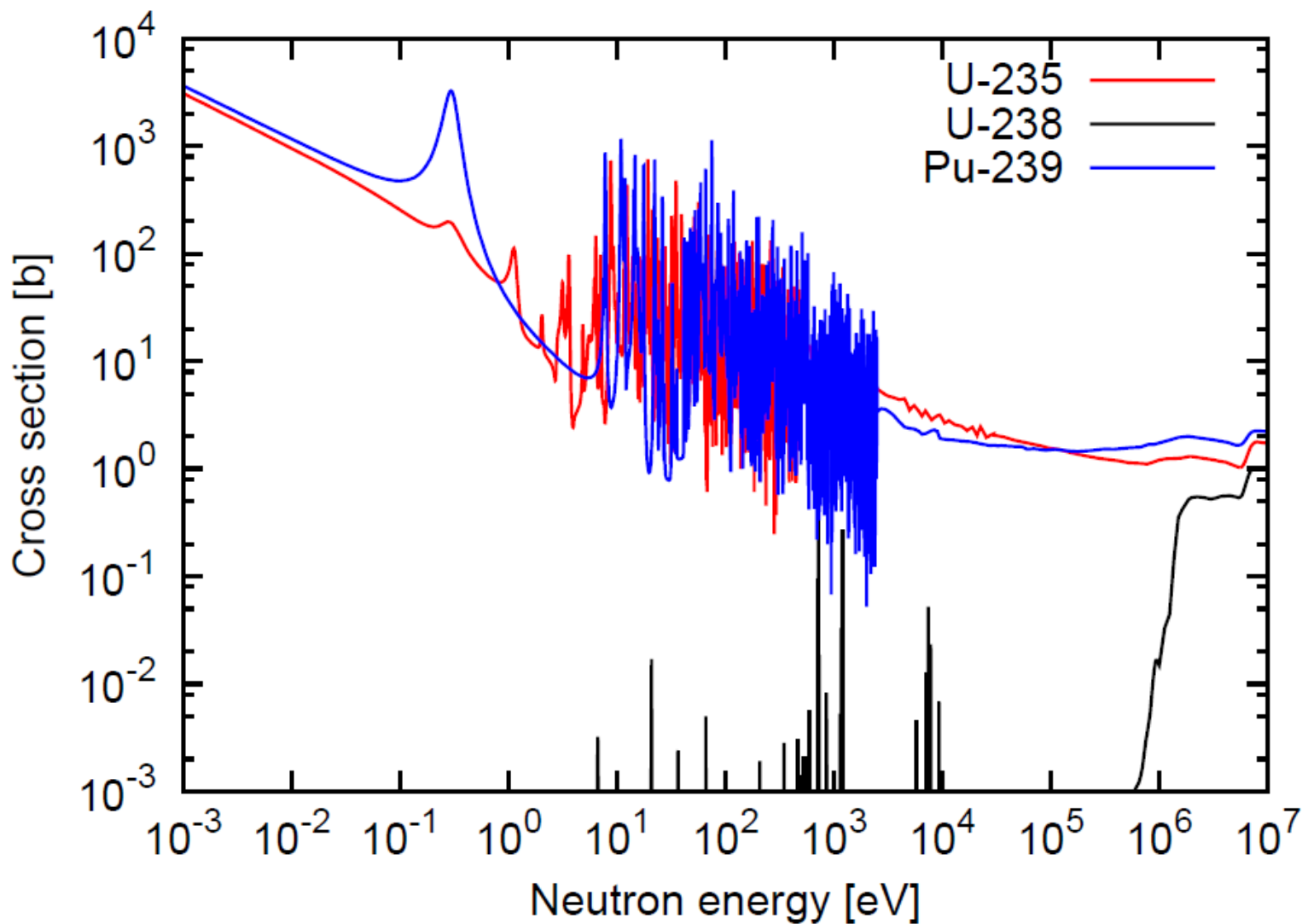
## 実効増倍率 $k_{\text{eff}}$ と無限増倍率 $k_{\infty}$ の関係

$$k_{\text{eff}} = \frac{\text{核分裂生成}}{\text{吸収} + \text{漏れ}}$$
$$= \frac{\text{核分裂生成}}{\text{吸収}} \times \frac{\text{吸収}}{\text{吸収} + \text{漏れ}}$$

中性子は媒質の原子核に吸収されるか体系から漏れるかして消滅することを考えると、吸収/(吸収+漏れ)は「中性子が体系から漏れずに吸収される確率」と解釈できる。これを「体系から中性子が漏れない確率」として $P_{\text{NL}}$ とすると、 $k_{\text{eff}}$ は $k_{\infty}$ と $P_{\text{NL}}$ との積で記述できることが分かる。

$$k_{\text{eff}} = k_{\infty} P_{\text{NL}}$$

# 核分裂反応の起こりやすさ: 核分裂断面積

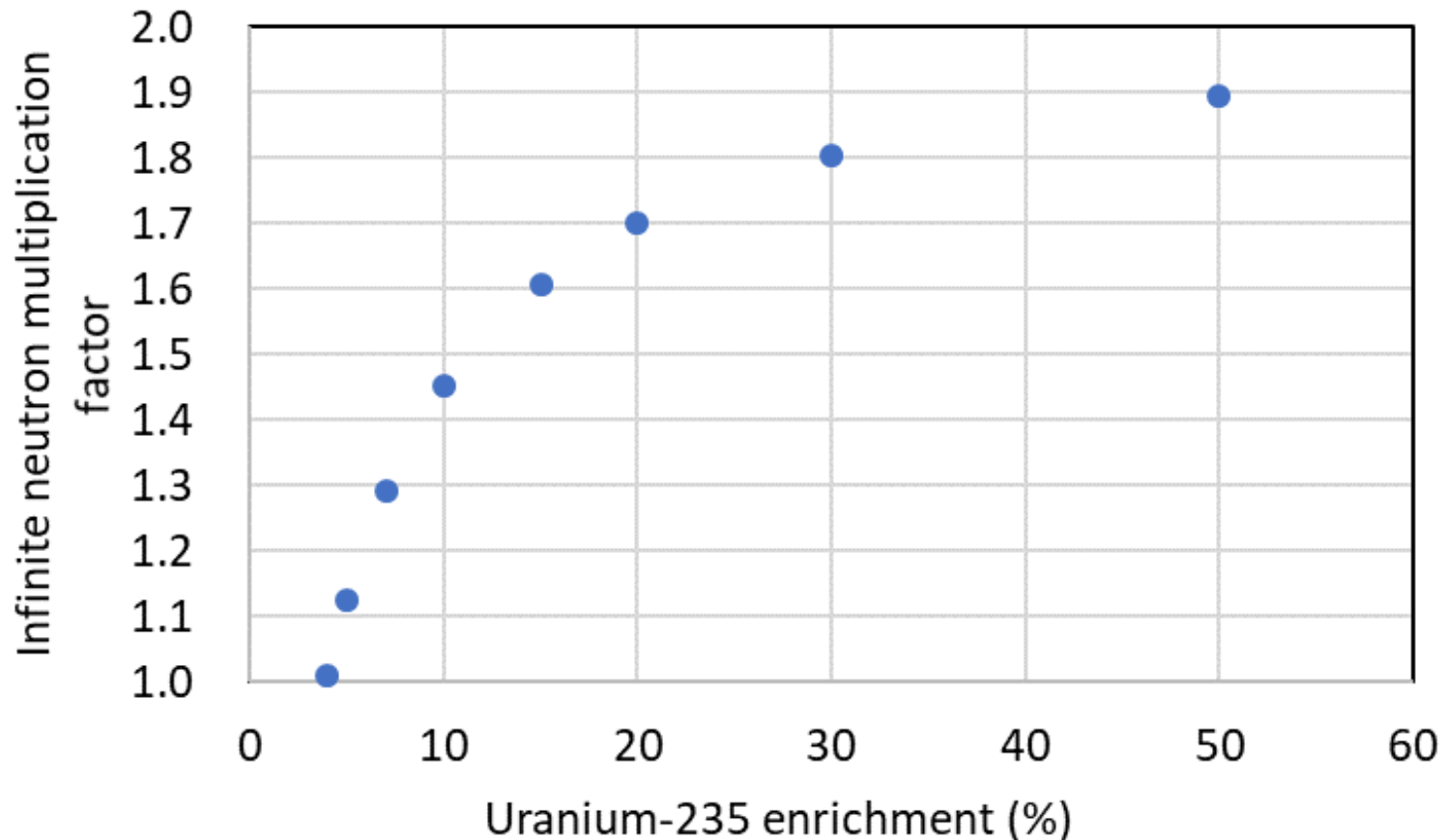


U-235は核分裂しやすいが、U-238は核分裂しにくい。通常の原子炉ではウラン元素中のU-235の濃縮度を高めて使用している。

## 無限増倍率 $k_{\infty}$ とU-235濃縮度の関係

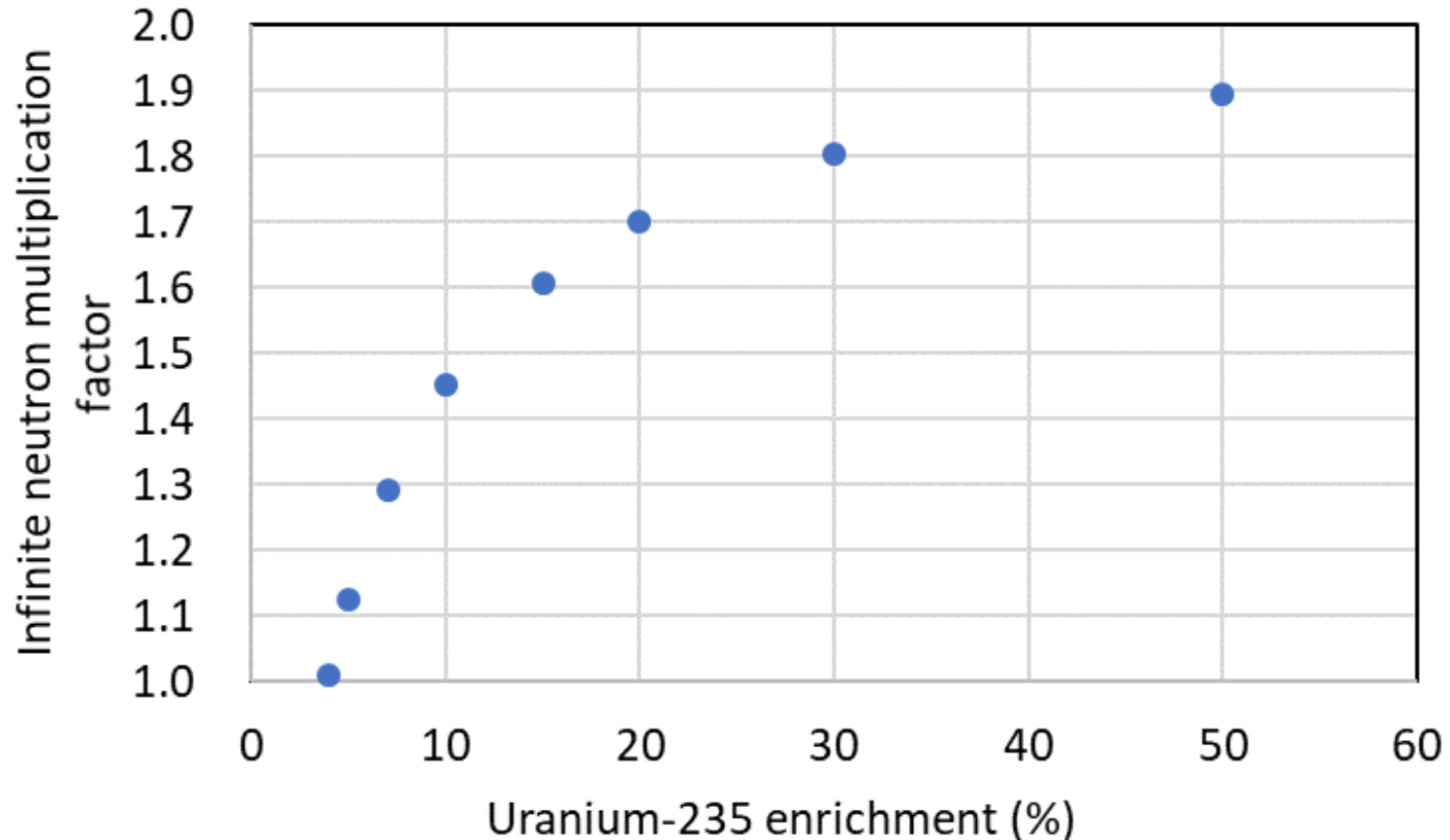
中性子無限増倍率 $k_{\infty}$ は媒質の特性によって決まるパラメータである。

硝酸ウラニル水溶液の $k_{\infty}$ のU-235濃縮度への依存性の計算例



# 無限増倍率 $k_{\infty}$ とU-235濃縮度の関係

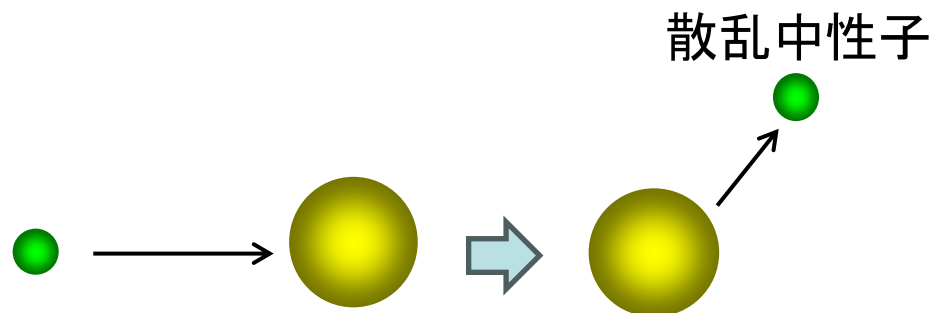
硝酸ウラニル水溶液の $k_{\infty}$ のU-235濃縮度への依存性の計算例



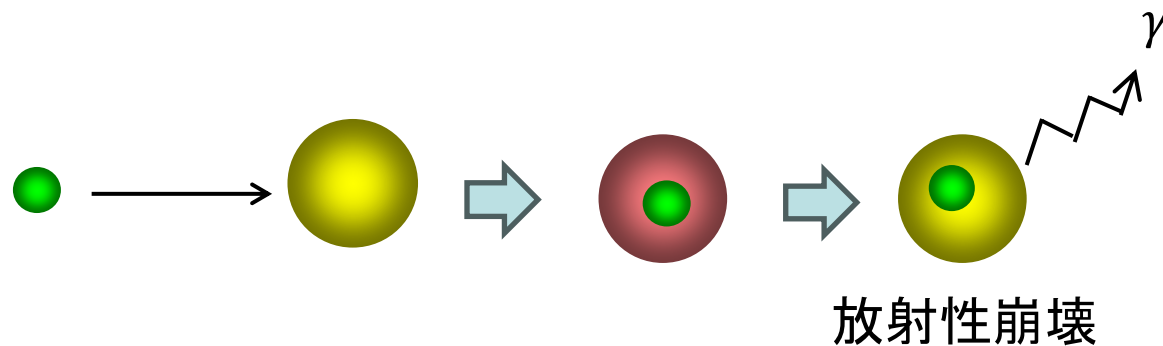
中性子無限増倍率 $k_{\infty}$ が1.0未満である場合には、その媒質で構成される核分裂増倍系が臨界に達することはあり得ない。

# 中性子と原子核との様々な反応例

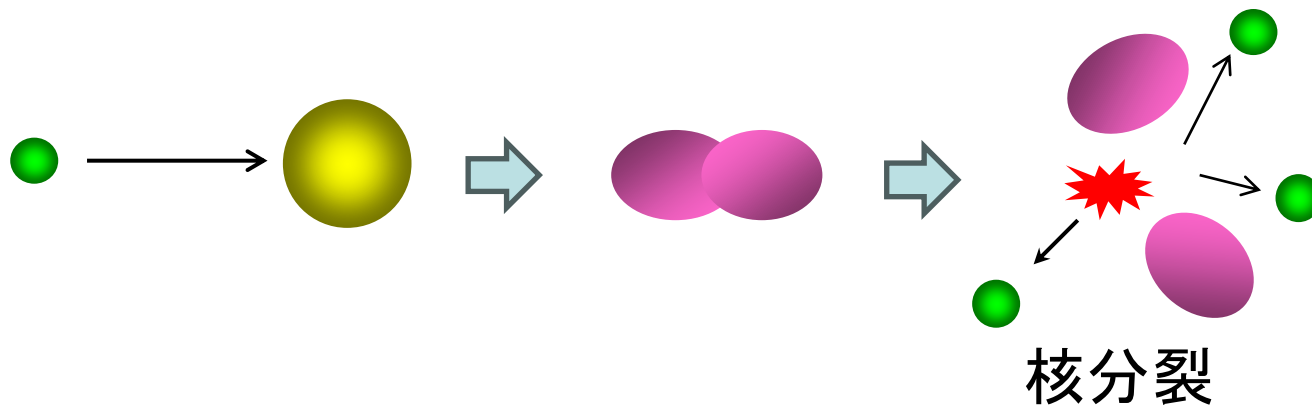
## 弾性散乱



## (放射性)捕獲



## 核分裂



単位時間内での、原子核と中性子の反応回数を増やすにはどうすればよいだろうか？

- (1) 原子核を密集させる
- (2) 反応しやすい原子核を用いる
- (3) たくさんの中性子を放つ

単位時間内での、原子核と中性子の反応回数を増やすにはどうすればよいだろうか？

(1)原子核を密集させる

→ 原子核の存在密度を大きくする。

(2)反応しやすい原子核を用いる

→ 反応断面積の大きい原子核を用いる。

(3)たくさんの中性子を放つ

→ 原子核を含む媒質を通過する中性子の数を大きくする。

## 中性子と原子核の反応の概念

以上の議論より、中性子と原子核の反応の回数は、

(1)原子(核)の密度

(2)原子核の中性子に対する反応断面積

(3)媒質を通過する中性子の数

に比例するであろうことが分かる。

## 中性子と原子核の反応の概念

中性子と原子核の反応の回数は、

(1) 原子(核)の密度

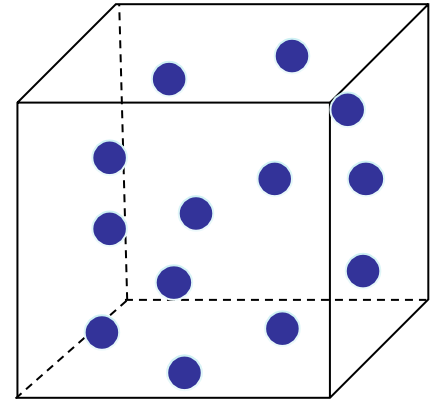
(2) 原子核の中性子に対する反応断面積

(3) 媒質を通過する中性子の数

に比例する。

原子の個数密度(原子数密度):

$N$  [# / cm<sup>3</sup>]



## 中性子と原子核の反応の概念

中性子と原子核の反応の回数は、

(1)原子(核)の密度

(2)原子核の中性子に対する反応断面積

(3)媒質を通過する中性子の数

に比例する。

原子核の断面積：

$\sigma$  [ $\text{cm}^2$ ] (もしくは [ $\text{barn}$ ])

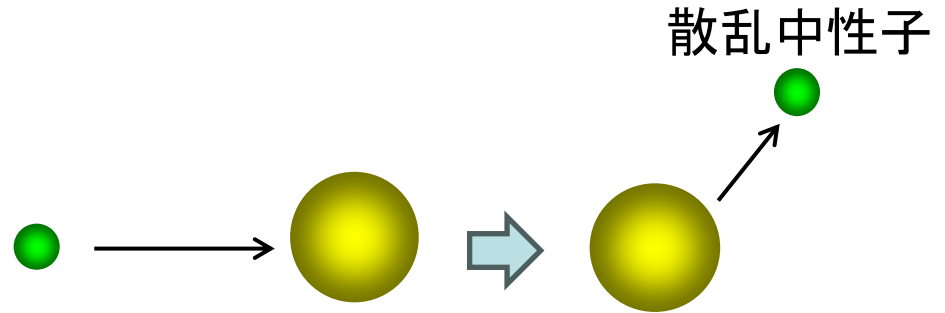
$$1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$$

barnを単にbと書いたりもする。

# 中性子と原子核との様々な反応例

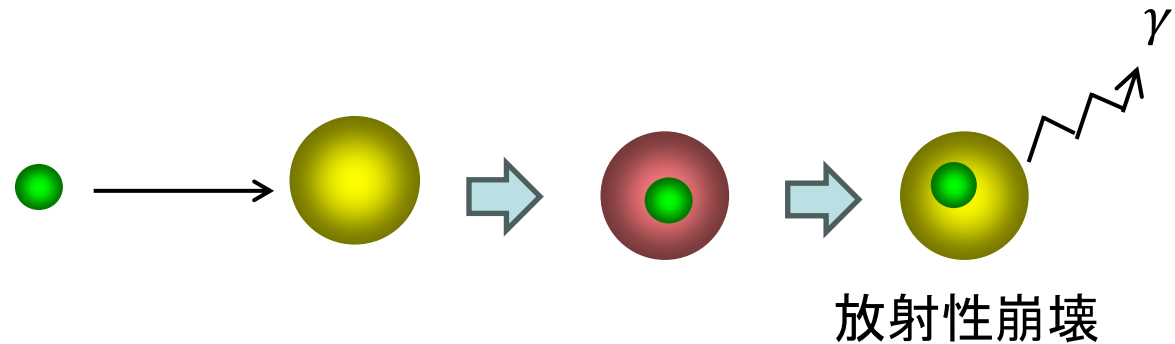
## 弾性散乱

弾性散乱断面積  $\sigma_e$



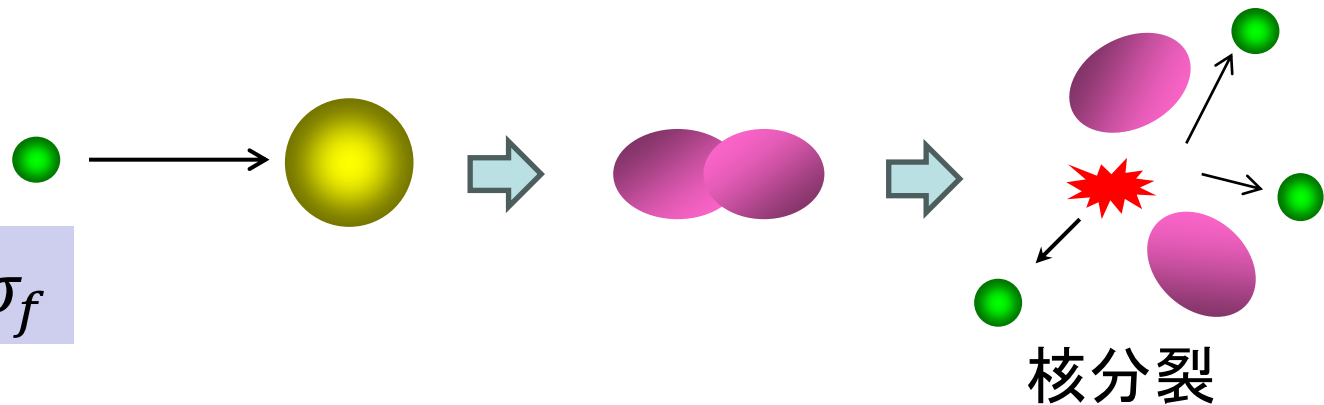
## (放射性)捕獲

捕獲断面積  $\sigma_c$

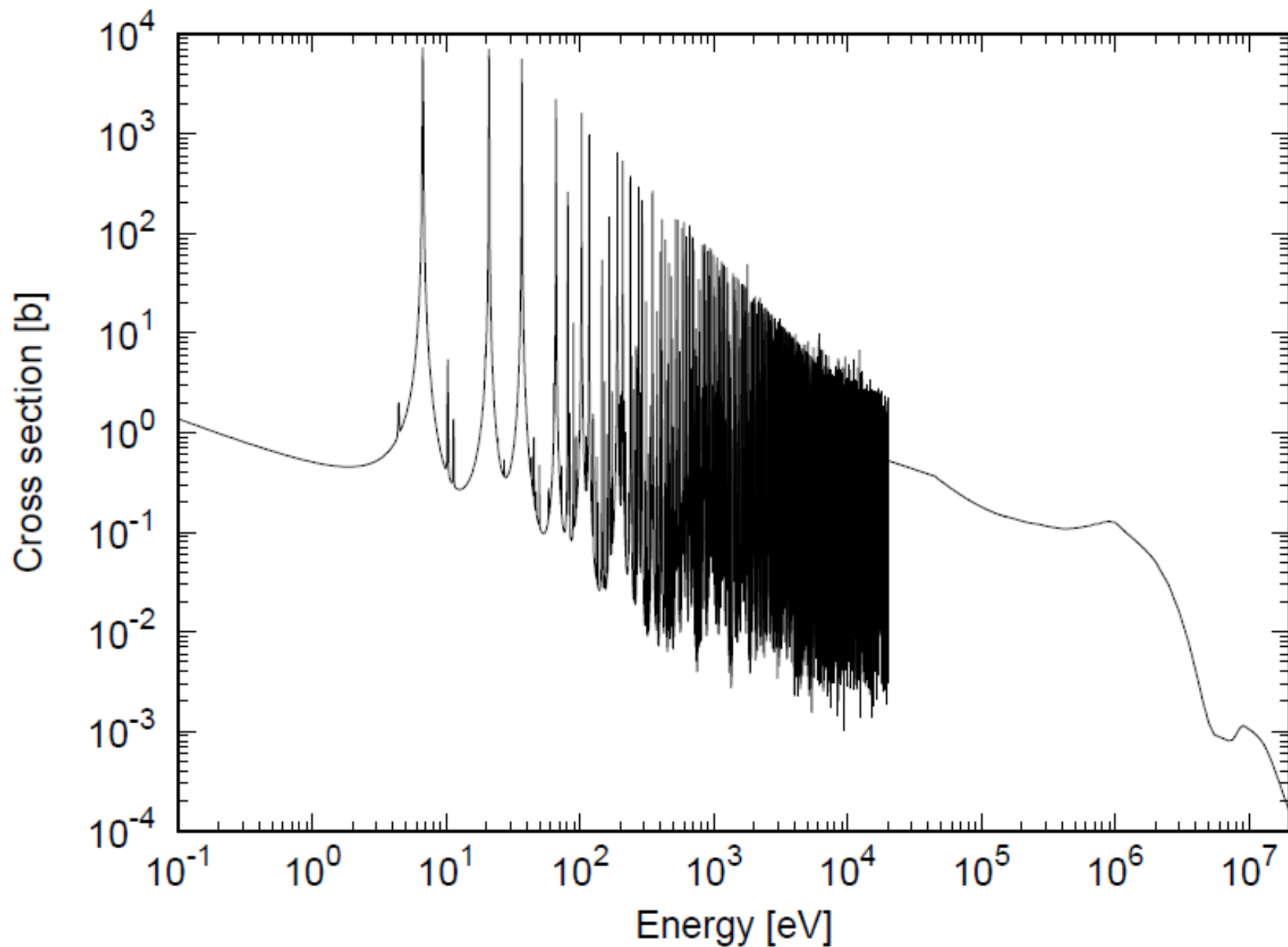


## 核分裂

核分裂断面積  $\sigma_f$



# 反応断面積の例: U-238の中性子捕獲断面積

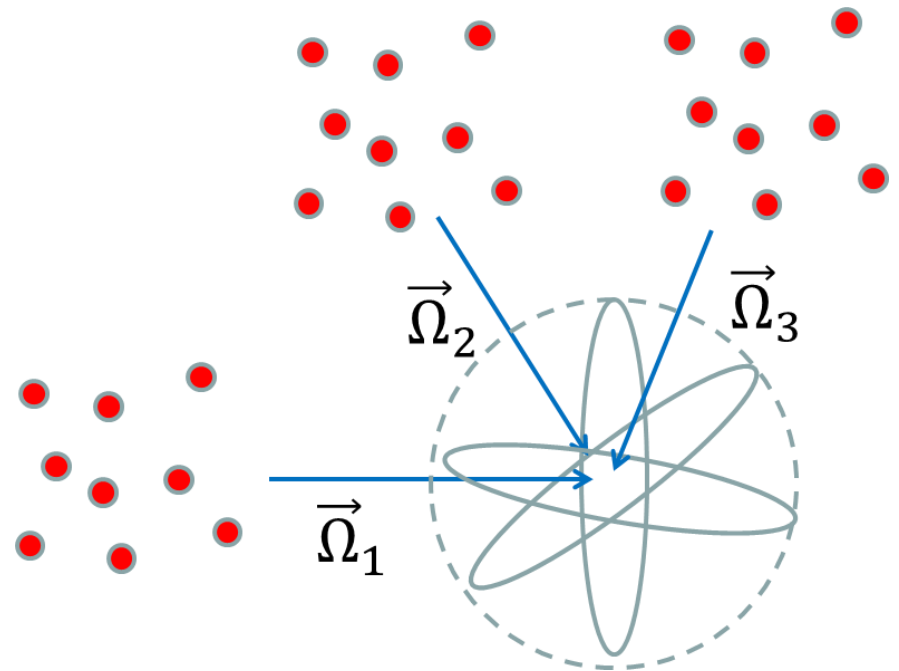


# 中性子と原子核の反応の概念

中性子と原子核の反応の回数は、

- (1)原子(核)の密度
  - (2)原子核の中性子に対する反応断面積
  - (3)媒質を通過する中性子の数
- に比例する。

中性子束：  
 $\phi$  [ $/(s \cdot cm^2)$ ]



## 中性子と原子核の反応の概念

中性子と原子核の反応の回数

= ① **原子数密度**  $N$

× ② 原子核の(反応) **断面積**  $\sigma$

× ③ **中性子束**  $\phi$

「中性子と原子核の反応の回数」を「**反応率**」と呼ぶ。  
反応率  $R$  は以下のように記述される。

$$R = N\sigma\phi$$

次元は  $[\#/cm^3] [cm^2] [/(s \cdot cm^2)] = [/(s \cdot cm^3)]$

反応率は「単位時間、単位体積あたりに起こる中性子と原子核の反応回数」を示す。

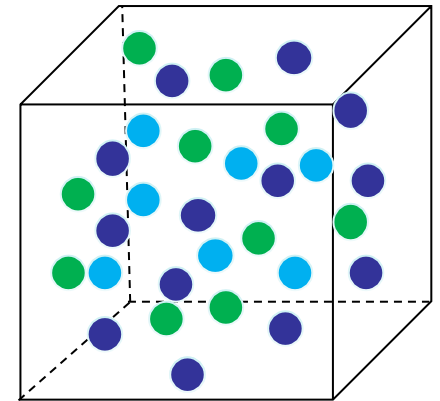
## 中性子と原子核の反応の概念

通常、媒質には複数の異なる核種が含まれており、それぞれで原子数密度、反応断面積が異なる。それらを、 $N_i$ 、 $\sigma_i$  のように区別したとき、「媒質に含まれる全ての核種と中性子との反応」に関する反応率は以下のように定義される。

$$R = N_1\sigma_1\phi + N_2\sigma_2\phi + \dots$$



$$R = \sum_i N_i\sigma_i\phi = \left( \sum_i N_i\sigma_i \right) \phi = \Sigma\phi$$



巨視的断面積

## 微視的断面積と巨視的断面積

微視的断面積 $\sigma$ ：

- ・中性子に対する個々の原子核の反応断面積
- ・単位は  $[\text{cm}^2]$  (もしくは  $[\text{barn}]$ )

巨視的断面積  $\Sigma = \sum_i N_i \sigma_i$ ：

- ・中性子に対する媒質の反応断面積
- ・単位は  $[/\text{cm}]$

## 巨視的断面積も反応の種類毎に決まります

巨視的核分裂断面積:

$$\Sigma_f = N_1\sigma_{f,1} + N_2\sigma_{f,2} + N_3\sigma_{f,3} + \dots$$

巨視的捕獲断面積:

$$\Sigma_c = N_1\sigma_{c,1} + N_2\sigma_{c,2} + N_3\sigma_{c,3} + \dots$$

また、「全ての反応に対する断面積」として、全断面積が個々の反応断面積の和として定義されます。

$$\Sigma_t = \Sigma_c + \Sigma_f + \Sigma_e \quad \sigma_t = \sigma_c + \sigma_f + \sigma_e$$

## 中性子と原子核の反応の概念

中性子と原子核の反応の回数(反応率 $R$ )

= ①原子数密度 $N$

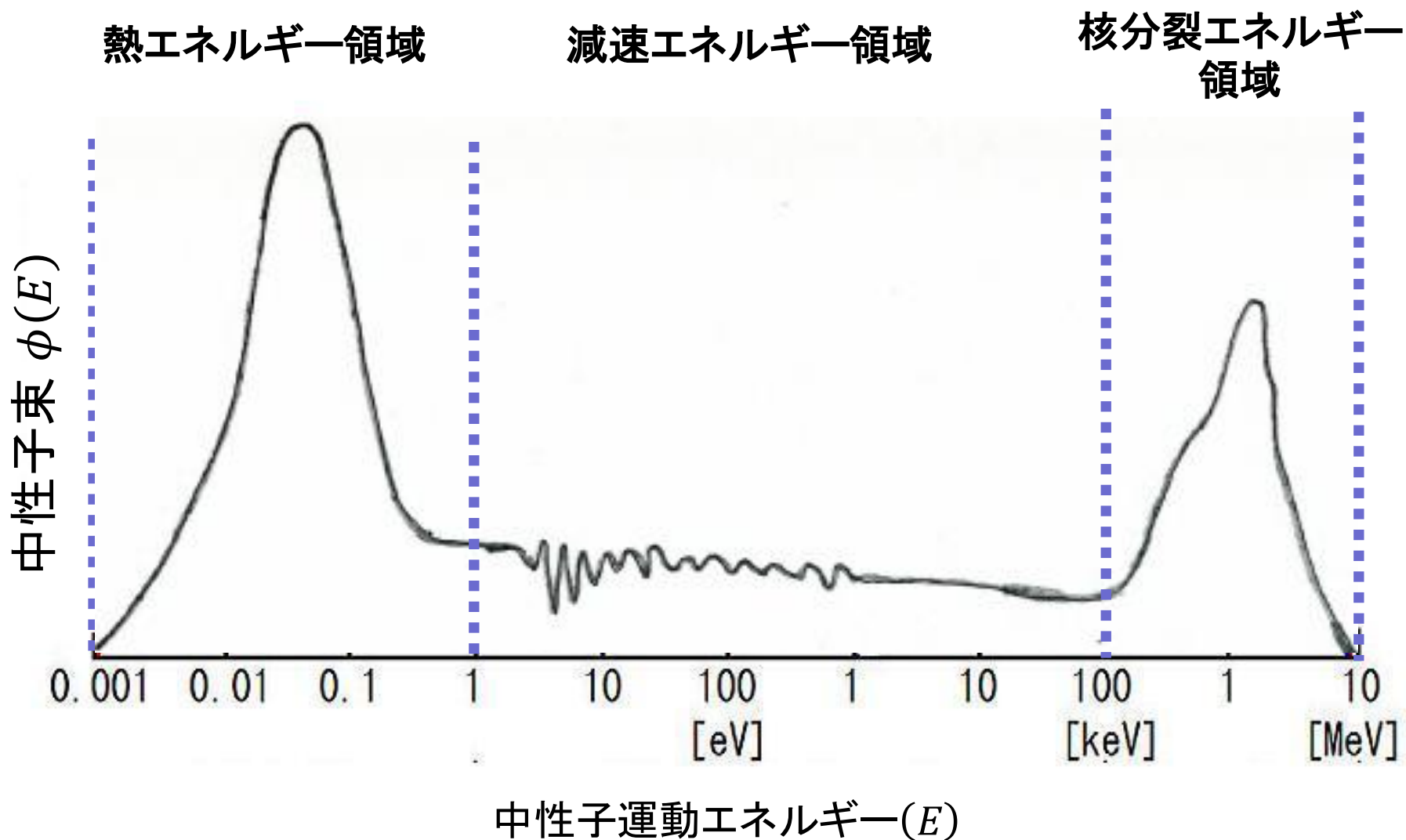
× ②原子核の(反応)断面積 $\sigma$

× ③中性子束 $\phi$

巨視的断面積 $\Sigma$

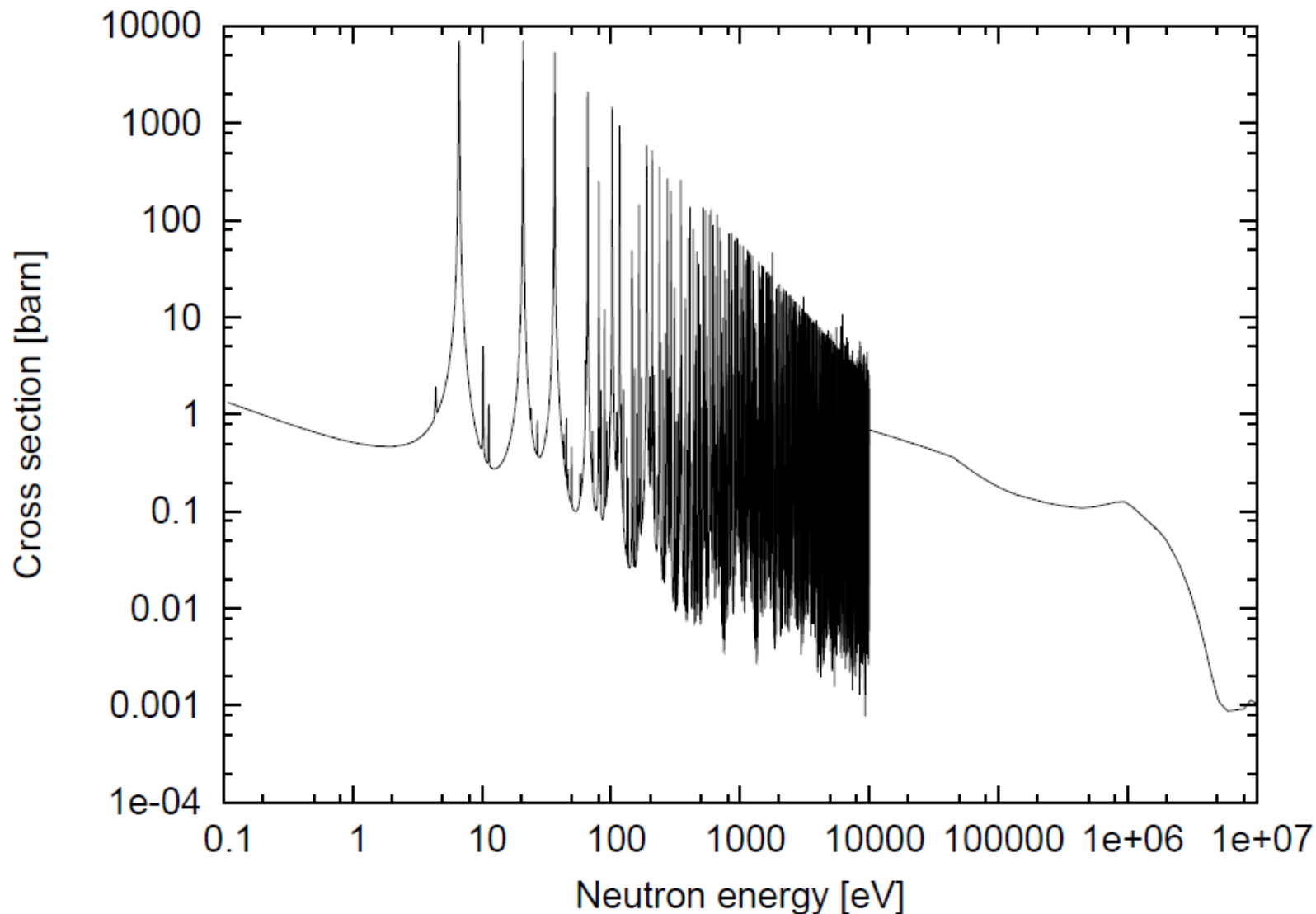
中性子と原子核の反応の回数(反応率)は、  
巨視的断面積 $\Sigma$ と中性子束 $\phi$ の積として記述される。

# 熱中性子増倍系における中性子束エネルギースペクトル



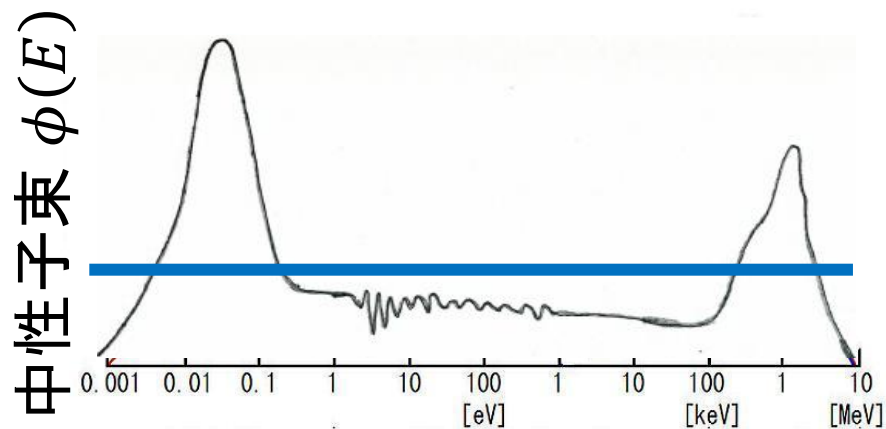
中性子束はエネルギー依存性を有する。

# 反応断面積の例: U-238の中性子捕獲断面積

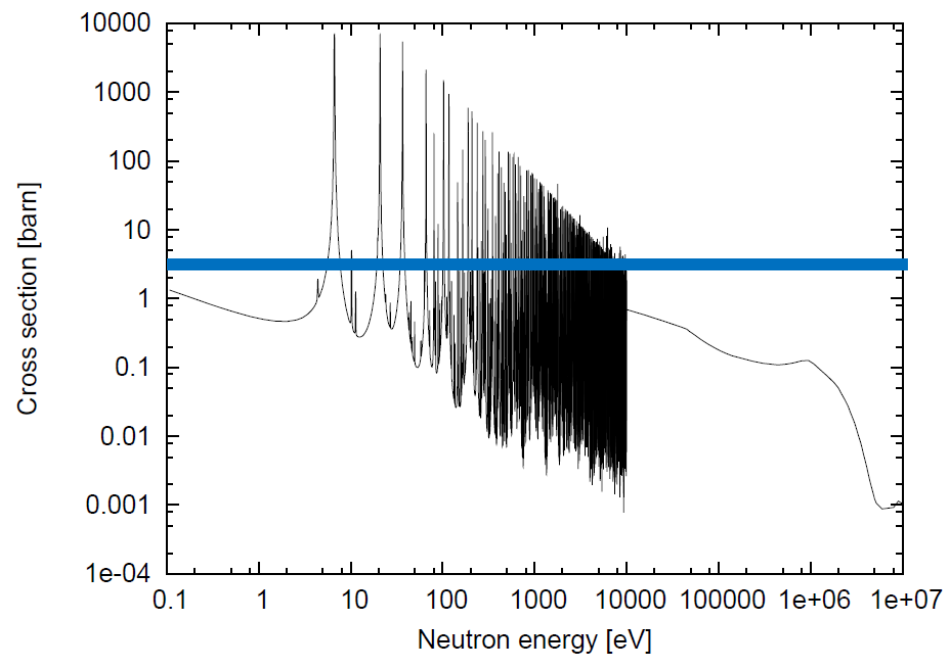


中性子と原子核の反応断面積もエネルギー依存性を有する。

# エネルギー1群近似



中性子運動エネルギー( $E$ )



ここで、中性子束や断面積のエネルギー依存性を無視するという近似を導入する。

→ エネルギー1群近似

# エネルギー1群近似のもとでの中性子無限増倍率

$$k_{\infty} = \frac{\text{核分裂生成}}{\text{吸収}}$$

$$= \frac{\text{単位時間・単位体積あたりに核分裂反応で生成する中性子数}}{\text{単位時間・単位体積あたりに吸収反応で消滅する中性子数}}$$
$$= \frac{\text{核分裂反応率} \times \text{核分裂反応1回あたりに発生する中性子数}}{\text{吸収反応率}}$$

# エネルギー1群近似のもとでの中性子無限増倍率

$$k_{\infty} = \frac{\text{核分裂反応率} \times \text{核分裂反応1回あたりに発生する中性子数}}{\text{吸収反応率}}$$

- ・分母の吸収反応率は、巨視的吸収断面積 $\Sigma_a$ と中性子束 $\phi$ の積として、 $\Sigma_a \phi$ と書ける。
- ・分子の核分裂反応率は、巨視的核分裂断面積 $\Sigma_f$ と中性子束 $\phi$ の積として、 $\Sigma_f \phi$ と書ける。
- ・核分裂反応1回あたりに発生する中性子数の平均 $\nu$ を核分裂反応率 $\Sigma_f \phi$ に乗じることで、分子は $\nu \Sigma_f \phi$ と書ける。

$$k_{\infty} = \frac{\nu \Sigma_f \phi}{\Sigma_a \phi} = \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_a}$$

# 核分裂反応1回あたりに発生する中性子数の平均 $\nu$

